

ZOBRAZENÍ ROVINNÝCH ÚTVARŮ A TĚLES V KP

1.) A4 na šířku

KP: O[6; 17], $\omega = 135^\circ$, $q = \frac{3}{4}$

Zobrazte pravidelný šestiúhelník KLMNPQ se středem S[8;8;0] a vrcholem K[6;1;0], který leží v půdorysně π .

2.) A4 na výšku

KP: O[13,5; 7], $\omega = 150^\circ$, $q = \frac{3}{5}$

Zobrazte čtverec ABCD se středem S[5; 0; 6] a vrcholem A[2,5; 0; 0], který leží v nárysně ν (x,z).

3a.) A4 na výšku

KP: O[9; 7], $\omega = 135^\circ$, $q = \frac{2}{3}$

Zobrazte pravidelný pětiúhelník ABCDE se středem S[9; 10; 9] a vrcholem A[3; 10; 2] v rovině α rovnoběžné s nárysnou ν .

3b.) A4 na šířku

KP: O[18,5; 6], $\omega = 135^\circ$, $q = \frac{2}{3}$

Zobrazte pravidelný pětiúhelník ABCDE se středem S[9; 10; 9] a vrcholem A[3; 10; 2] v rovině α rovnoběžné s nárysnou ν .

4.) A4 na výšku

KP: O[4; 9], $\omega = 135^\circ$, $q = \frac{2}{3}$

Zobrazte kružnici k se středem S [3; 8; 0] , která prochází bodem K [0; 2; 0] a leží v půdorysně π (x, y).

5.) A4 na výšku

KP: O[7; 14], $\omega = 120^\circ$, $q = \frac{3}{5}$

Zobrazte kružnici k o středu S[0; 4; 5] a poloměru $r = 3$, která leží v bokorysně μ (y, z).

Dále zobrazte pravidelný pětiúhelník se středem Q [6; 6; -4] a vrcholem A[6; 6; 2], který leží v rovině α rovnoběžné s bokorysnou.

6.) A4 na výšku

KP: O[10,5; 7], $\omega = 150^\circ$, $q = 1$

Zobrazte kružnici k o středu S[6; 3; 10] a poloměru 6, která leží v rovině α rovnoběžné s nárysnou.

7.) A4 na šířku

KP: O[5,5; 9], $\omega = 135^\circ$, $q = \frac{3}{4}$

Zobrazte kružnici k se středem S [?; 7,5; 5] a poloměrem $r=7$, která leží v rovině α (8; 15; ∞).

8.) A4 na výšku

KP: $O[6; 9]$, $\omega=240^\circ$, $q = \frac{3}{5}$

Zobrazte elipsu se středem $S[5; 5; 0]$, vedlejším vrcholem $L[2,5; 1; 0]$ a velikostí hlavní poloosy $a=7$, která leží v půdorysně π .

9.) A4 na výšku

KP: $O[6; 24,5]$, $\omega=135^\circ$, $q = \frac{3}{4}$

Zobrazte pravidelný šestiboký hranol s podstavou o středu $S[8; 7; 3]$ a vrcholu $A[6; 1; 3]$ v rovině α rovnoběžné s půdorysnou π . Bod $\bar{S}[8; 7; -12]$ je střed druhé podstavy.

10.) A4 na výšku

KP: $O[2; 6,5]$, $\omega=315^\circ$, $q = \frac{3}{4}$

Zobrazte kosý pětiboký hranol s pravidelnou podstavou o středu $S[8; 0; 7]$ a vrcholu $A[8; 0; 13]$ v nárysně. Bod $\bar{S}[4; 10; -1]$ je střed druhé podstavy.

11.) A4 na výšku

KP: $O[8; 13,5]$, $\omega=210^\circ$, $q = \frac{3}{5}$

Zobrazte pravidelný čtyřboký jehlan s podstavou o středu $S[5; 4; -3]$ a vrcholu $A[6; 0; -3]$ v rovině α rovnoběžné s půdorysnou. Výška jehlanu je 10. Označíme-li V vrchol, je $z_v > 0$.

12.) A4 na výšku

VP: $O[15; 10]$, osa z svislá, $\omega=\angle(z,y) = 150^\circ$

Zobrazte kosý šestiboký jehlan s pravidelnou podstavou o středu $S[5; 0; 4]$ a vrcholu $A[5; 0; 0]$. Podstava leží v nárysně $v(x,z)$. Bod $V[0; 8; -2]$ je vrchol.

13.) A4 na výšku

KP: $O[6; 10]$, $\omega=150^\circ$, $q = \frac{2}{3}$

Zobrazte kosý kruhový válec s podstavou o středu $S[6; 3; 10]$ a poloměru $r = 6$ v rovině α rovnoběžné s nárysnou v . Bod $\bar{S}[0; 10; 0]$ je střed druhé podstavy. Válec zobrazte (sestrojte tečny elips daného směru, vyznačte všechny body dotyku) a stanovte viditelnost.

14.) A4 na výšku

VP: $O[3; 10,5]$, osa z svislá, $\omega=\angle(z,y) = 60^\circ$

Zobrazte kosý kruhový válec s podstavou kružnicí o středu $S[0; 6; 4]$ a poloměru $r = 5$ v bokorysně. Bod $\bar{S}[5; 7; -2]$ je střed druhé podstavy.

A4 na výšku

15.) KP: $O[2; 3,5]$, $\omega=315^\circ$, $q = \frac{3}{4}$

Je dán rotační kužel s podstavou kružnicí k o středu $S[2; 4; 7]$ a poloměru $r = 8$ v rovině α rovnoběžné s nárysnou v . Výška kužele je 10, vrchol kužele má kladnou y -ovou souřadnici. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse a vyznačte body dotyku). Stanovte viditelnost.

A4 na šířku

1.) KP: O[6; 17],

$\omega = 135^\circ$, $q = \frac{3}{4}$

Zobrazte pravidelný

šestiúhelník KLMNPQ se

středem S[8;8;0] a

vrcholem K[6;1;0], který

leží v půdorysně π .

Řešení:

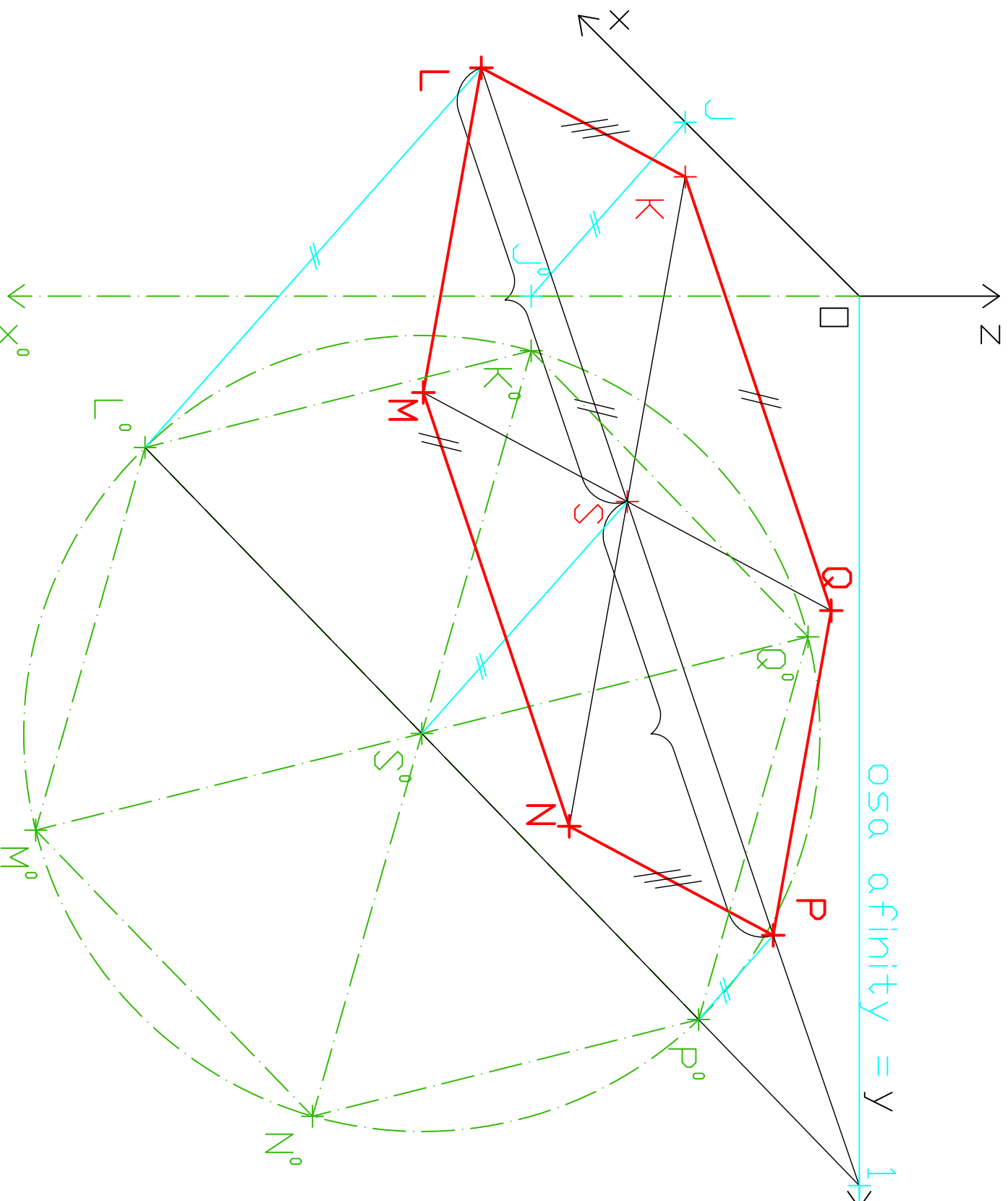
1) Zobrazíme zadané body **S** a **K**.

Pro zkrácení x-ových souřadnic jsme **otočili** půdorysnu kolem osy y do průmětny $\sigma = \mu$ (y, z) a využili **afinitu** $A(y, j \leftrightarrow j^0)$.

Vzhledem k tomu, že se v rovnoběžném promítání zachovává dělicí poměr, můžeme sestrojit obraz bodu **N** (bod **S** je střed úsečky **KN**).

2) Obrazen šestiúhelníku nebude pravidelný šestiúhelník. Pro sestrojení obrazu šestiúhelníku využijeme otočení roviny šestiúhelníku, tedy půdorysny, do průmětny μ . Nejdříve sestrojíme body **S**⁰ a **K**⁰, x-ové a y-ové souřadnice vynásíme v soustavě $(0, x^0, y)$. Pak sestrojíme šestiúhelník **K**⁰**L**⁰**M**⁰**N**⁰**P**⁰**Q**⁰.

3) K sestrojení obrazu použijeme výše uvedenou **afinitu** $A(y, j \leftrightarrow j^0)$. Bod **1** je samodružný bod, $1 = L^0 \cdot P^0 \cap y$. Dále stačí využít poučku: rovnoběžnost se v afinitě zachovává.



A4 na výšku

2.) KP: $O[13,5; 7]$, $\omega=150^\circ$, $q = \frac{3}{5}$

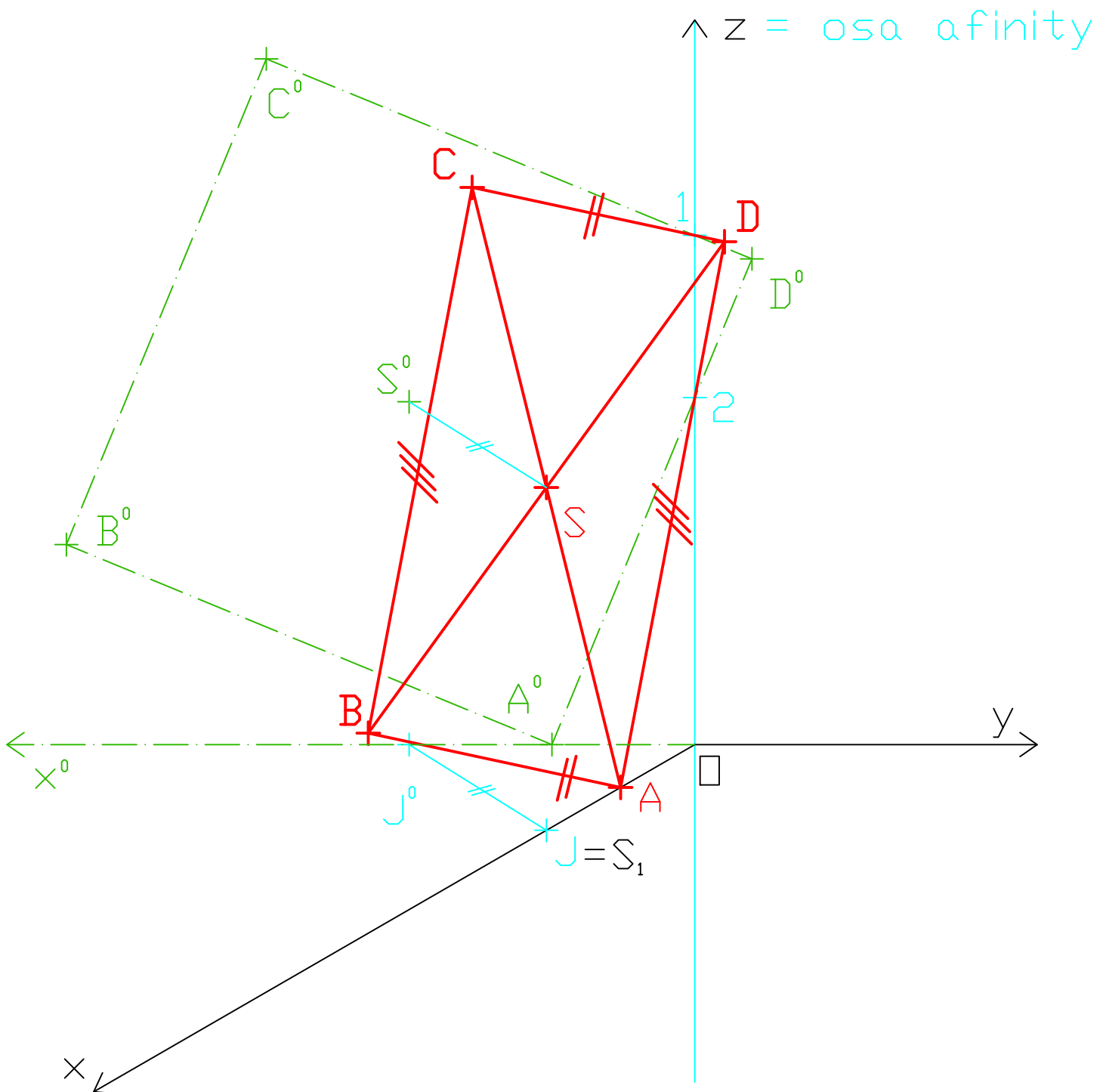
Zobrazte čtverec ABCD se středem $S[5; 0; 6]$ a vrcholem $A[2,5; 0; 0]$, který leží v nárysně v (x,z).

Řešení:

1) Zobrazíme zadané body **S** a **A**. Pro zkrácení x-ových souřadnic otočíme tentokrát nárysnu kolem osy z do průmětny μ , protože k zobrazení čtverce budeme používat otočení roviny čtverce a to je právě náryсна.

Využijeme afinitu $A(z, J \leftrightarrow J^0)$. Můžeme ihned sestrojít obraz bodu **C** (**S** je střed úsečky **AC**).

2) V otočené soustavě $(0, x^0, z)$ sestrojíme body A^0 a S^0 , následně čtverec $A^0B^0C^0D^0$. Dále využijeme výše uvedenou afinitu, body $1 = C^0D^0 \cap z$ a $2 = A^0D^0 \cap z$ jsou samodružné body. Rovnoběžnost se v afinitě zachovává, musí být $AD \parallel BC$ a $AB \parallel CD$.



3a.) A4 na výšku

KP: $O[9; 7]$, $\omega=135^\circ$, $q=\frac{2}{3}$

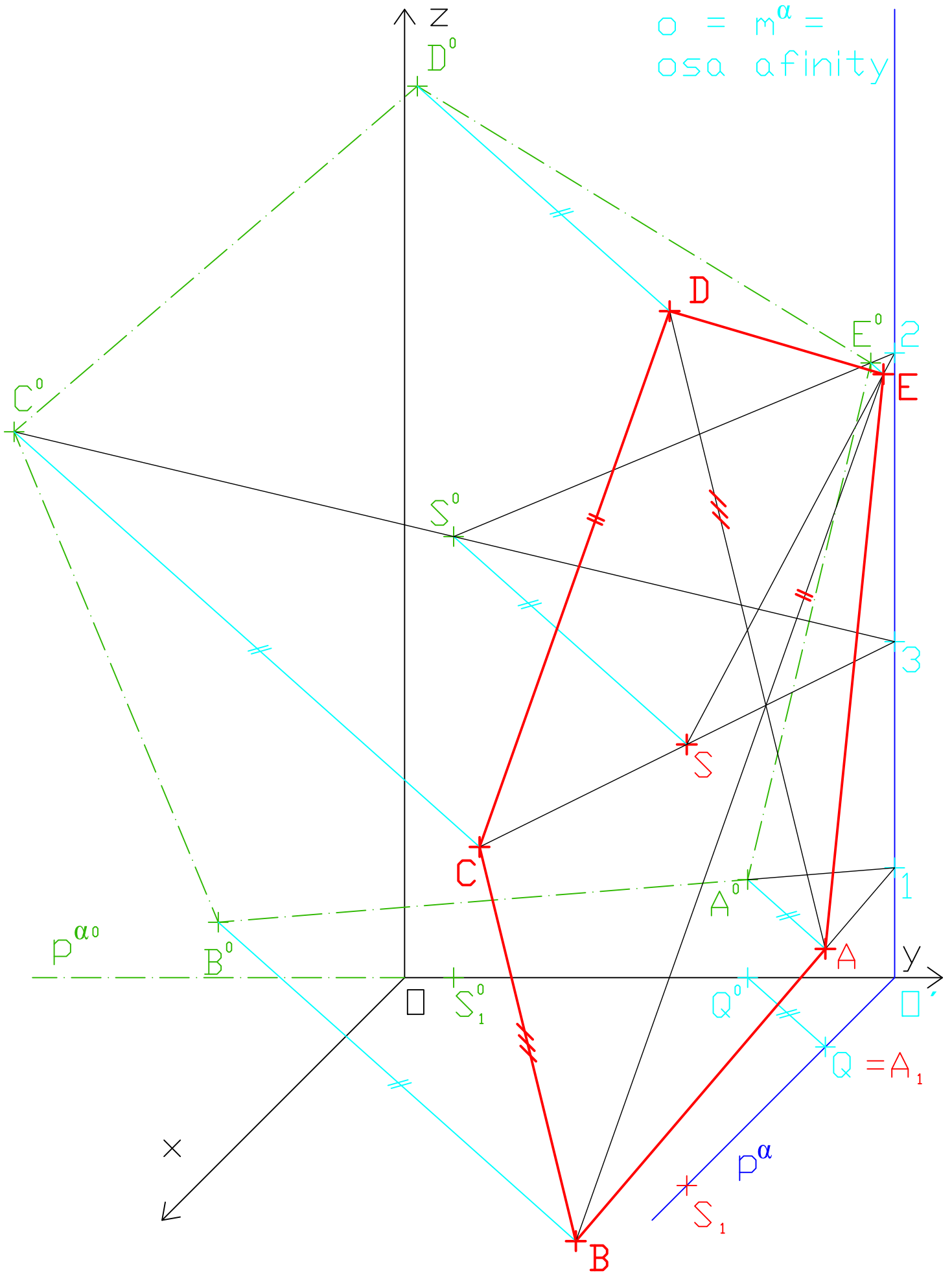
Zobrazte pravidelný pětiúhelník ABCDE se středem $S[9; 10; 9]$ a vrcholem $A[3; 10; 2]$ v rovině α rovnoběžné s nárysnou v .

Řešení:

1) Zobrazíme body S a A .

2) K zobrazení pětiúhelníku použijeme otočení roviny pětiúhelníku, tedy roviny α kolem přímky $o = \alpha \cap \mu = m^a$ do průmětny μ . Půdorysná stopa p^a po otočení roviny α splyne s osou y . Zobrazíme bod $Q [3; 10; 0]$ půdorysné stopy a také bod Q° na otočené stopě p^{a° . Sestrojíme pravidelný pětiúhelník o středu S° a vrcholu A° . Dále využijeme afinitu $A (m^a, Q \leftrightarrow Q^\circ)$, body 1, 2, 3 jsou samodružné body. Dále využijeme rovnoběžnost, zkontrolujte: $AE \parallel BD$, $AB \parallel CE$, $BC \parallel AD$, $CD \parallel BE$, $ED \parallel AC$!!

3a.)



3b.) A4 na šířku

KP: O[18,5; 6], $\omega=135^\circ$, $q = \frac{2}{3}$

Zobrazte pravidelný pětiúhelník ABCDE se středem S[9; 10; 9] a vrcholem A[3; 10; 2] v rovině α rovnoběžné s nárysnou v .

1) Zobrazíme nejdříve nárys pětiúhelníku, S_2 [9; 0; 9] a A_2 [3; 0; 2]. K tomu využijeme otočení nárysnou kolem osy z do průmětny μ (y, z) a finitu $A(z, J \leftrightarrow J^\circ)$.

Zobrazili jsme nejdříve bod B_2 (samodružný bod 1), pak bod E_2 (samodružný bod 2) a bod C_2 (samodružný bod 3). Bod D_2 jsme sestrojili s využitím poučky: rovnoběžnost se v afinitě zachovává. Musí tedy být $B_2 C_2 \parallel A_2 D_2$, $A_2 E_2 \parallel B_2 D_2$ a $A_2 C_2 \parallel E_2 D_2$.

2) Obraz zadaného pětiúhelníku je shodný s obrazem nárysu tohoto pětiúhelníku. Stačí posunout obraz nárysu ve směru osy y o 10 cm vpravo.

A4 na výšku

4.) KP: $O[4; 9]$, $\omega=135^\circ$, $q = \frac{2}{3}$

Zobrazte kružnici k se středem $S [3; 8; 0]$, která prochází bodem $K [0; 2; 0]$ a leží v půdorysně $\pi(x, y)$.

Řešení:

Kosoúhlým průmětem kružnice v rovině $\pi(x, y)$ je elipsa.

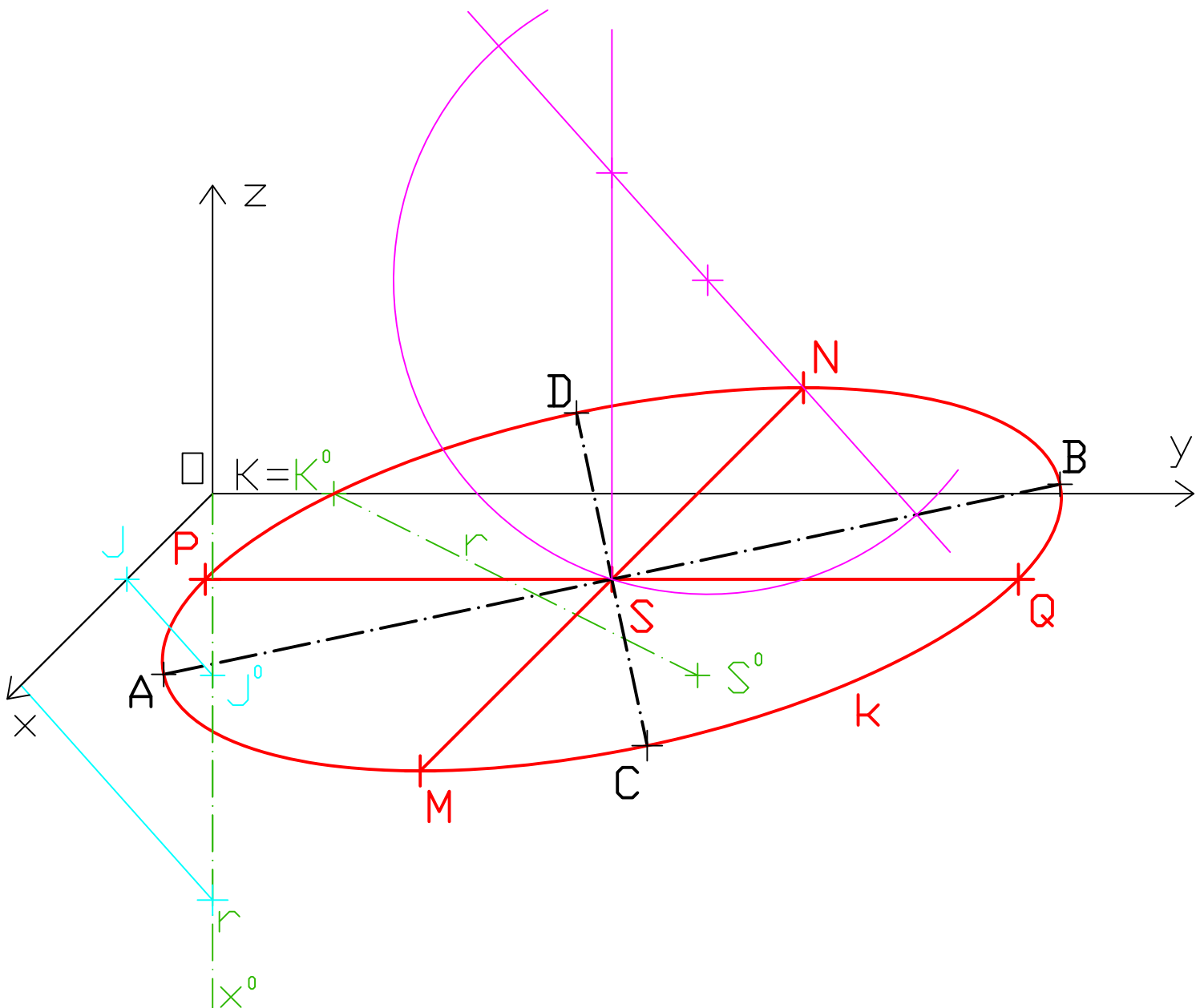
Zobrazíme zadané body S a K . Pro zkracování na ose x jsme použili **otočení půdorysny** do průmětny $\sigma = \mu(y, z)$ kolem osy y . Poloměr r kružnice k zjistíme v otočení, $r = |S^0K^0|$

Při zobrazení kružnice v půdorysně můžeme postupovat dvěma způsoby:

I) Sestrojíme kružnici v otočení a využijeme afinitu $A(y, J \leftrightarrow J^0)$, pro konstrukci afinního obrazu kružnice můžeme použít přímou konstrukci os elipsy. Vyzkoušejte si.

II) Zobrazíme sdružené průměry kružnice a použijeme **Rytzovu konstrukci**. V půdorysně, ve které kružnice leží, jsou vzájemně kolmé osy x a y . Vybereme tedy sdružené průměry PQ, MN , PQ rovnoběžný s osou y a MN rovnoběžný s osou x . Obraz úsečky PQ má velikost $2r$ (na ose y se nezkracuje, tedy ani na přímkách rovnoběžných), obraz úsečky MN má velikost $2 \cdot q \cdot r$ (poloměr r zkrátíme na ose x).

Poznámka: Obě konstrukce jsou rychlé, Rytzova konstrukce je ale přehlednější.



5.) A4 na výšku

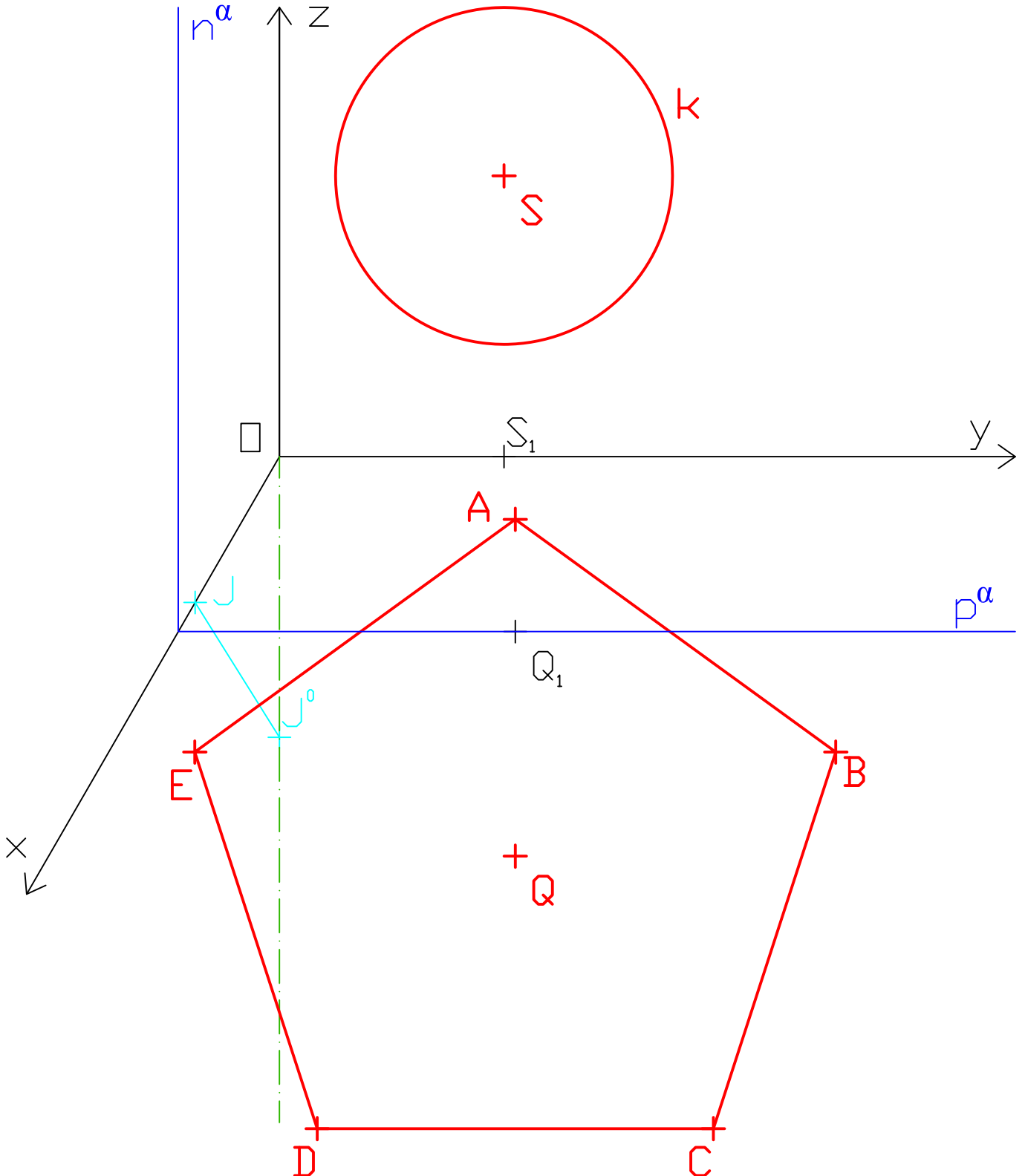
KP: $O[7; 14]$, $\omega=120^\circ$, $q = \frac{3}{5}$

Zobrazte kružnici k o středu $S[0; 4; 5]$ a poloměru $r = 3$, která leží v bokorysně μ (y, z).

Dále zobrazte pravidelný pětiúhelník se středem $Q [6; 6; -4]$ a vrcholem $A[6; 6; 2]$, který leží v rovině α rovnoběžné s bokorysnou.

Řešení:

1. Kružnice k leží v průmětně, kosoúhlým průmětem je tedy kružnice.
2. Pětiúhelník leží v rovině rovnoběžné s průmětnou, jeho kosoúhlým průmětem je shodný pravidelný pětiúhelník.



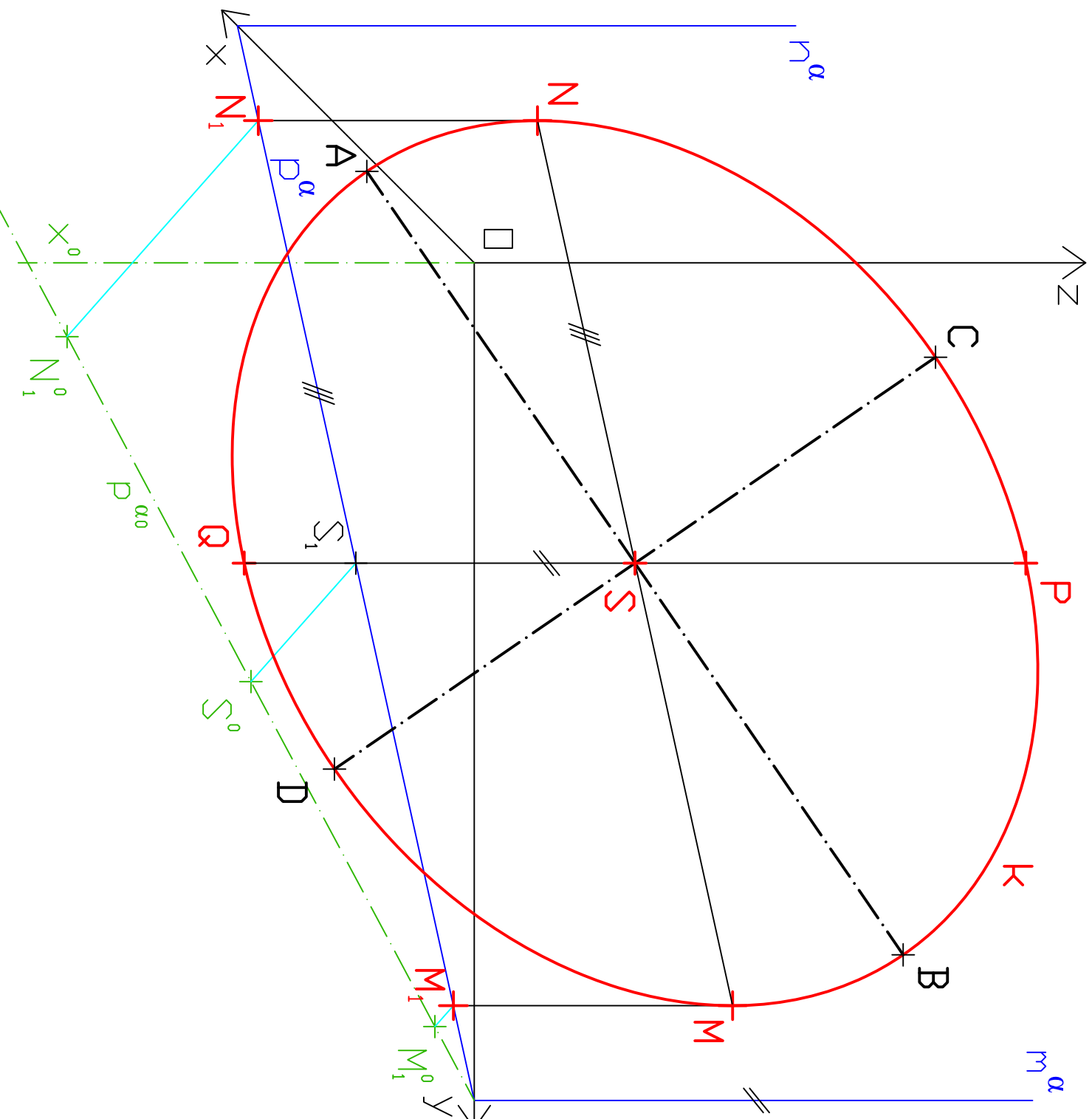
7.) A4 na šířku

KP: $O[5,5; 9]$, $\omega=135^\circ$, $q=\frac{3}{4}$

Zobrazte kružnici k se středem S [?: 7,5; 5] a poloměrem $r=7$, která leží v rovině α (8; 15; ∞).

Řešení:

- 1) Zobrazíme **stopy roviny α** . Bod S dourčíme tak, aby ležel v rovině α .
- 2) Zobrazíme sdrúžené průměry PQ a MN kružnice k . V rovině α jsou přímky m^α a p^α vzájemně kolmé, vybereme tedy sdrúžené průměry takto: $PQ \parallel m^\alpha$, $MN \parallel p^\alpha$.
- 3) Obráz úsečky PQ je úsečka délky $2r$ (úsečka rovnoběžná s průmětnou se zobrazí ve skutečné velikosti).
Úsečka MN je rovnoběžná s p^α .
Zobrazíme nejdříve její půdorys M_1N_1 s využitím **otočení půdorysny** kolem osy y do průmětny.
- 4) Pro obrázky sdrúžených průměrů PQ , MN použijeme Rytzovu konstrukci.



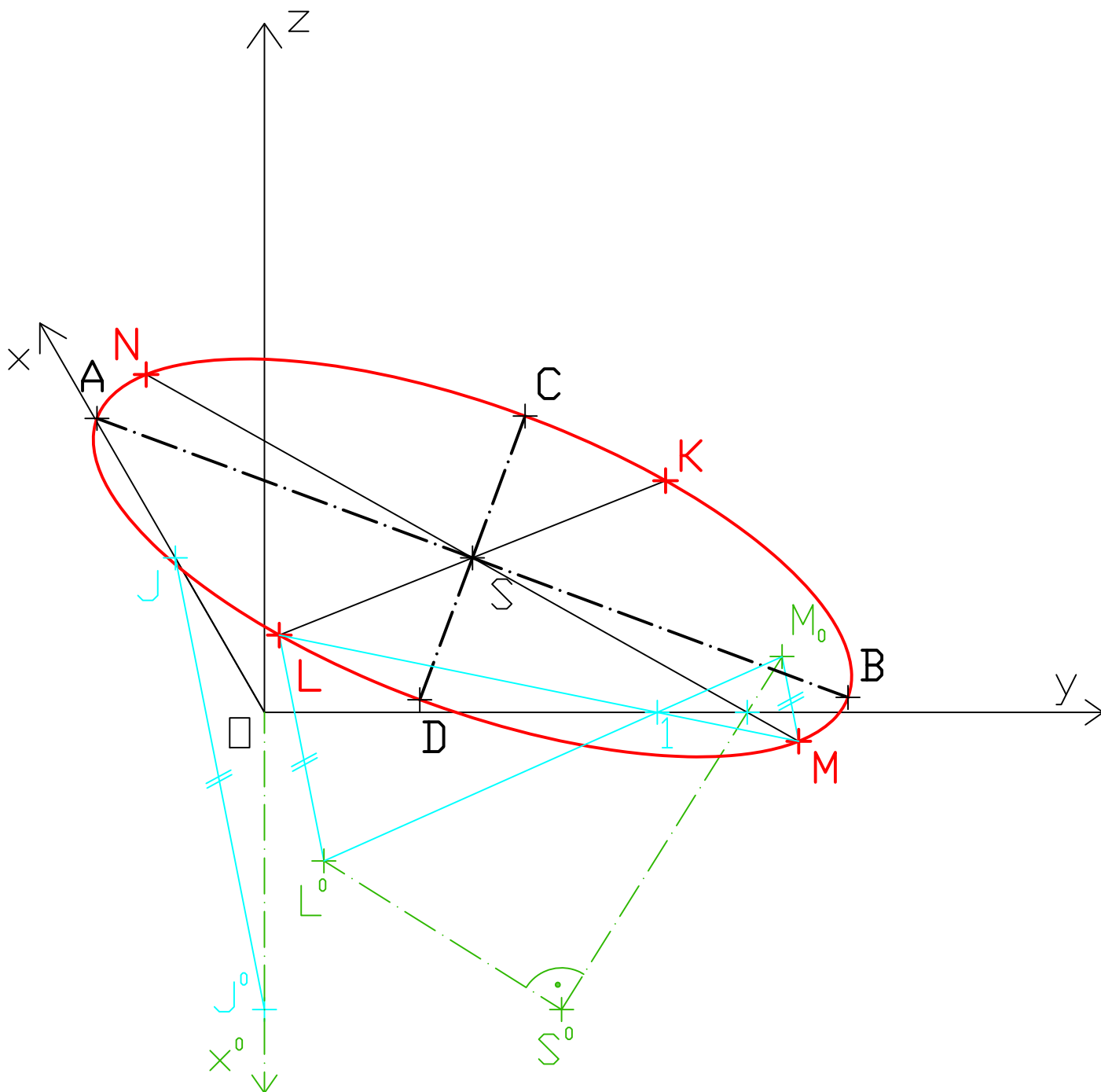
8.) A4 na výšku

KP: $O[6; 9]$, $\omega=240^\circ$, $q = \frac{3}{5}$

Zobrazte elipsu se středem $S[5; 5; 0]$, vedlejším vrcholem $L[2,5; 1; 0]$ a velikostí hlavní poloosy $a=7$, která leží v půdorysně π .

Řešení:

- 1) Zobrazíme **střed S** a vedlejší **vrchol L**. Můžeme také zobrazit druhý vedlejší vrchol K, který je souměrný k bodu L podle středu S (dělicí poměr se zachovává).
- 2) Osy elipsy KL a MN jsou ve skutečnosti kolmé, ale pravý úhel se nemusí zobrazit jako pravý úhel. Dále tedy řešíme **otočením roviny elipsy (půdorysny)** kolem osy y do průmětny $\mu(y, z)$.
Sestrojíme body S°, L° a následně bod M° ($|S^\circ M^\circ| = 7$). K zobrazení bodu M využijeme afinitu $A(y, J \leftrightarrow J^\circ)$ bod 1 je samodružný bod. Bod N je souměrný k bodu M podle středu S.
- 3) Obrazy os KL a MN jsou sdružené průměry obrazu elipsy. Použijeme Rytzovu konstrukci.

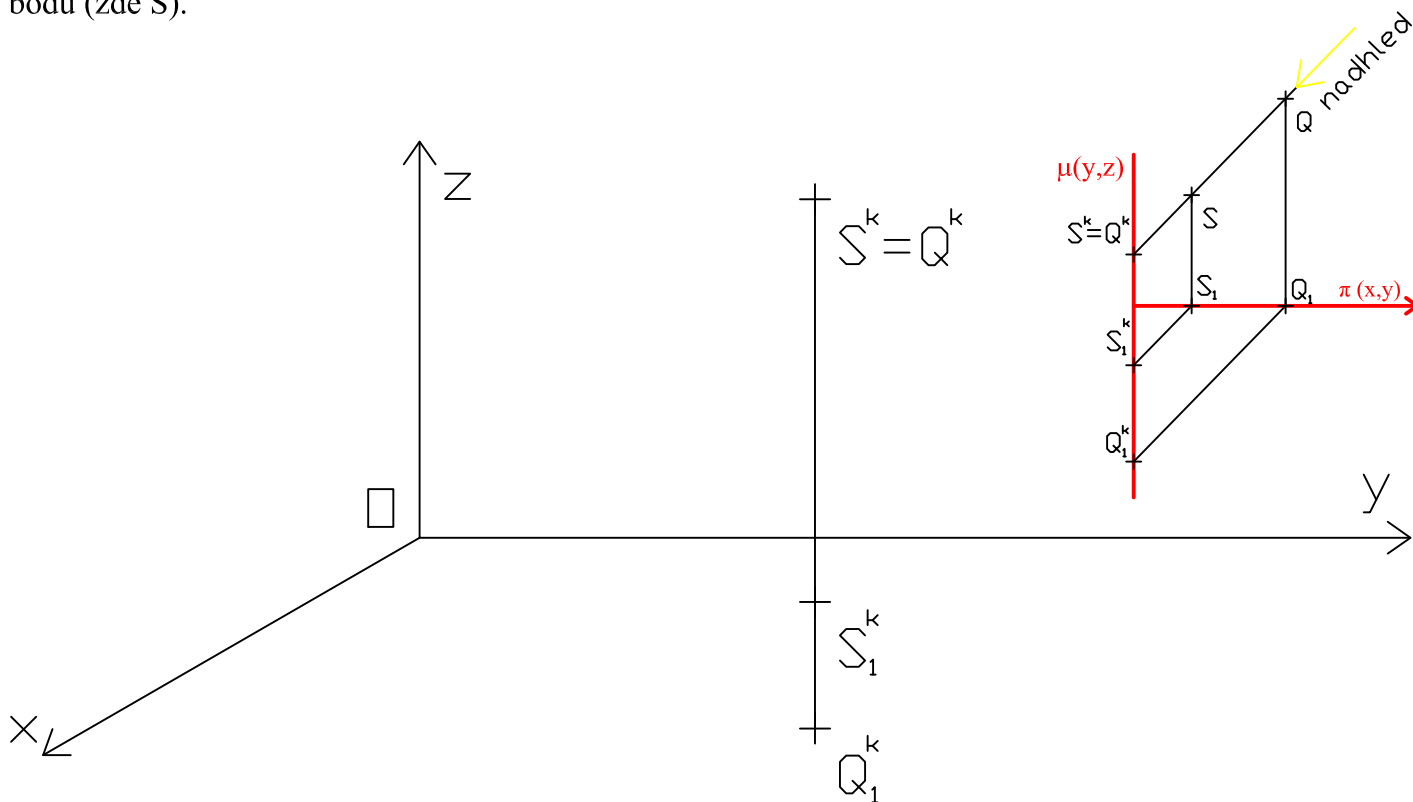


Pravidla pro určování viditelnosti v KP

Nadhled

Pokud splývají kosoúhlé průměty bodů S a Q, rozhodujeme o viditelnosti pomocí kosoúhlých průmětů půdorysů S_1 a Q_1 bodů S, Q.

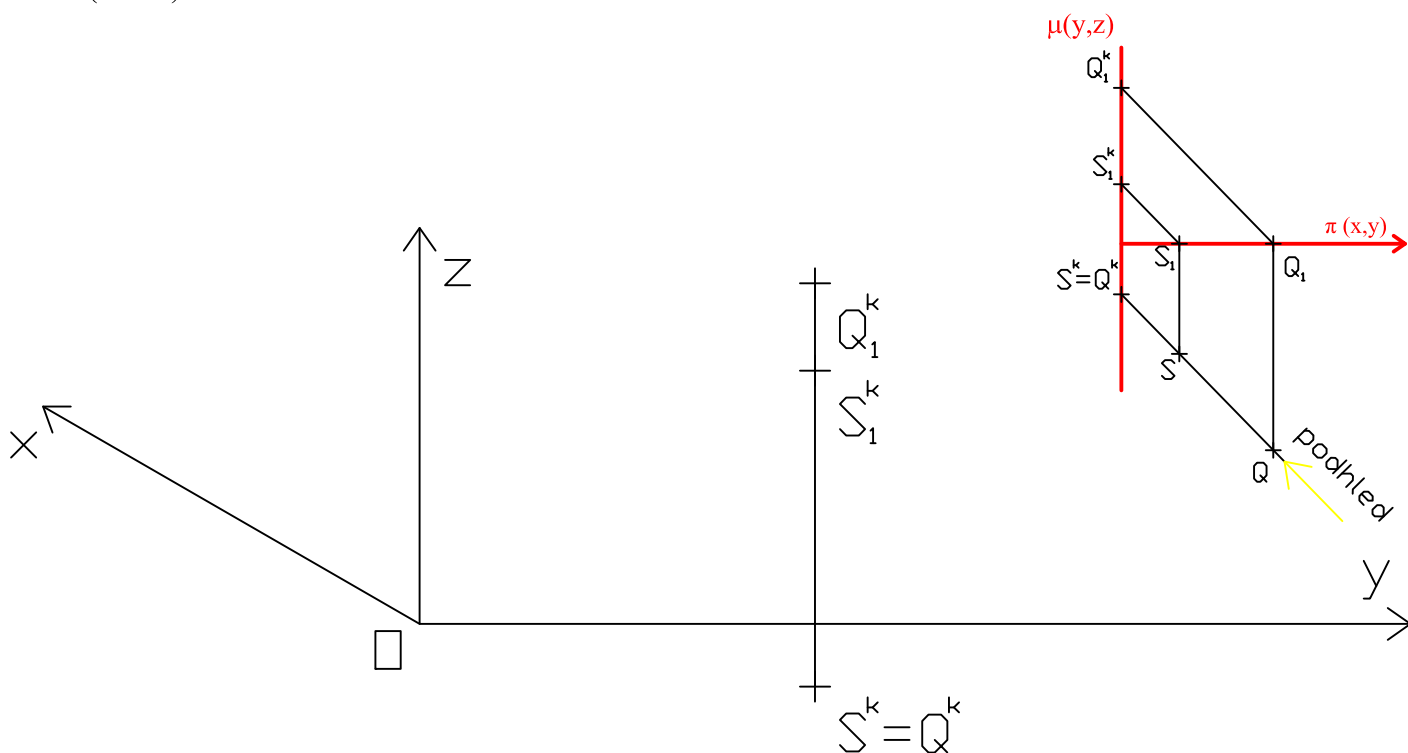
Vidíme ten bod (zde Q), jehož kosoúhlý průmět půdorysu je POD kosoúhlým průmětem půdorysu druhého bodu (zde S).



Podhled

Pokud splývají kosoúhlé průměty bodů S a Q, rozhodujeme o viditelnosti pomocí kosoúhlých průmětů půdorysů S_1 a Q_1 bodů S, Q.

Vidíme ten bod (zde Q), jehož kosoúhlý průmět půdorysu je NAD kosoúhlým průmětem půdorysu druhého bodu (zde S).



9.) A4 na výšku

KP: $O[6; 24,5]$, $\omega=135^\circ$, $q = \frac{3}{4}$

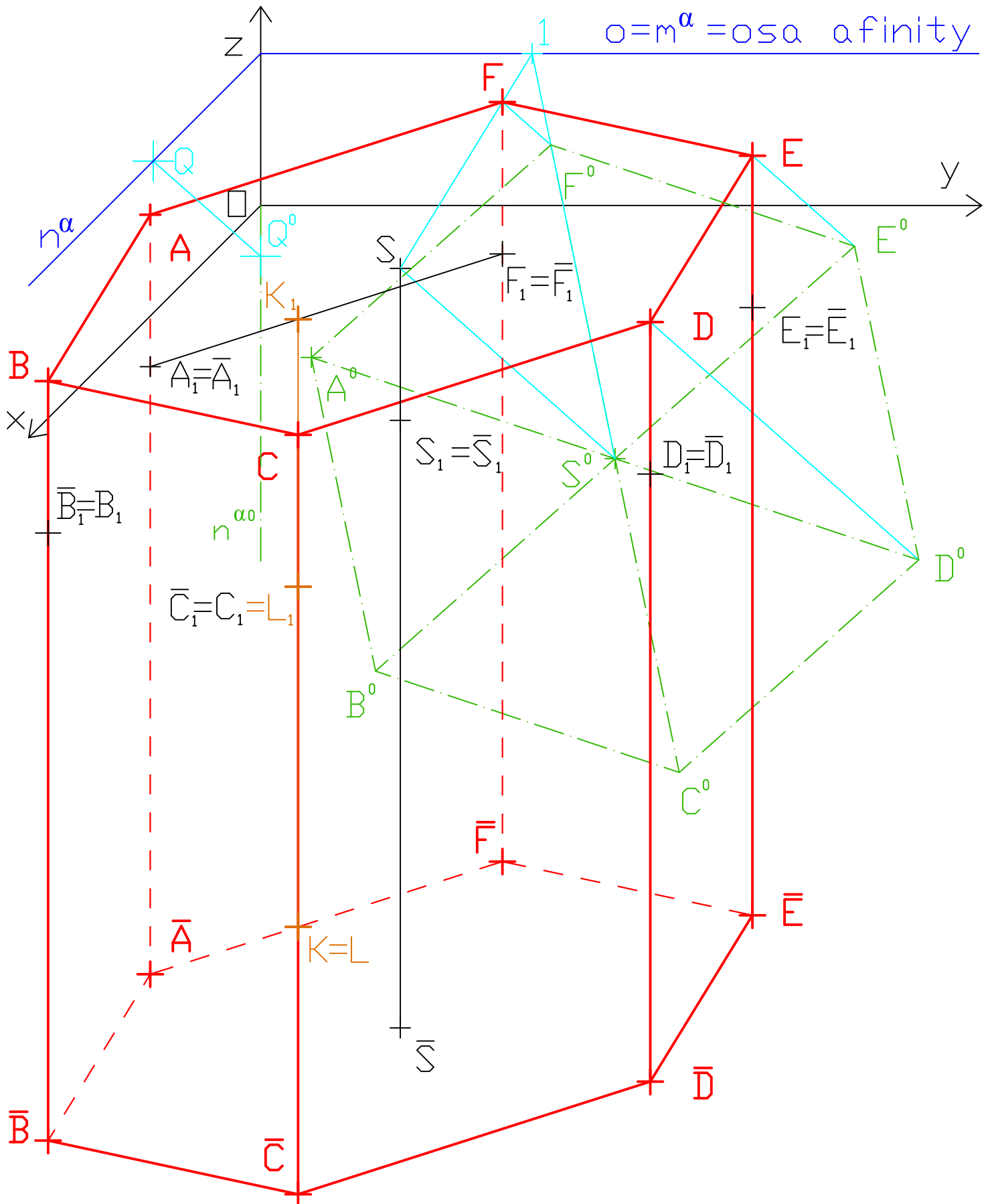
Zobrazte pravidelný šestiboký hranol s podstavou o středu $S[8; 7; 3]$ a vrcholu $A[6; 1; 3]$ v rovině α rovnoběžné s půdorysnou π . Bod $\bar{S}[8; 7; -12]$ je střed druhé podstavy.

Řešení:

- 1) Zobrazíme pravidelný šestiúhelník ABCDEF v rovině α . Využili jsme **otočení roviny α** kolem přímky $o=\alpha \cap \mu = m^o$ do průmětny $\mu(y,z)$ a afinitu $A(o, Q \leftrightarrow Q^o)$.
- 2) Zobrazíme bod \bar{S} . Všechny boční hrany jsou rovnoběžné s $\bar{S}\bar{S}$ a stejně dlouhé, $|\bar{A}\bar{A}| = |\bar{B}\bar{B}| = \dots = |\bar{S}\bar{S}|$.
- 3) Stanovíme viditelnost. Rozlišujeme viditelné a neviditelné hrany plnou a čárkovanou čarou. Obrysová čára ($A \bar{B} \bar{C} \bar{D} \bar{E} E F A$) je plnou čarou. Vzhledem k tomu, že se jedná o nadhled, vidíme celou podstavu ABCDEF, druhou podstavu nevidíme.

V případě problémů s viditelností můžeme použít pravidlo uvedené před tímto příkladem. Zde jsme pro ověření použili body $K \in \bar{A}\bar{F}$ a $L \in \bar{C}\bar{C}$. Bod L_1 je pod bodem K_1 , vidíme bod L a tedy i hranu $\bar{C}\bar{C}$.

9.)



10.) A4 na výšku

KP: $O[2; 6,5]$, $\omega=315^\circ$, $q = \frac{3}{4}$

Zobrazte kosý pětiboký hranol s pravidelnou podstavou o středu $S [8; 0; 7]$ a vrcholu $A [8; 0; 13]$ v nárysně. Bod $\bar{S} [4; 10; -1]$ je střed druhé podstavy.

Řešení:

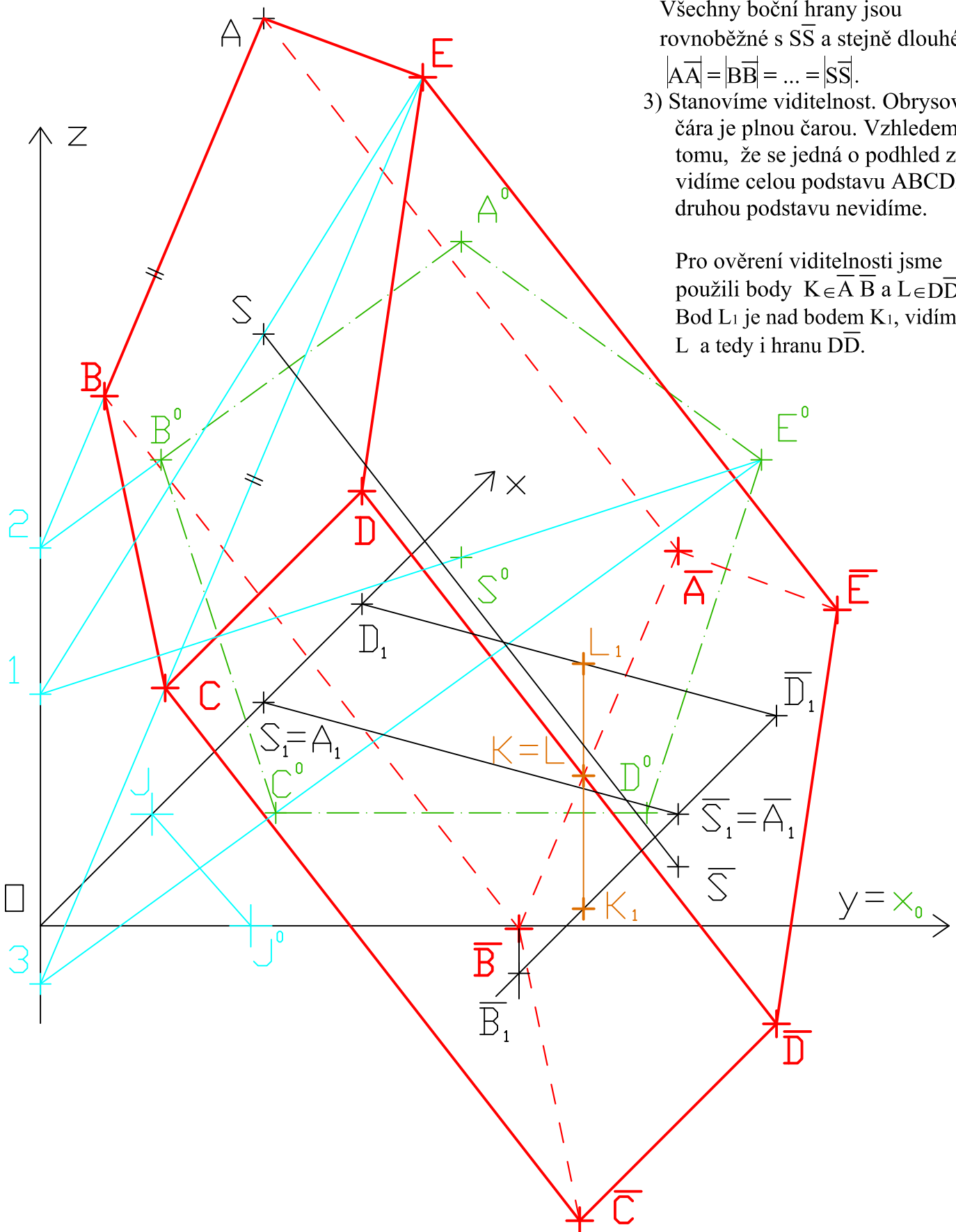
1) Zobrazíme pravidelný pětiúhelník $ABCDE$ v nárysně. Využili jsme **otočení nárysnů** kolem osy z do průmětny $\mu(y,z)$ a afinitu $A(z, J \leftrightarrow J^0)$. Zkontrolujeme $AB//EC$, $BC//AD$, $CD//BE$, $DE//AC$, $AE//BD$!

2) Zobrazíme bod \bar{S} druhé podstavy.

Všechny boční hrany jsou rovnoběžné s $\bar{S}\bar{S}$ a stejně dlouhé $|\bar{A}\bar{A}| = |\bar{B}\bar{B}| = \dots = |\bar{S}\bar{S}|$.

3) Stanovíme viditelnost. Obrysová čára je plnou čarou. Vzhledem k tomu, že se jedná o podhled zleva, vidíme celou podstavu $ABCDE$, druhou podstavu nevidíme.

Pro ověření viditelnosti jsme použili body $K \in \bar{A}\bar{B}$ a $L \in \bar{D}\bar{D}$. Bod L_1 je nad bodem K_1 , vidíme bod L a tedy i hranu $\bar{D}\bar{D}$.



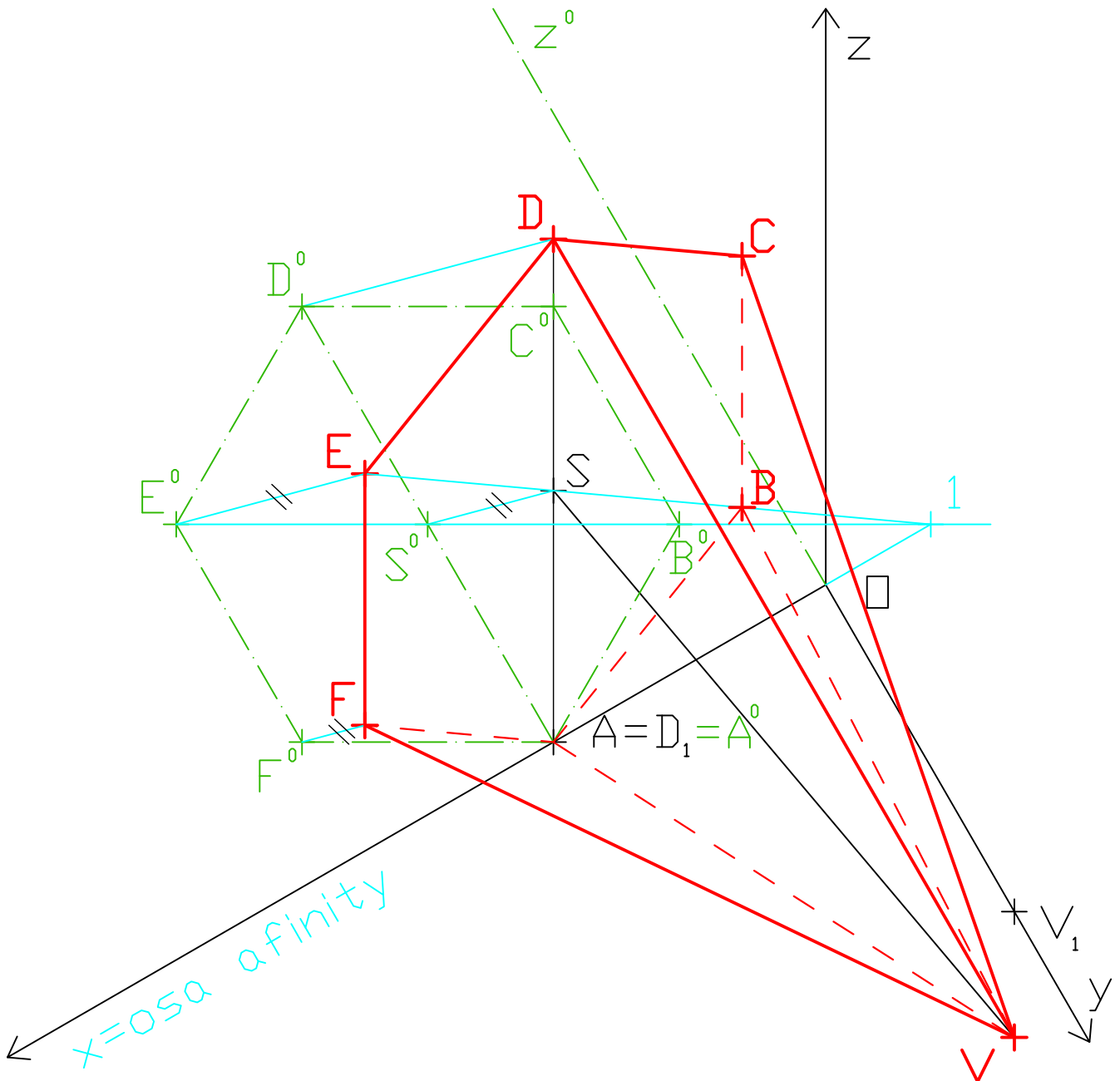
A4 na výšku

12.) VP: $O[15; 10]$, osa z svislá, $\omega = \angle(z, y) = 150^\circ$

Zobrazte kosý šestiboký jehlan s pravidelnou podstavou o středu $S[5; 0; 4]$ a vrcholu $A[5; 0; 0]$. Podstava leží v nárysně v (x, z) . Bod $V[0; 8; -2]$ je vrchol.

Řešení:

- 1) Zobrazíme šestiúhelník o středu S a vrcholu A . Využili jsme **otočení náryсны** do průmětny $\pi(x, y)$ kolem osy x a **afinitu $A(x, S \leftrightarrow S^0)$** .
- 2) Zobrazíme vrchol V .
- 3) Stanovíme viditelnost.



A4 na výšku

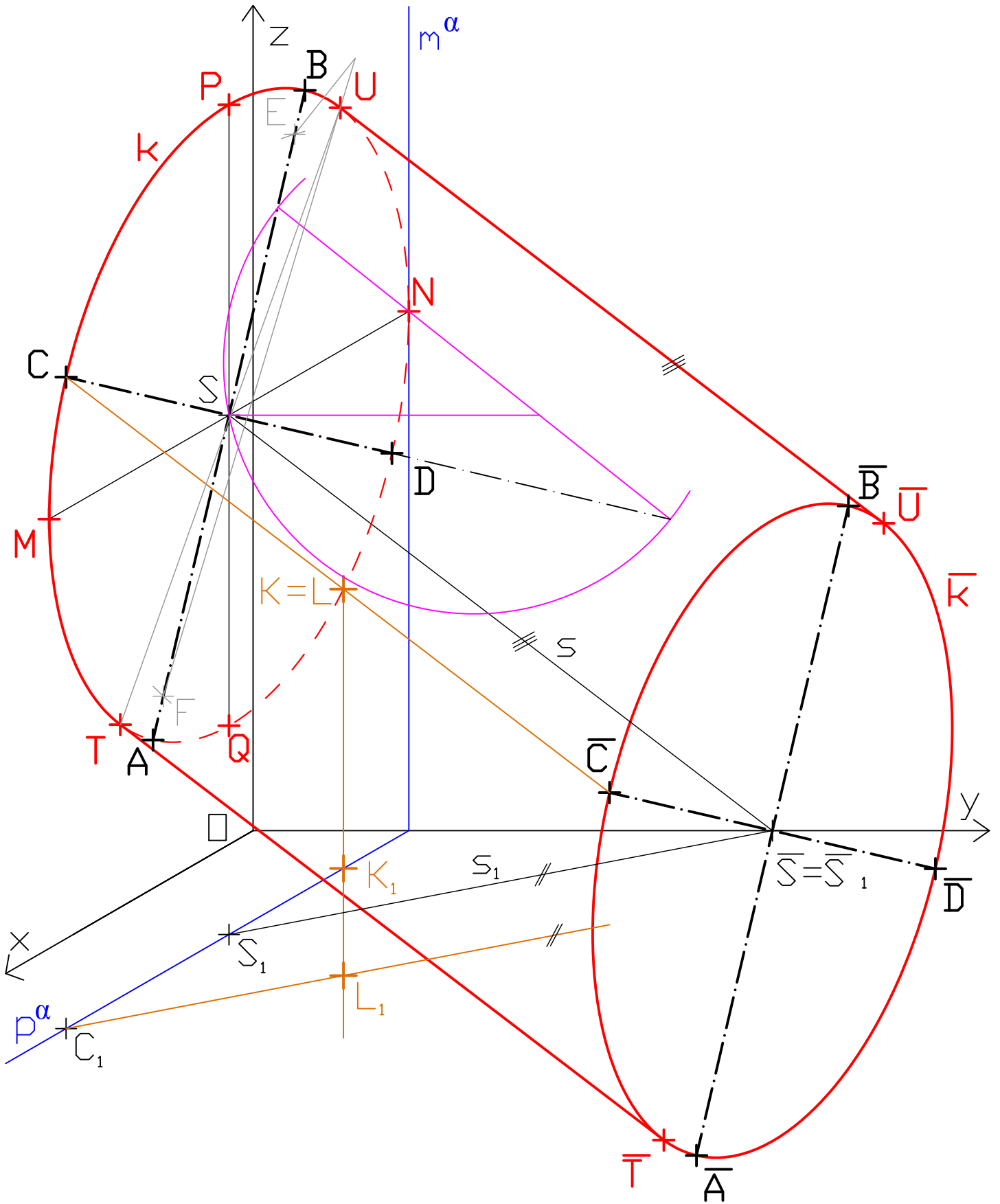
13.) KP: $O[6; 10]$, $\omega=150^\circ$, $q = \frac{2}{3}$

Zobrazte kosý kruhový válec s podstavou o středu $S [6; 3; 10]$ a poloměru $r = 6$ v rovině α rovnoběžné s nárysnou v . Bod $\bar{S} [0; 10; 0]$ je střed druhé podstavy. Válec zobrazte (sestrojte tečny elips daného směru, vyznačte všechny body dotyku) a stanovte viditelnost.

Řešení:

- 1) Zobrazíme kružnici $k(S, 6)$ v rovině α . Použili jsme **Rytzovu konstrukci** pro sdružené průměry PQ, MN .
- 2) Zobrazíme bod \bar{S} a kružnici $\bar{k}(\bar{S}, 6)$. Obraz kružnice \bar{k} je elipsa shodná s obrazem kružnice k , je jen posunutá.
- 3) Abychom válec zobrazili, sestrojíme tečny elips směru $\bar{S}\bar{S}$ (= s , středná). Vždy sestrojíme i body dotyku T, U, \bar{T}, \bar{U} , neboť v těchto bodech může dojít ke změně viditelnosti čar. Stačí sestrojit body dotyku u jedné z elips, neboť $|\bar{T}\bar{T}| = |\bar{U}\bar{U}| = |\bar{S}\bar{S}|$.
- 4) Stanovíme viditelnost. Obrysová čára je vždy viditelná (plná čára). Změna viditelnosti nastane v bodech T a U obrazu kružnice k .
Pro **ověření viditelnosti** jsme použili body $K \in k$ a $L \in \bar{C}\bar{C}$.

13.)



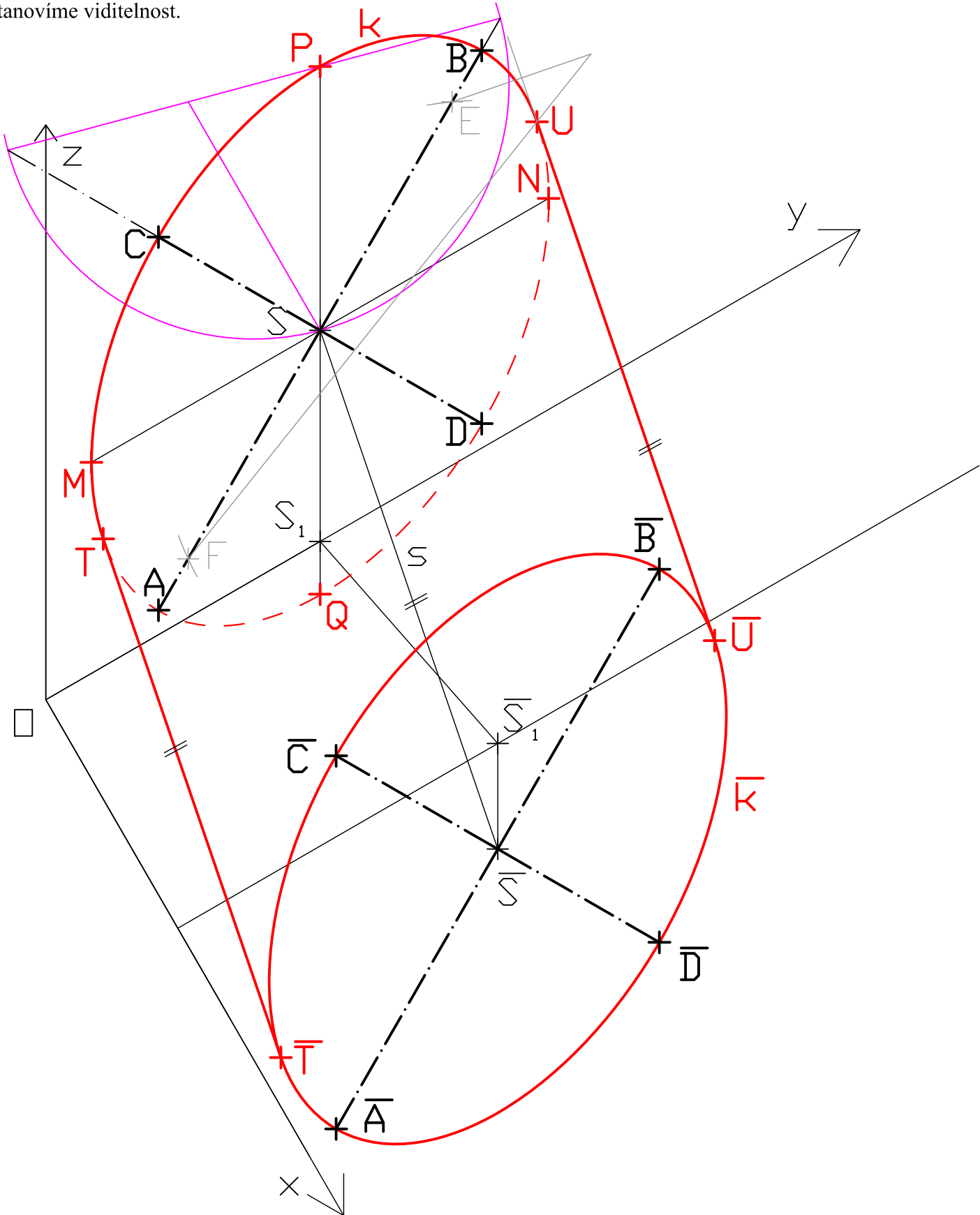
A4 na výšku

14.) VP: $O[3; 10,5]$, osa z svislá, $\omega = \angle(z,y) = 60^\circ$

Zobrazte kosý kruhový válec s podstavovou kružnicí o středu $S [0; 6; 4]$ a poloměru $r = 5$ v bokorysně. Bod $\bar{S} [5; 7; -2]$ je střed druhé podstavy.

Řešení:

- 1) Zobrazíme kružnici $k(S, 5)$ v bokorysně. Použili jsme **Rytzovu konstrukci** pro sdružené průměry PQ, MN .
- 2) Zobrazíme bod \bar{S} a kružnici $\bar{k}(\bar{S}, 5)$. Obraz kružnice \bar{k} je elipsa shodná s obrazem kružnice k , je jen posunutá.
- 3) Sestrojíme tečny elips směru $\bar{S}S$ a body dotyku T, U, \bar{T}, \bar{U} .
- 4) Stanovíme viditelnost.



A4 na výšku

15.) KP: $O[2; 3,5]$, $\omega=315^\circ$, $q = \frac{3}{4}$

Je dán rotační kužel s podstavou kružnicí k o středu $S[2; 4; 7]$ a poloměru $r = 8$ v rovině α rovnoběžné s nárýsnou v . Výška kužele je 10, vrchol kužele má kladnou y -ovou souřadnici. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse a vyznačte body dotyku). Stanovte viditelnost.

Řešení:

1) Zobrazíme kružnici k ($S, 8$) v rovině α . Použili jsme Rytzovu konstrukci pro sdružené průměry PQ, MN .

2) Zobrazíme vrchol V kužele ($|SV| = 10, SV \parallel y$). Abychom kužel zobrazili, sestrojíme tečny elipsy, které procházejí vrcholem V . Vždy sestrojíme i body dotyku T a U , neboť v těchto bodech může docházet ke změně viditelnosti.

3) Stanovíme viditelnost. Obrysová čára je vždy viditelná. Jedná se o pohled zleva, vidíme tedy celou podstavu. Pro ověření viditelnosti jsme použili body $K \in k$ a $L \in CV$.

