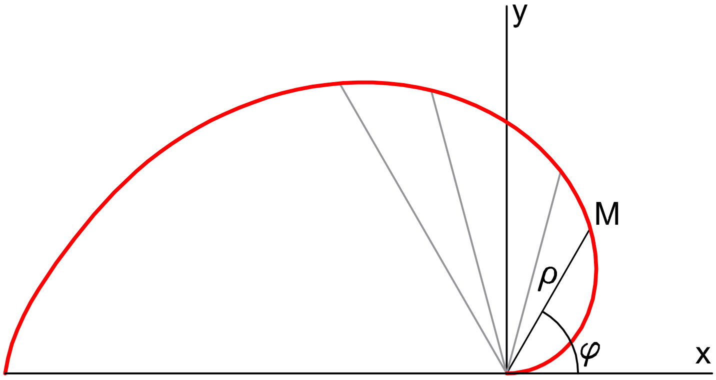
SPIRÁLY

Spirála je rovinná křivka, která vzniká složením dvou pohybů - bod se pohybuje po polopřímce, vzdaluje se od počátečního bodu polopřímky, který se nazývá pól spirály, polopřímka se zároveň otáčí okolo tohoto bodu. Závislost pohybu bodu po polopřímce na úhlu jejího otáčení může být různá, podle toho tedy rozlišujeme nejrůznější druhy spirál. Vzhledem k charakteru pohybu se pro jejich popis zdá nejvhodnější použít polární souřadnice.



Spirály najdeme v přírodě, a to jak v říši rostlin, tak v říši živočišné, příkladem jsou různé lastury, okvětí rostlin, ale i tornáda či galaxie. Spirály našly svoje využití v nejrůznějších oblastech lidské činnosti, v technice, v umění, v architektuře.

První obrázky spirál nalézáme již ve starém Egyptě, ale z pohledu geometrie se s nimi setkáváme poprvé pravděpodobně až v antickém Řecku. Jedna z nejznámějších spirál se jmenuje Archimedova, podle řeckého matematika Archiméda ze Syrakus, který ji neobjevil, ale použil ji pro rektifikaci kružnice ve svém díle O spirálách.

Druhá nejznámější spirála je logaritmická spirála, příklady jejího použití najdeme dávno v historii, velkého zájmu se jí dostává od té doby, kdy ji švýcarský matematik Jakob Bernoulli roku 1692 nazval "spiral mirabilis", zázračná spirála, protože byl jejími matematickými vlastnostmi oslněn.

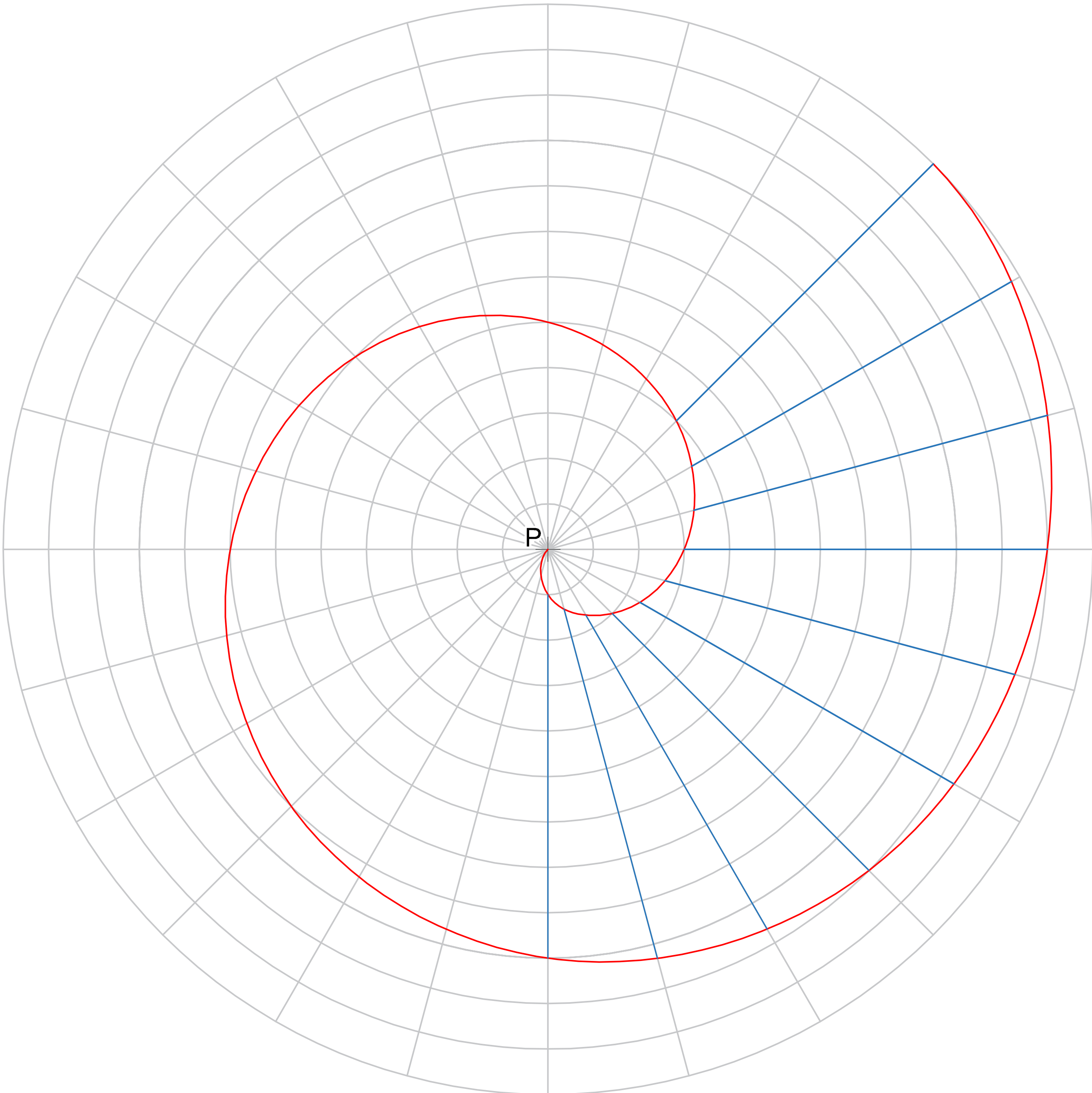
Řecko Olympia foto Dana Kolářová

Archimedova spirála

S Archimedovou spirálou jsme se již setkali u evoluty kružnice, v technické praxi ji najdeme například při záznamu hudby na gramofonové desce.

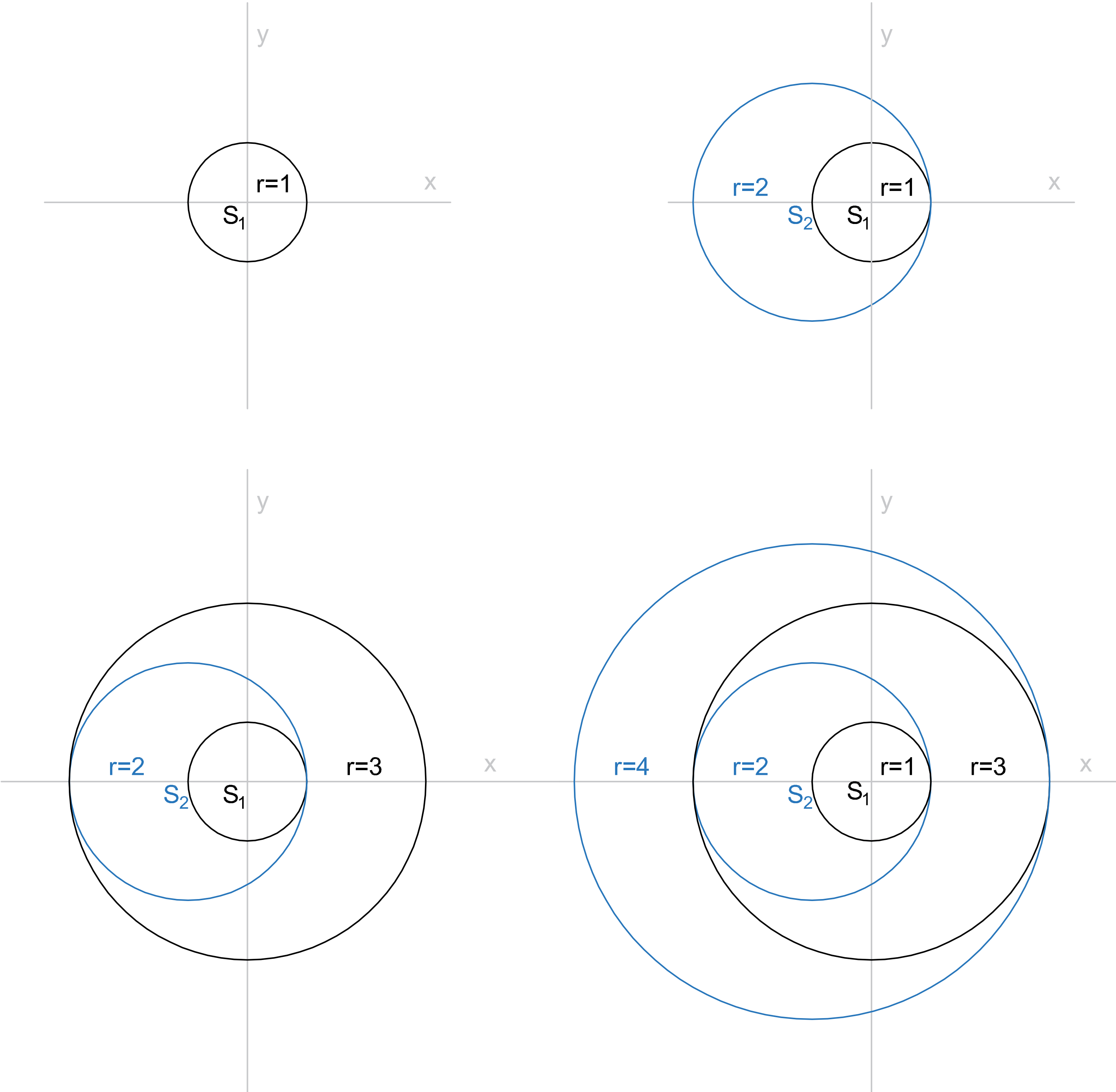
Matematicky ji popíšeme v polárních souřadnicích rovnicí $r = a\theta$.

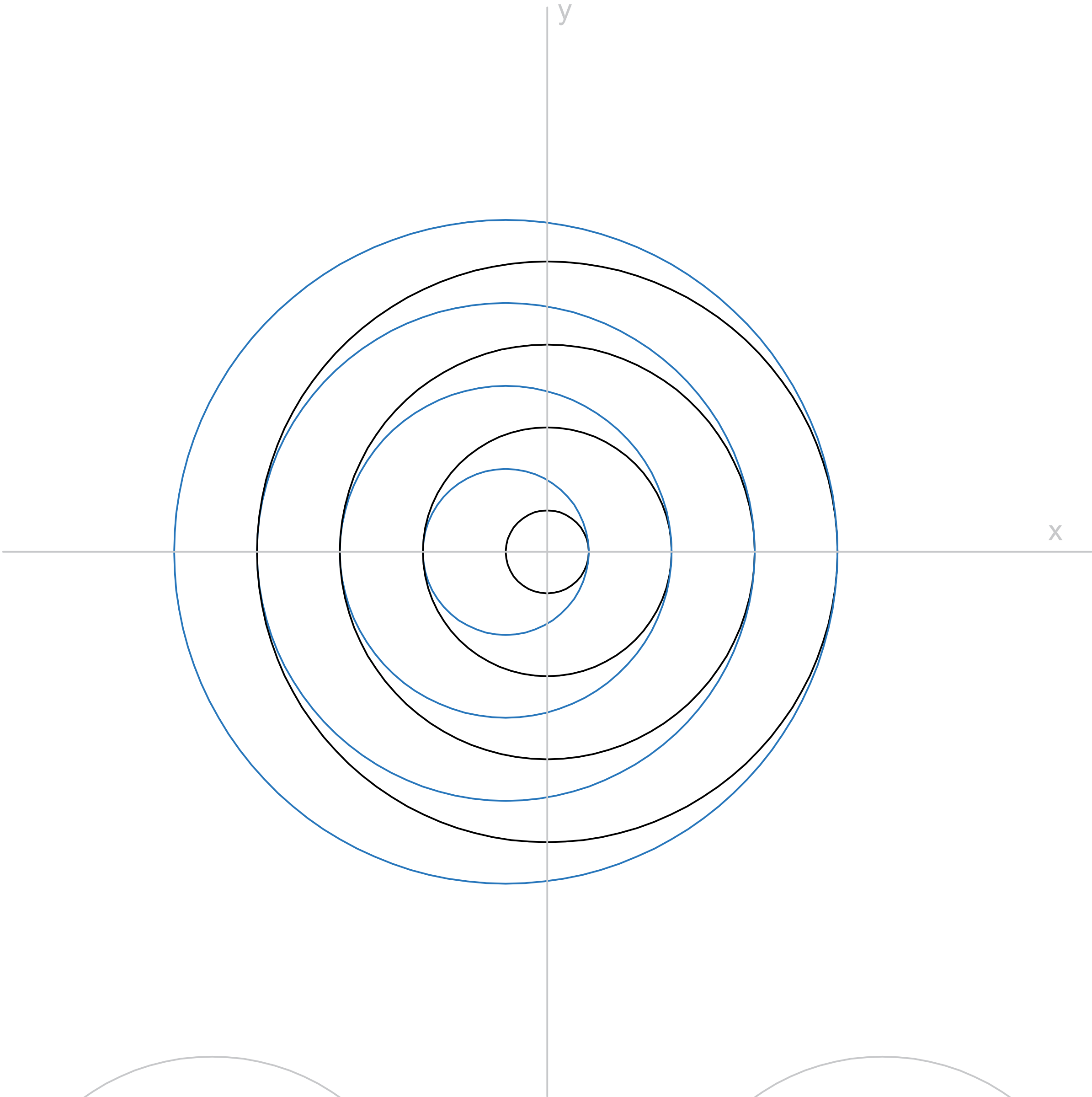
Pohyb bodu je rovnoměrný, pól i počátek spirály jsou totožné. Paprsek vycházející z pólu spirály protíná spirálu v bodech, jejichž vzdálenosti od pólu tvoří aritmetickou posloupnost.

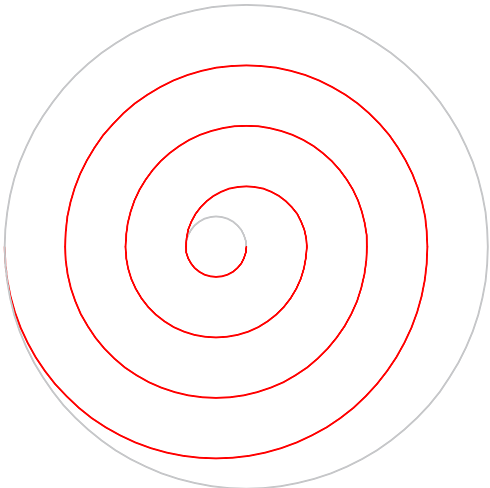


Dvojstředová spirála

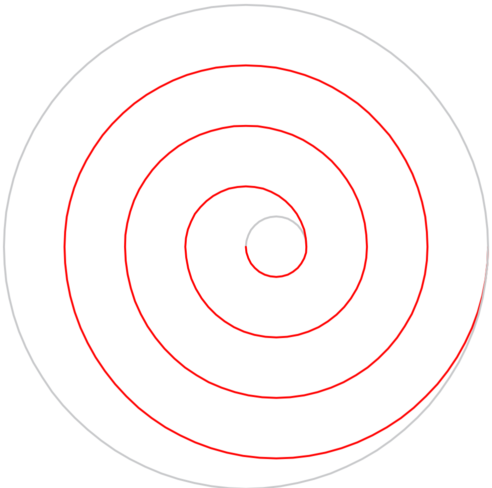
Jedná se o spirálu, která vzniká z navazujících kruhových oblouků. Podle obrázku vytváříme dva systémy kružnic, kdy jeden systém kružnic má střed v bodě $S_1[0,0]$ a poloměry r=1, r=3, r=5,..
a druhý v bodě $S_2[-1,0]$ a poloměry r=2, r=4, r=6,... Potom vždy použijeme dolní nebo horní půlkružnici. Kružnice navazují v bodech na ose x, kde mají společnou tečnu.







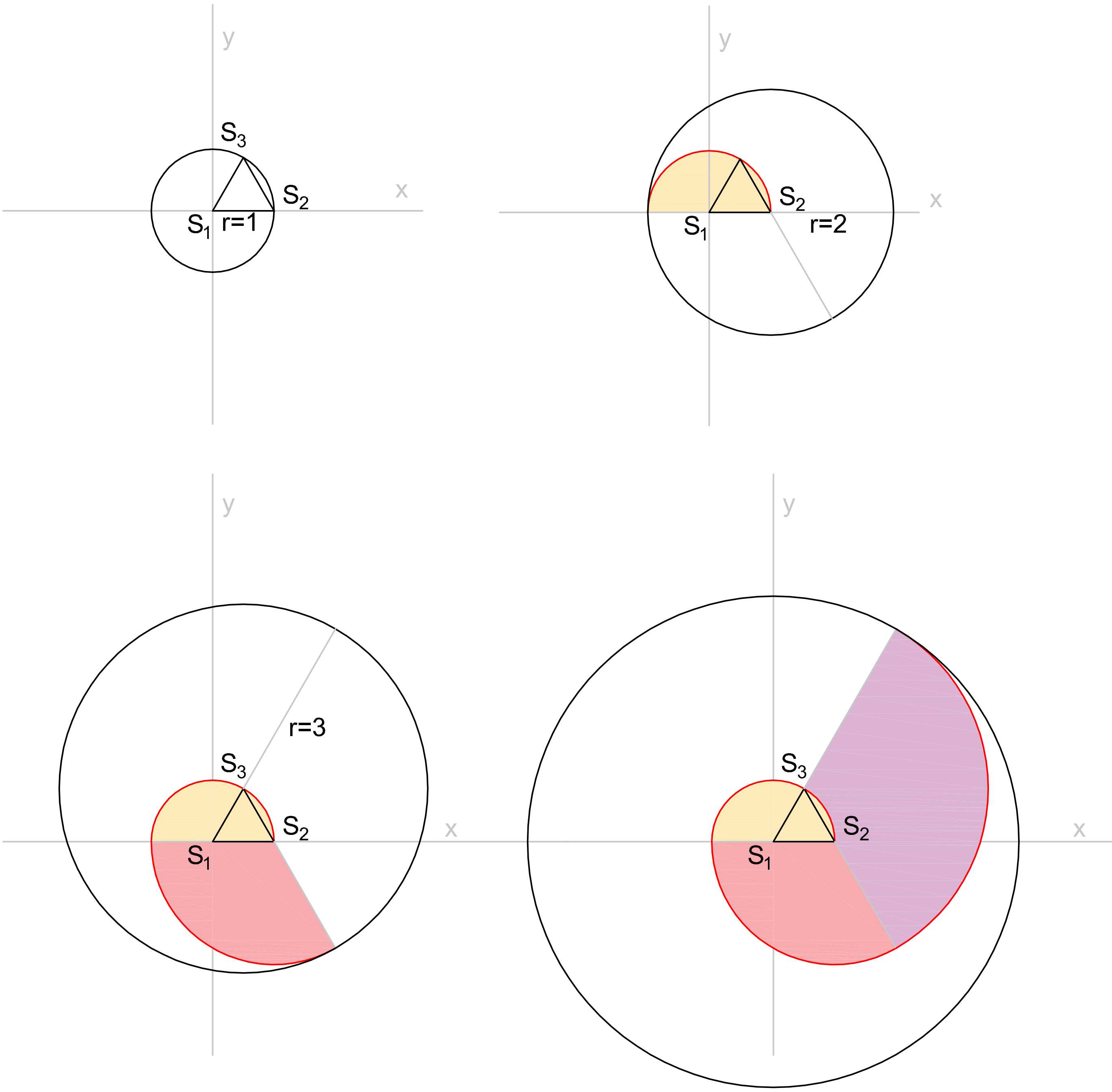
pravotočivá spirála

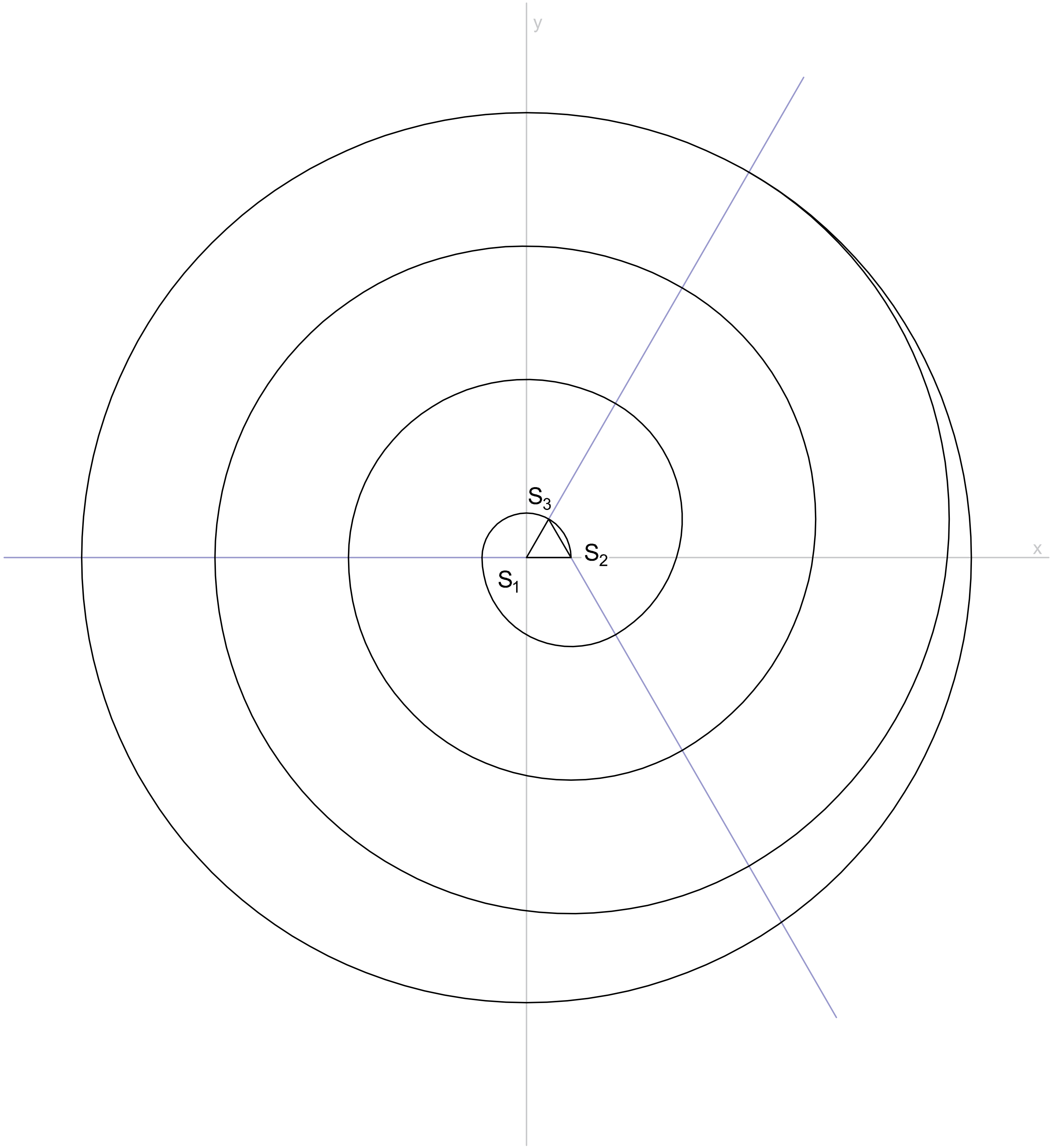


levotočivá spirála

Třístředová spirála

I zde se jedná o spirálu, která vzniká z navazujících kruhových oblouků. Podle obrázku vytváříme tři systémy kružnic, středy těchto kružnic jsou vrcholy rovnostranného trojúhelníku. Z první kružnice použijeme polovinu, dále vždy oblouk odpovídající středovému úhlu α=120°.

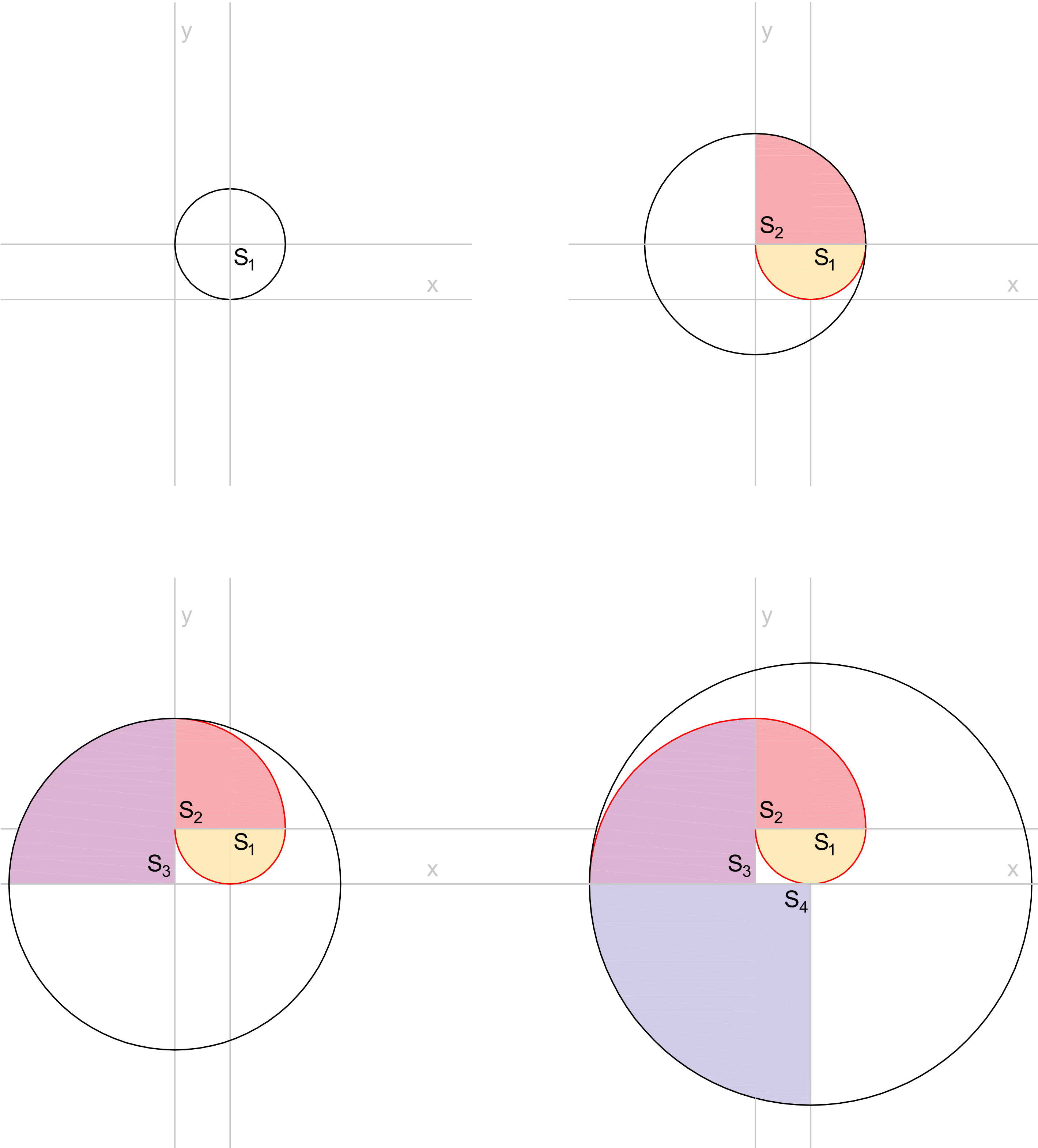


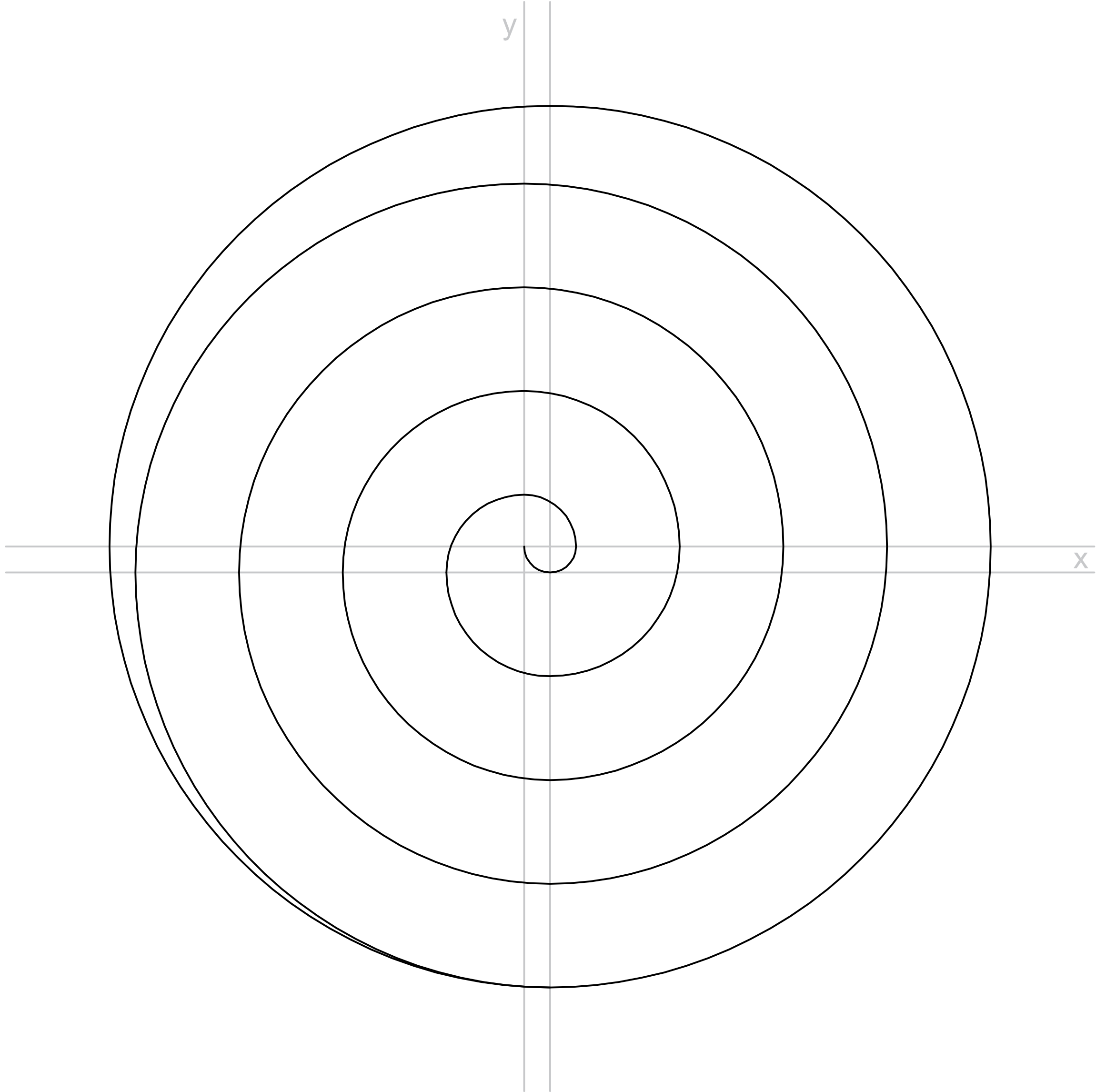


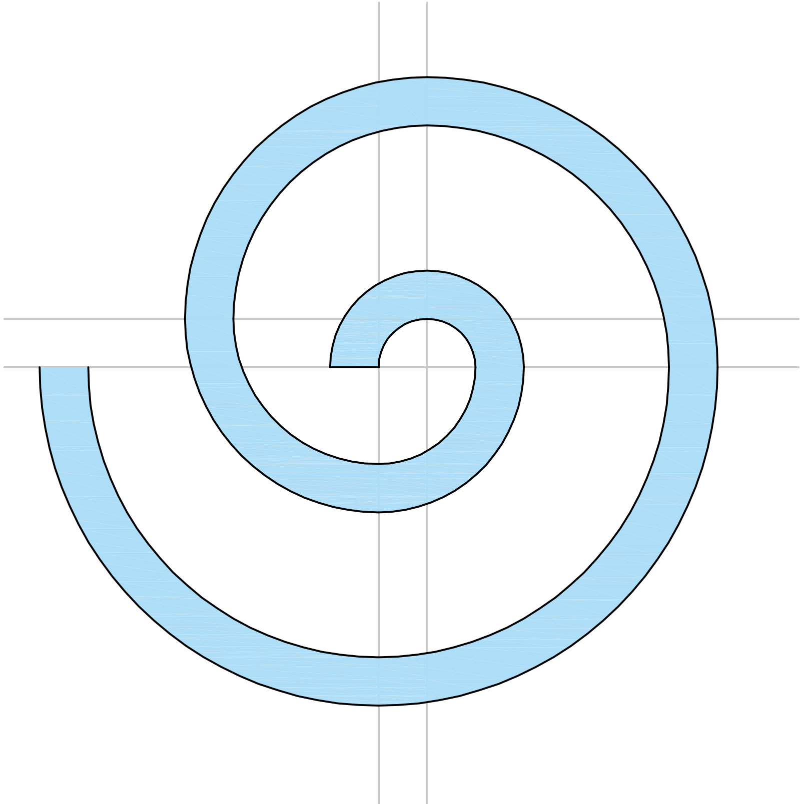
U těchto spirál se vzdálenost bodu od středu při otočení o 360^{o} vždy zvětší o 3a, kde a je velikost strany počátečního rovnostranného trojúhelníka..

Čtyřstředová spirála

Další spirála, která vzniká z navazujících kruhových oblouků. Podle obrázku vytváříme celkem čtyři systémy kružnic, z každé kružnice použijeme vždy jen čtvrtinu, první systém kružnic má střed v bodě $S_1[1,1]$ a poloměry r=1, r=5,.. druhý v bodě $S_2[0,1]$ a poloměry r=2, r=6,...třetí má střed v bodě $S_3[0,0]$ a poloměry r=3, r=7,..čtvrtý v bodě $S_4[1,0]$ a poloměry r=4, r=8,.. Čtvrtkružnice navazují v bodech, kde mají společnou tečnu.







Tuto spirálu lze jednoduše zdvojit.

Logaritmická spirála (zvaná též zázračná spirála)

Tato spirála se nejčastěji vyskytuje v přírodě. Například ramena spirálních galaxií, tropické cyklóny, schránky měkkýšů, dráha letu dravců při sledování kořisti a další.

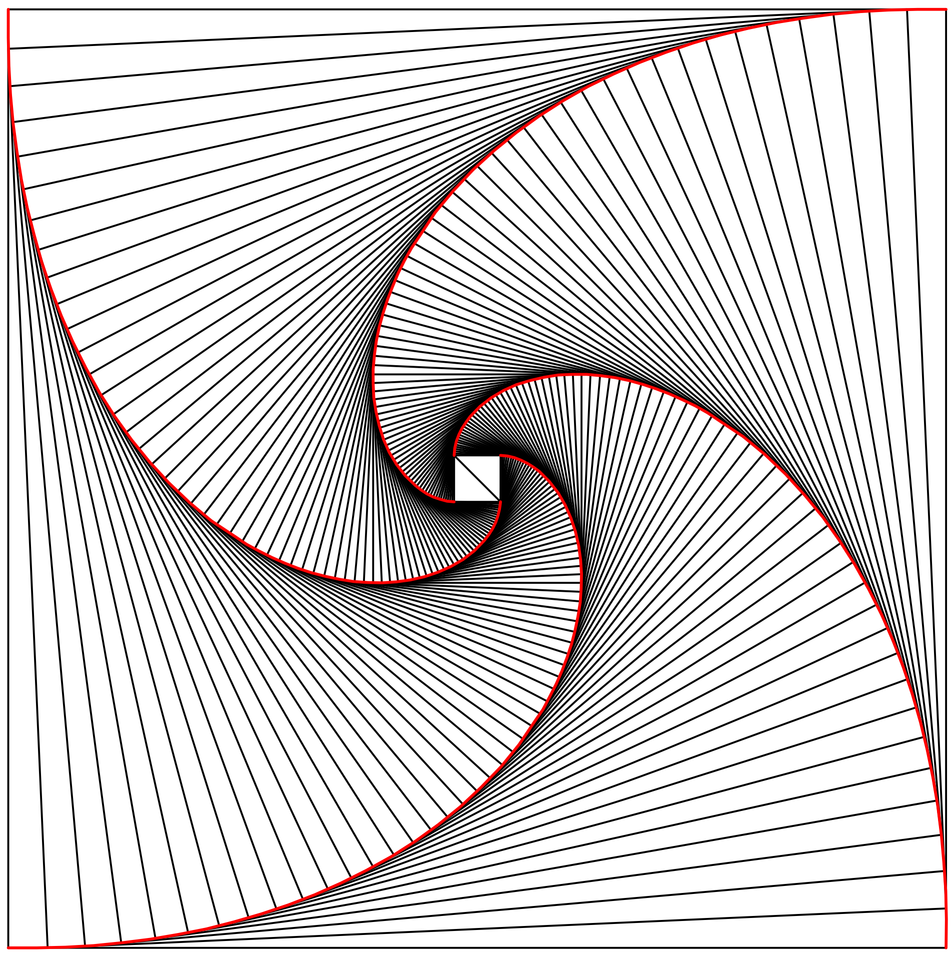
Matematicky ji popíšeme v polárních souřadnicích rovnicí $r = ae^{b\theta}$.

Paprsek vycházející z pólu spirály protíná spirálu v bodech, jejichž vzdálenosti od pólu spirály tvoří geometrickou posloupnost.

Logaritmická spirála se též nazývá ekviangulární (rovnoúhlá), protože spojnice pólu spirály a libovolného jejího bodu protíná spirálu vždy pod stejným úhlem.

Jednou z jejích dalších vlastností je soběpodobnost, při libovolném zvětšení se její tvar nemění.

Většinou se ale setkáváme s jejími aproximacemi.

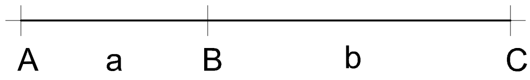


Zlatá spirála

Zlatá spirála je zvláštním případem logaritmické spirály. V praxi většinou tuto spirálu aproximujeme křivkou složenou z kruhových oblouků. Tyto aproximace bývají často označovány přímo jako zlatá spirála.

Používané jsou tři typy, nejčastěji jde o spirálu, jejíž konstrukce vychází ze zlatého obdélníku. Další možností je vzít za základ zlatý trojúhelník.

Někdy ji nahrazujeme tzv. Fibonacciho spirálou.

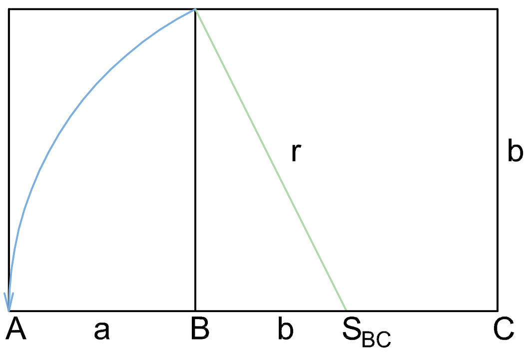


Zlatý řez

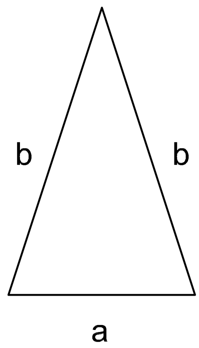
a:b=b:(a+b)

$\varphi=\frac{a}{b}$ $\varphi=1.618$

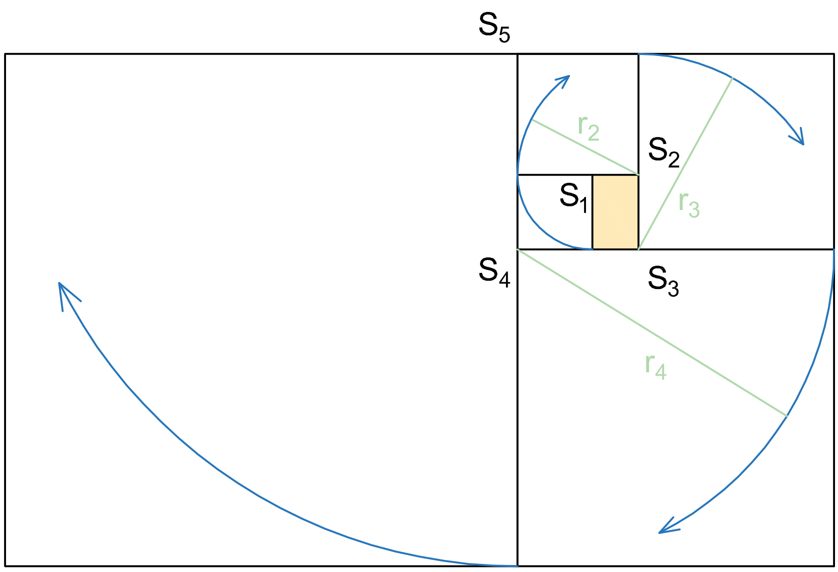
Zlatý obdélník



Zlatý trojúhelník

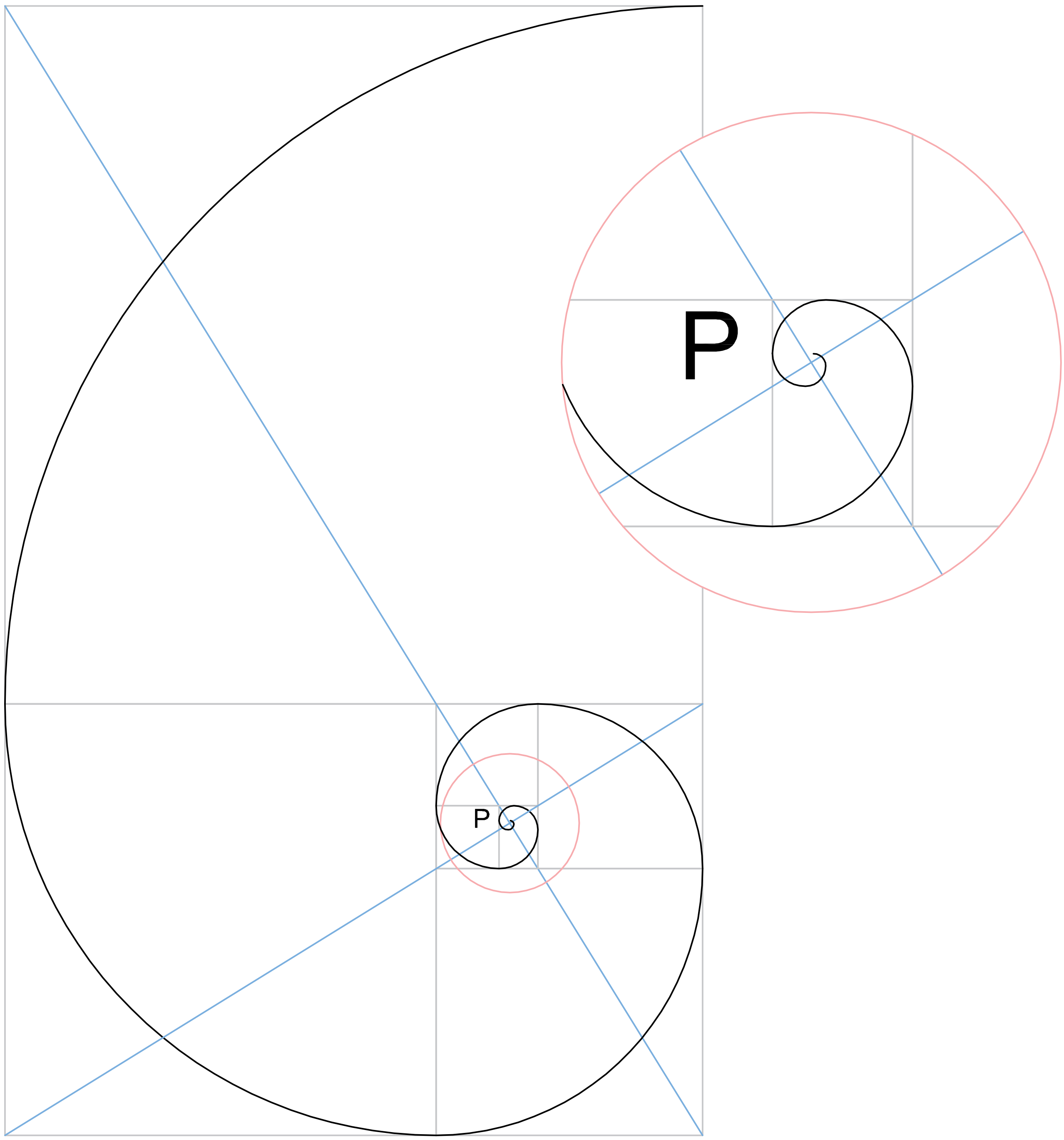


Pokud zvětšíme zlatý obdélník tak, že přidáme čtverec k jeho delší straně, vznikne opět zlatý obdélník. Postup opakujeme.
Při aproximaci zlaté spirály využíváme čtvrtkružnice, které mají střed vždy ve vrcholech zlatých obdélníků.



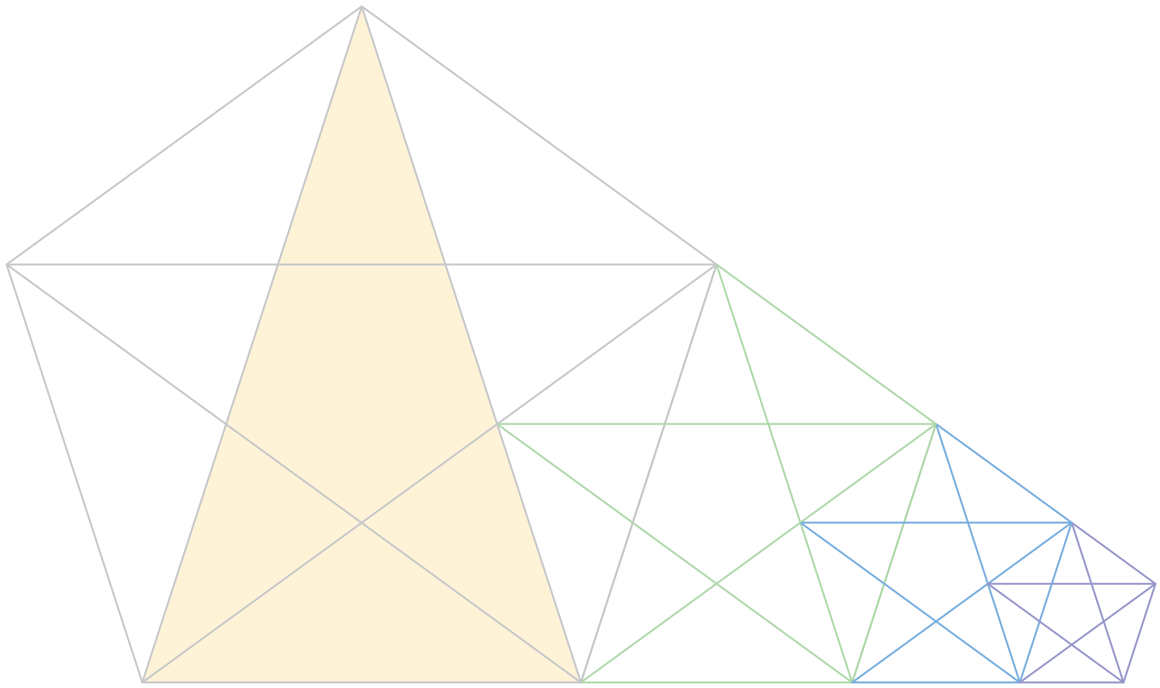
Aproximace zlaté spirály pomocí zlatých obdélníků

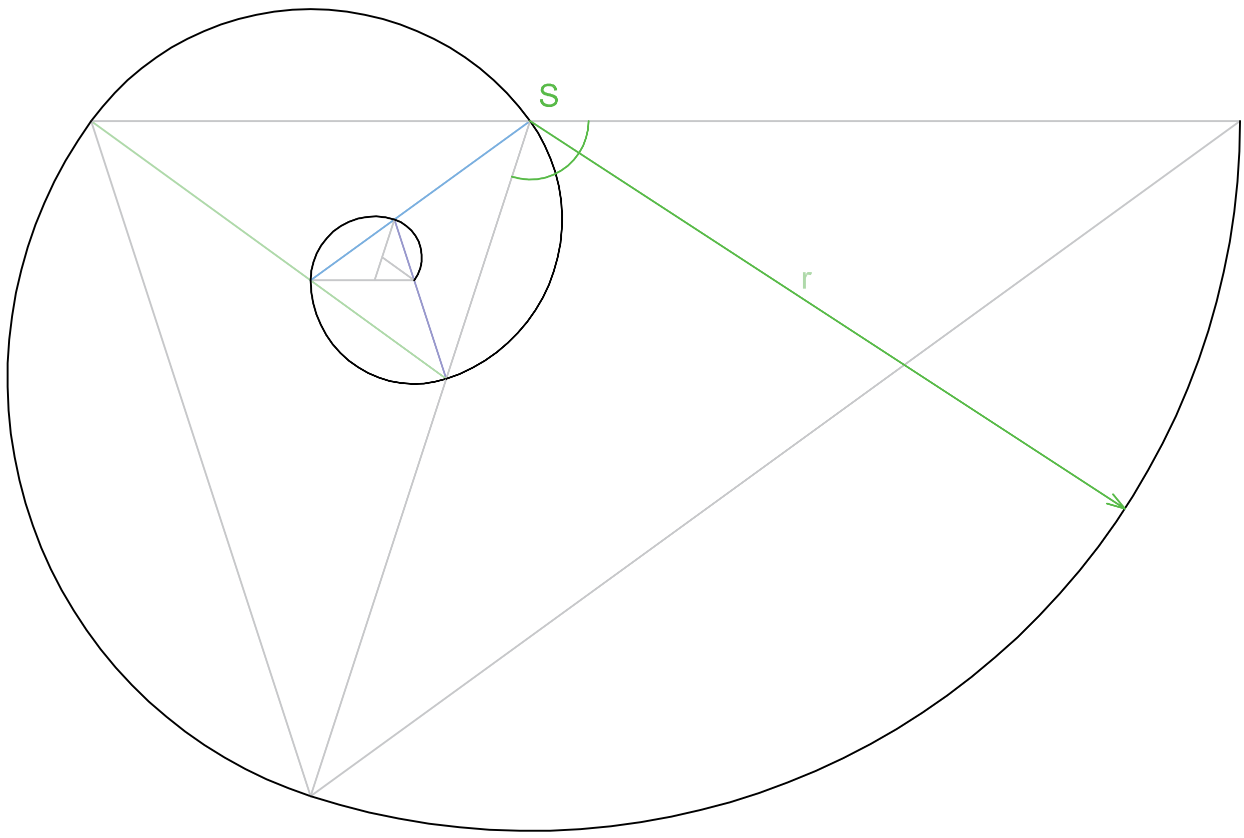
Úhlopříčky zlatých obdélníků se protínají v jednom bodě, který je pólem zlaté spirály. Křivka se k němu limitně blíží.



Přibližná konstrukce zlaté spirály na základě zlatého trojúhelníku.

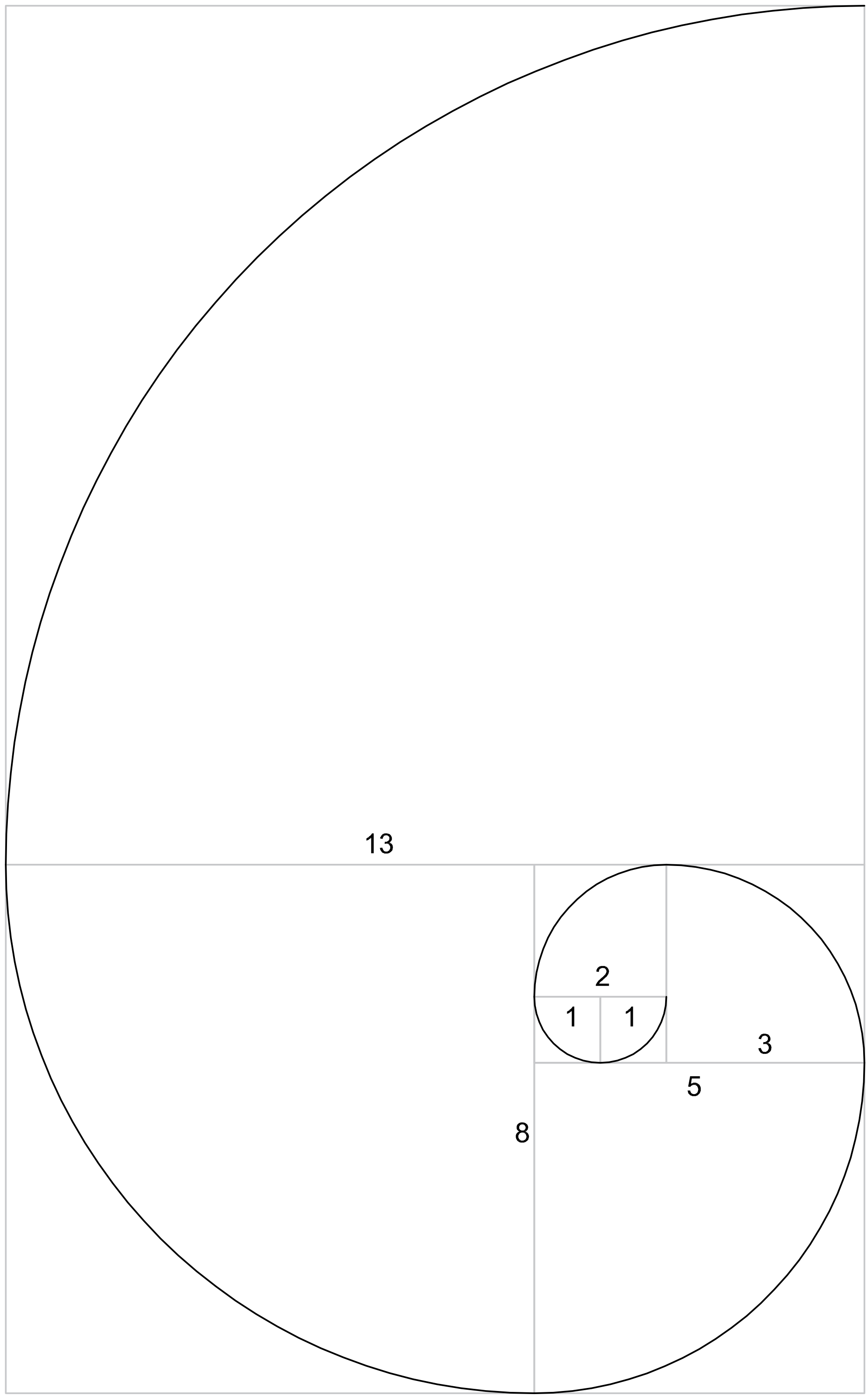
Potřebné zlaté trojúhelníky nejjednodušším způsobem sestrojíme pomocí pravidelných pětiúhelníků. Používáme navazující kruhové oblouky, které odpovídají středovému úhlu α = 108°.





Fibonacciho spirála

Aproximuje zlatou spirálu, používáme posloupnost čtverců, jejichž strany mají velikost Fibonacciho čísel, tj. 1,1,2,3,5,8,13,21,34. Vhodnost této volby vychází z vlastností Fibonacciho posloupnosti, kdy podíl sousedních čísel se limitně blíží poměru zlatého řezu.

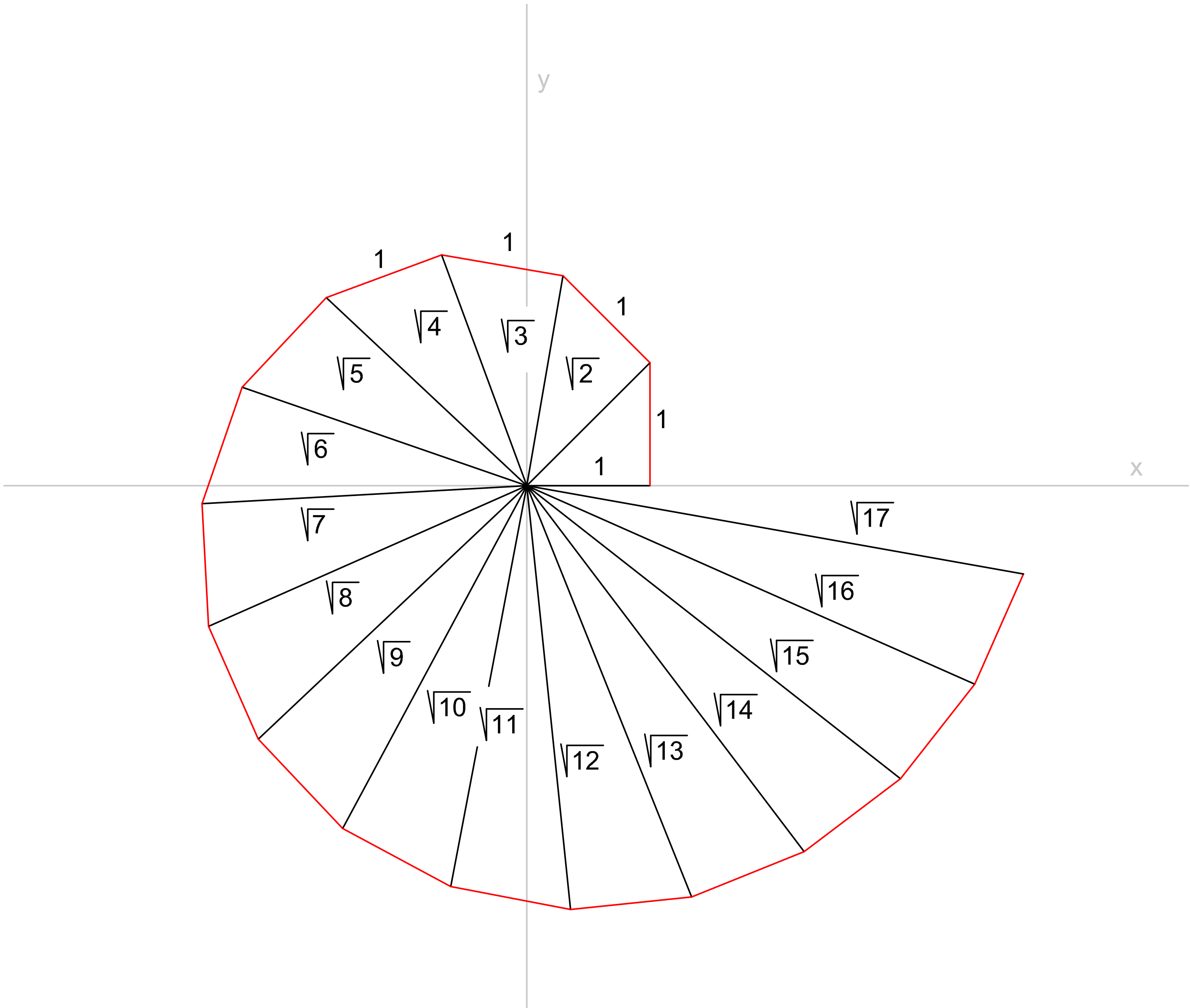


Theodorova spirála

První známou konstrukci této spirály vytvořil řecký matematik Theódoros z Kyrény.

Spirála je vytvořena pomocí posloupnosti pravoúhlých trojúhelníků, první z nich je rovnoramenný pravoúhlý trohúhelník, jehož odvěsny mají velikost a=1, přepona tohoto trojúhelníku se stane delší odvěsnou druhého pravoúhlého trojúhelníku, druhá odvěsna je rovna opět a=1. Postup opakujeme.

Výsledná spirála je tvořena úsečkami velikosti a=1.



Další příklady spirál

Je zde uvedeno jen několik příkladů spirál, které se nejčastěji využívají v praxi architekta nebo designéra**.** Na závěr bych tedy ráda ještě ukázala příklady z praxe.

Řecko Epidaurus foto Dana Kolářová

Řecko Delfy foto Dana Kolářová

Příklady použití v současné architektuře

Architekt Robert Woodward použil nádherný tvar spirály při řešení nábřeží v Darling Harbouru v Sydney, Spiral Water Feature byla dokončena v roce 1988.

Dostupné z http://www.environment.nsw.gov.au/heritageapp/viewheritageitemdetails.aspx?id=5061721 [cit.2017-01-15]

V roce 2009 použil architekt Sue Dick Fibonacciho spirálu v arboretu v Eastwoodhill na Novém Zélandě jako symbol a poctu zakladateli arboreta.

Dostupné z http://www.eastwoodhill.org.nz/explore/our-spaces/the-fibonacci-spiral/ [cit.2017-01-15]

Příklady použití v umění

Spirála Jetty od Roberta Smithsona, která vznikla v roce 1970 ve státě Utah, je známým příkladem landartu.

Dostupné z https://www.khanacademy.org/humanities/art-1010/minimalism-earthworks/a/smithsons-spiral-jetty [cit.2017-01-15]

foto Irena Lálová

Červí díra od Jany Lálové byla vystavena na mezinárodní výstavě PPM 2016.