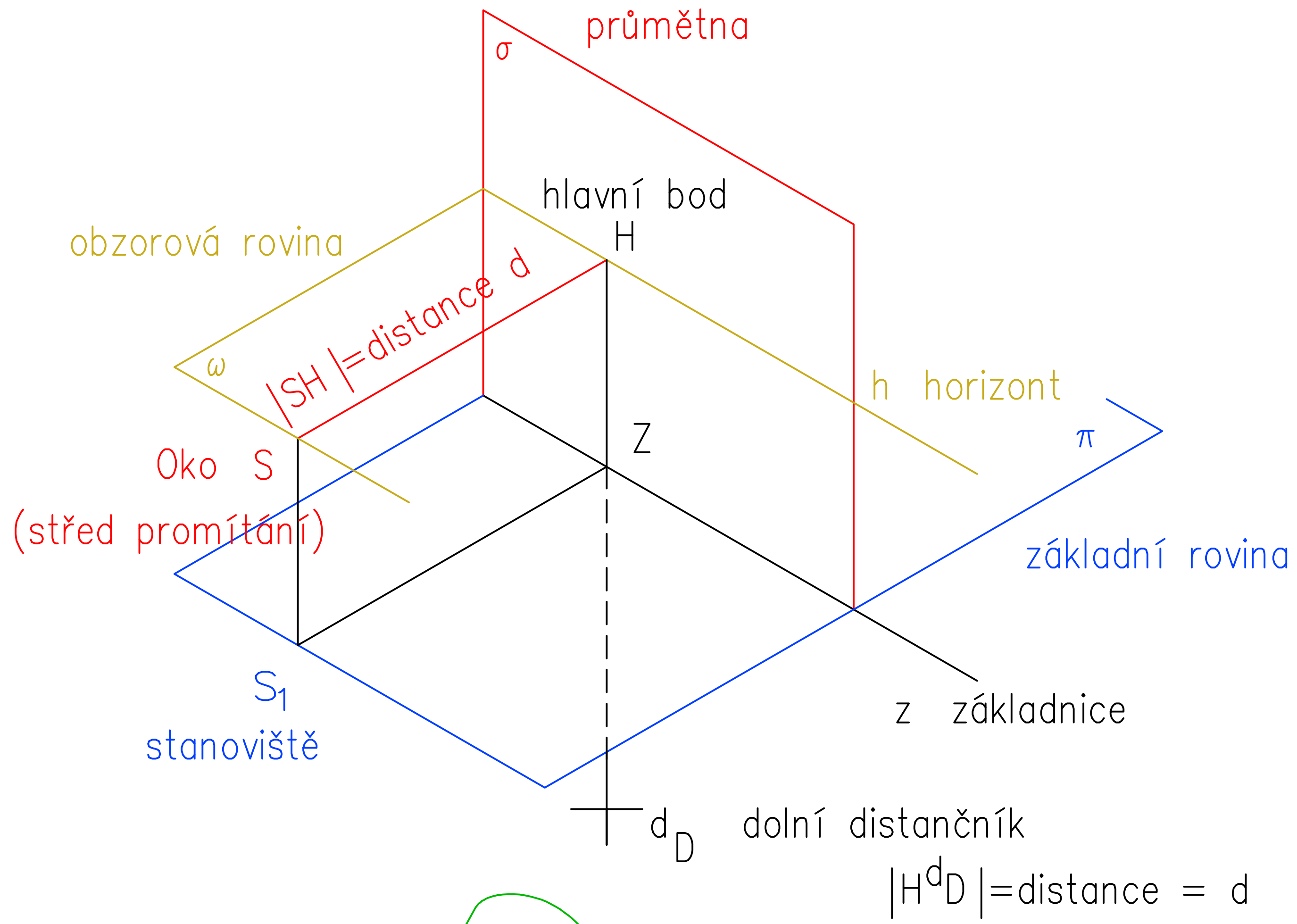
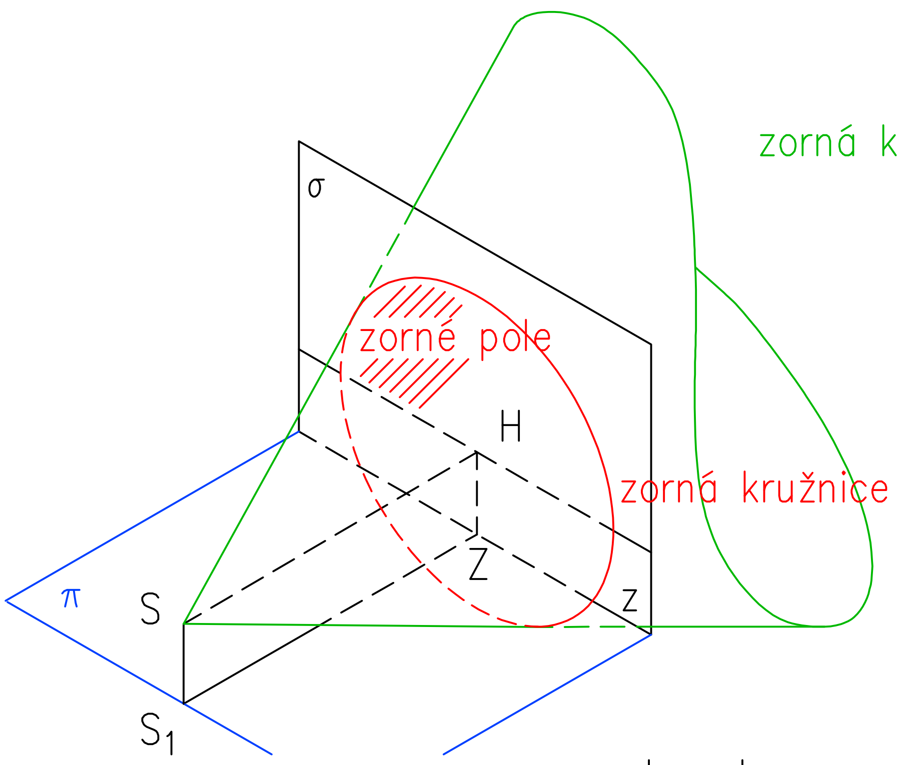
LINEÁRNÍ PERSPEKTIVA

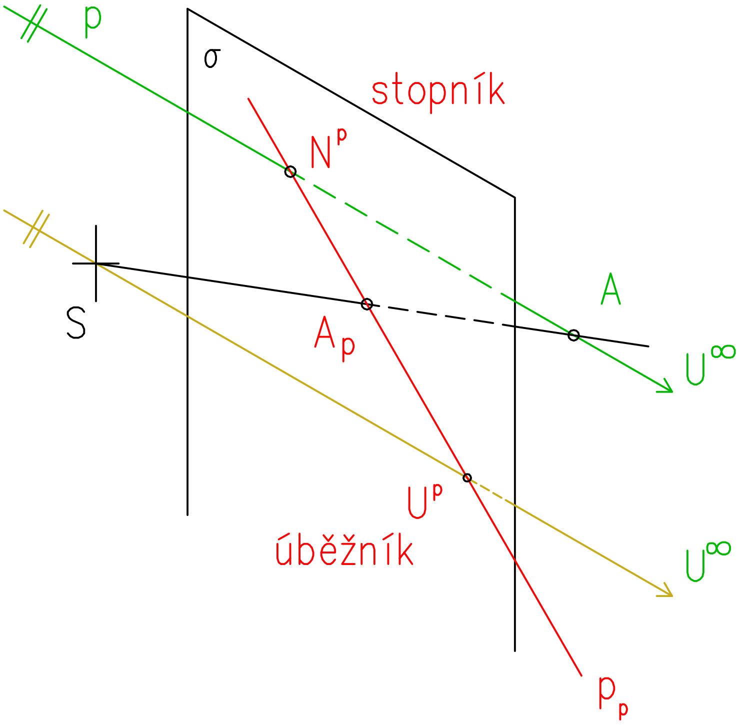
Připomeňme si některé základní pojmy.



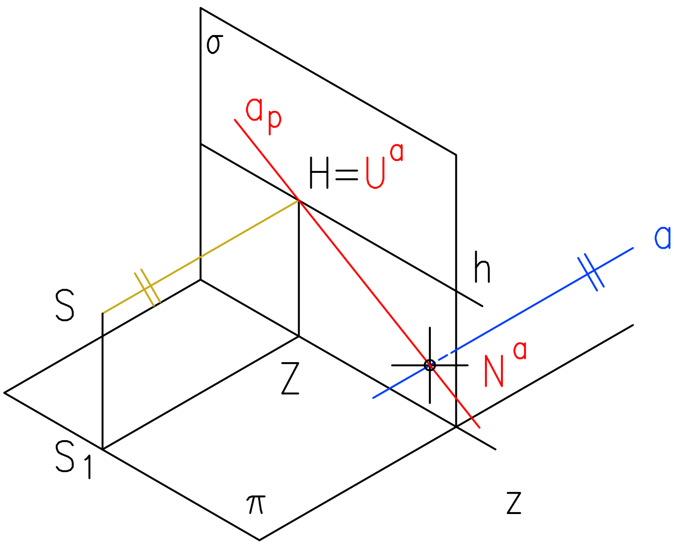


Lidské oko v klidu vidí ostře jen tu část prostoru, která je ohraničena tzv. zornou kuželovou plochou. Osa plochy je přímka SH, odchylka povrchové přímky od osy SH je 20° až 25°. Správně perspektivně zobrazené objetky (odpovídající lidskému vidění) leží unitř tzv. zorné kružnice.

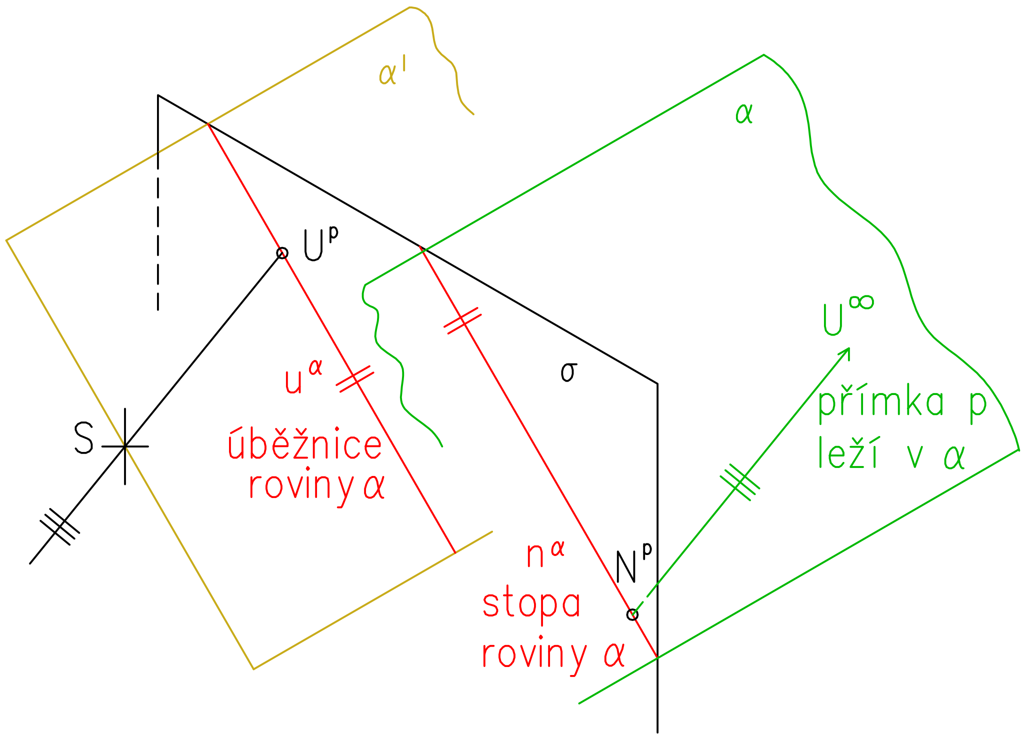
Poloměr zorné kružnice je mezi $\frac{d}{2}$ a $\frac{d}{3}$, d značí distanci.
Uvažujeme vždy distanci $d \geq 20$ cm.



Průmět bodu A (perspektiva A_p bodu A) je průsečík přímky SA s průmětnou σ.
Průmět nevlastního bodu U^∞ je průsečík přímky SU^∞ s průmětnou σ.
Zobrazujeme-li přímku, sestrojujeme průměty dvou bodů zadané přímky.
Průsečík přímky p s průmětnou σ nazýváme stopník přímky p.
Průmět nevlastního bodu přímky p nazýváme úběžník přímky p.



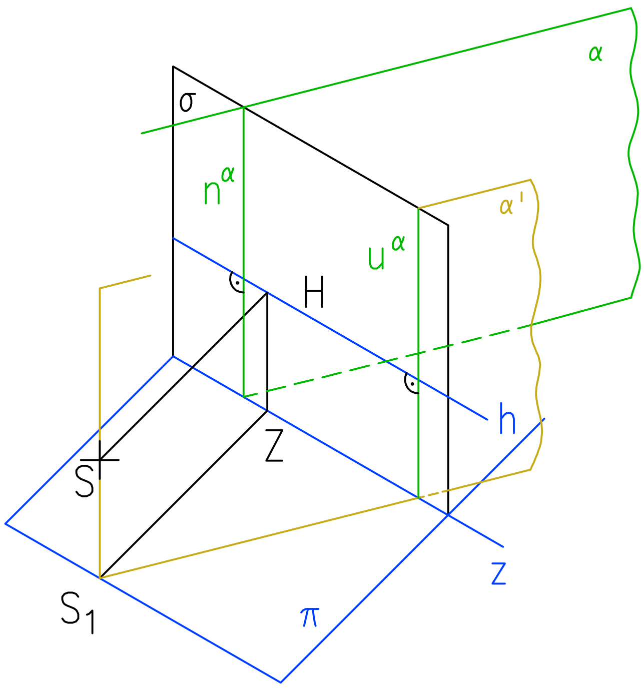
V dalším budeme hojně používat tzv. hloubkové přímky.
Jsou to přímky kolmé k průmětně σ.
Úběžník hloubkových přímek je hlavní bod H



Průmětem roviny v obecné poloze je celá průmětna.
Pro roviny často sestrojujeme stopu a úběžnici.
Stopa roviny je průsečnice dané roviny s průmětnou σ.

Úběžnice roviny je obraz nevlastní přímky dané roviny, tj. množina obrazů všech nevlastních bodů dané roviny.

Úběžnice roviny α je průsečnice průmětny a roviny α', která prochází bodem S a je rovnoběžná s rovinou α.
Stopa a úběžnice jedné roviny jsou rovnoběžné přímky.
Úběžník U^p přímky p roviny α leží na úběžnici roviny α, stopník N^p přímky p roviny α leží na stopě roviny α.



Stopa základní roviny je základnice z.

Úběžnice základní roviny je horizont h.

V dalším budeme často používat svislé roviny, tj. roviny kolmé k základní rovině.

Stopa a úběžnice svislé roviny α (pokud jsou vlastní) jsou přímky kolmé k horizontu.

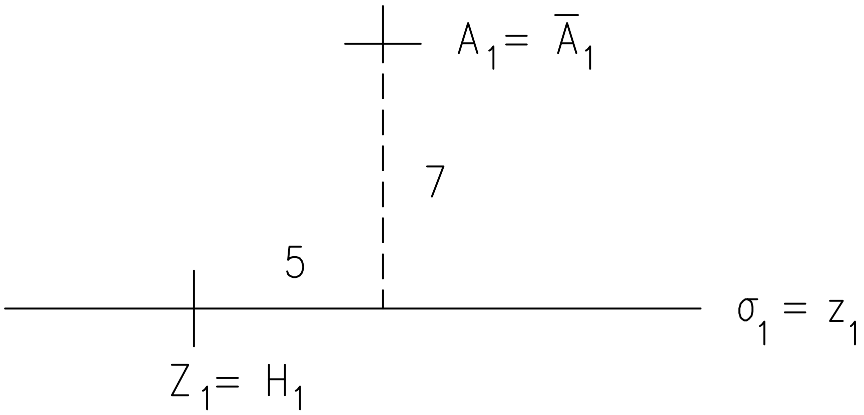
1) A4 na výšku

LP: $H[9,24]$; $v_h=6$; $\underline{d}=22$

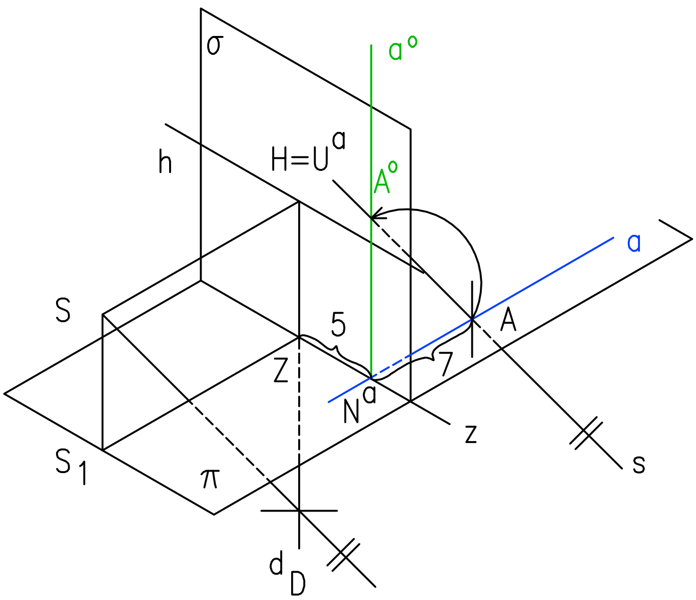
Zobrazte body A a $\overline{A}$. (V obrázku jsou pravoúhlé průměty objektů v základní rovině π.)

$A \in \pi$

$\overline{A}$ nad π, $|A\overline{A}| = 4$



Řešení: 1. Protože bod A leží v π, otočíme základní rovinu π kolem základnice z do průmětny σ. Získáme bod A^o.



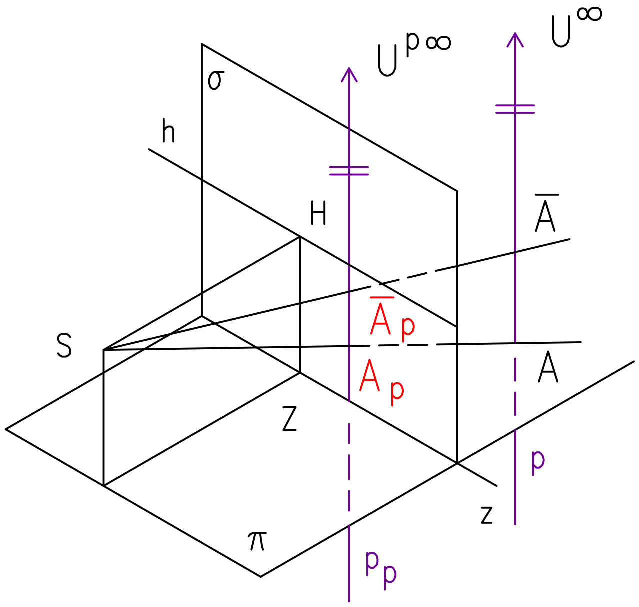
Při zobrazení bodu použijeme obrazy dvou přímek, na kterých bod A leží. Zobrazíme hloubkovou přímku a procházející bodem A. Stopník přímky a leží na základnici a získáme ho sestrojením otočené hloubkové přímky a^o. Přímka a^o prochází bodem A^o a je kolmá k základnici.

Úběžník přímky a je bod H. Perspektiva a_p přímky a je přímka N^aH.

Zobrazíme přímku $s=A^oA$. Stopník přímky s je bod A^o, úběžník přímky s je dolní distančník ${}^dD$. Perspektiva s_p přímky s je přímka ${}^dDA^o$.

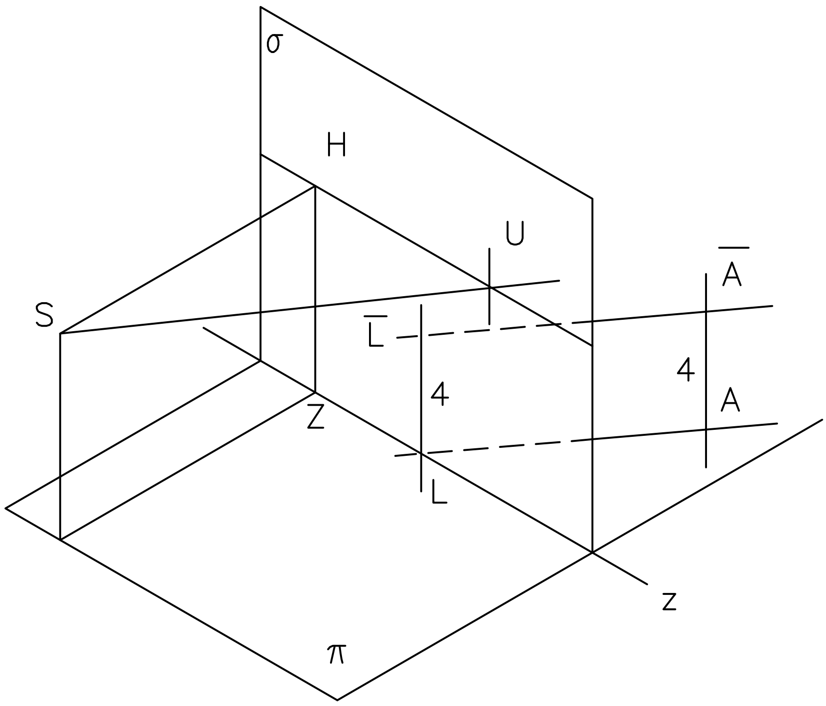
Perspektiva A_p bodu A je průsečík přímek a_p a s_p.

2. Zobrazíme bod $\overline{A}$. Přímka $p=A\overline{A}$ je kolmá k π, je to tzv. vertikální přímka. Protože je přímka p rovnoběžná s průmětnou, je jejím obrazem přímka p_p rovnoběžná s přímkou p. Přímka p_p prochází bodem A_p a je rovnoběžná s tzv. hlavní vertikálou ZH.



Stopník i úběžník přímky p jsou nevlastní body.

3. Úsečka zadané délky se v perspektivě zobrazí jako úsečka stejné délky jen v případě, že tato úsečka leží v průmětně.



Vynášení výšek

V průmětně σ sestrojíme úsečku $L\overline{L}$ délky $|A\overline{A}|$, bod L leží na základnici a $L\overline{L}$ je rovnoběžka s $A\overline{A}$. Pak zobrazíme přímky LA a $\overline{L}\,\overline{A}$, jsou to přímky rovnoběžné se základní rovinou a tedy jejich společný úběžník leží na úběžnici základní roviny, tj. na horizontu, $U=LA_p \cap h$. Perspektiva bodu $\overline{A}$ je bod $\overline{A}_p=\overline{L}U \cap p_p$.

Konstrukci můžeme popsat trochu jinak: Zvolíme libovolný úběžník V na horiznotu, označíme $VA_p \cap z=K$. Sestrojíme úsečku $K\overline{K}$ délky $|A\overline{A}|$, $K\overline{K} \parallel A\overline{A}$. Perspektiva bodu $\overline{A}$ je bod $\overline{A}_p=\overline{K}V \cap p_p$. Velmi často volíme úběžník H a zobrazíme hloubkovou přímku $\overline{a}$ procházející bode $\overline{A}$.

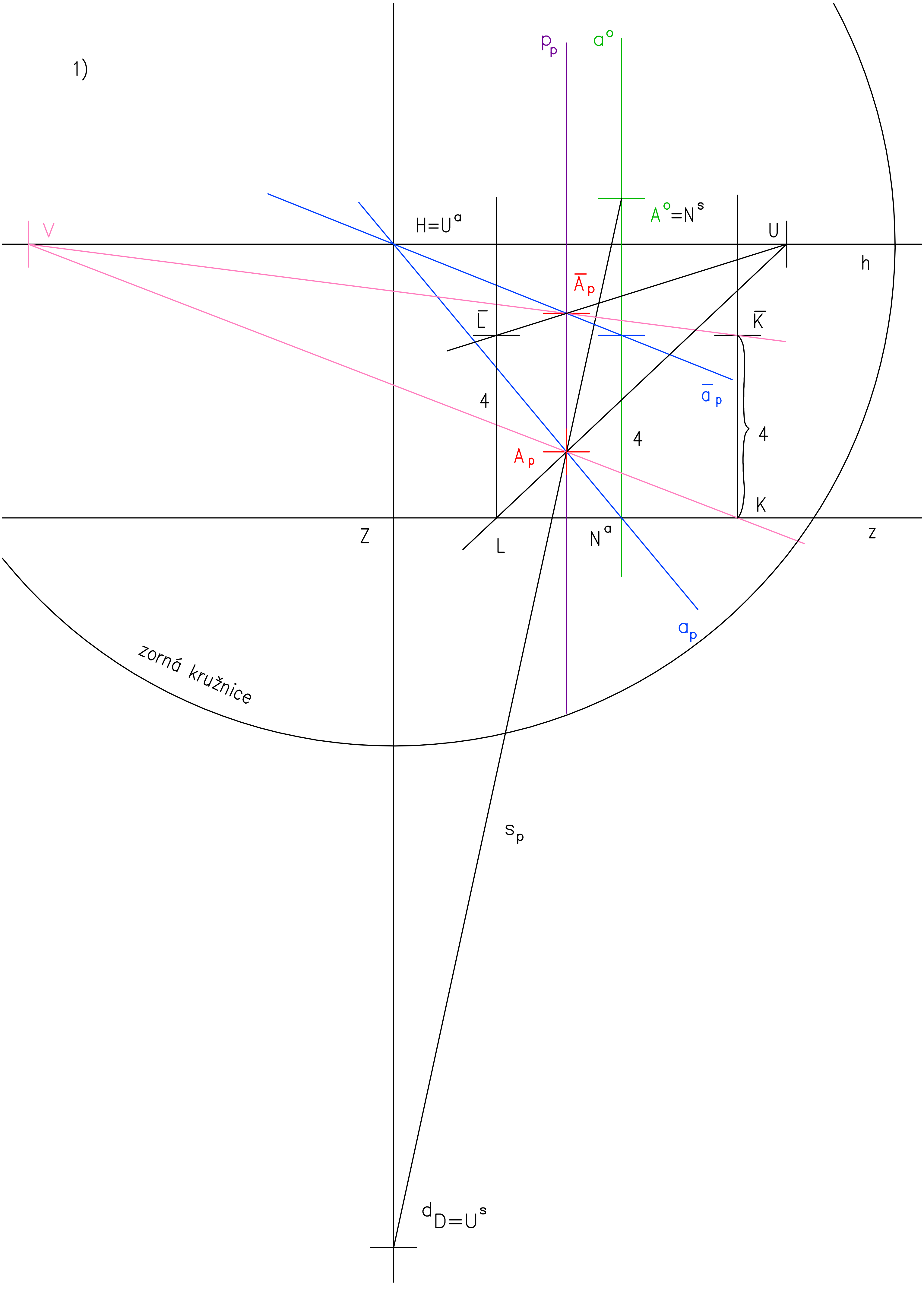
Pozor! V případě, že bod A_p leží na přímce ZH nebo blízko, použijeme jiný úběžník než je bod H.

Důležité poznámky:

a) Sestrojme zornou kružnici o středu H a poloměru d/2. Část zorného pole je pak mimo papír a dolní část papíru je vlastně nevyužita. Bylo by vhodnější umístit bod H uprostřed papíru. Ovšem pak nebude k dispozici dolní distančník. Jak se s tím vypořádat, uvidíme v dalším příkladě.

b) Pro jednoduchost budeme vynechávat dolní indexy „p" a budeme označovat perspektivu bodu, přímky... stejnými písmeny jako objekty v prostoru.

1)

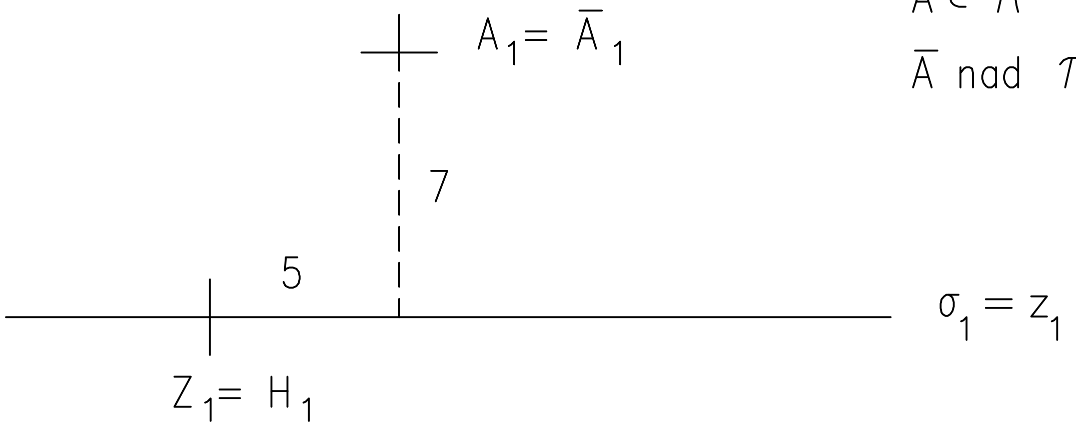


p_p
a°
H=U^a
A°=N^s
V
U
h
Ā_p
L̄
K̄
ā_p
4
4
4
A_p
K
Z
L
N^a
z
a_p
zorná kružnice
s_p
d_D=U^s

2) A4 na výšku
LP: H[9,17]; $v_h = 6$; $d = 22$
Zobrazte body A, $\bar{A}$.

$A \in \pi$

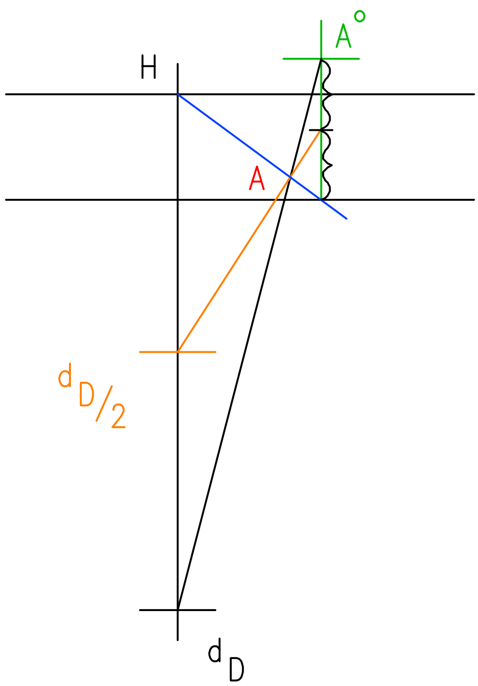
$\bar{A}$ nad π, $|A\bar{A}| = 4$



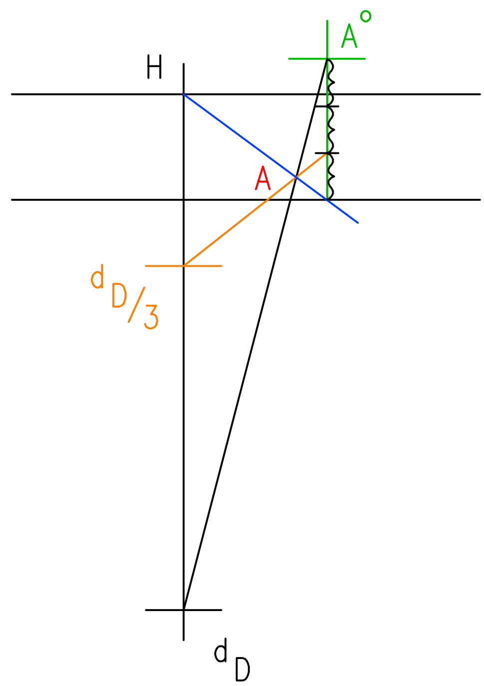
Řešení:

1. Sestrojíme zornou kružnici o středu H a poloměru d/2. Vidíme, že zorné pole lépe pokrývá papír než v předchozím příkladě. Pro konstrukci bodu A nám ale chybí dolní distančník.
   Využíváme tzv. redukovaný dolní distančník, většinou poloviční nebo třetinový nebo čtvrtinový. Pokud se na papír nevejde ani čtvrtinový dolní distančník, zorná kružnice není vhodně umístěna, neboť velká část zorného pole je mimo papír.
2. Redukce
   Sestrojíme redukovaný dolní distančník, zde jsme sestrojili poloviční a také třetinový, $|H\,{}^dD/2| = d/2$, $|H\,{}^dD/3| = d/3$.

Konstrukce s využitím polovičního dolního distančníku.

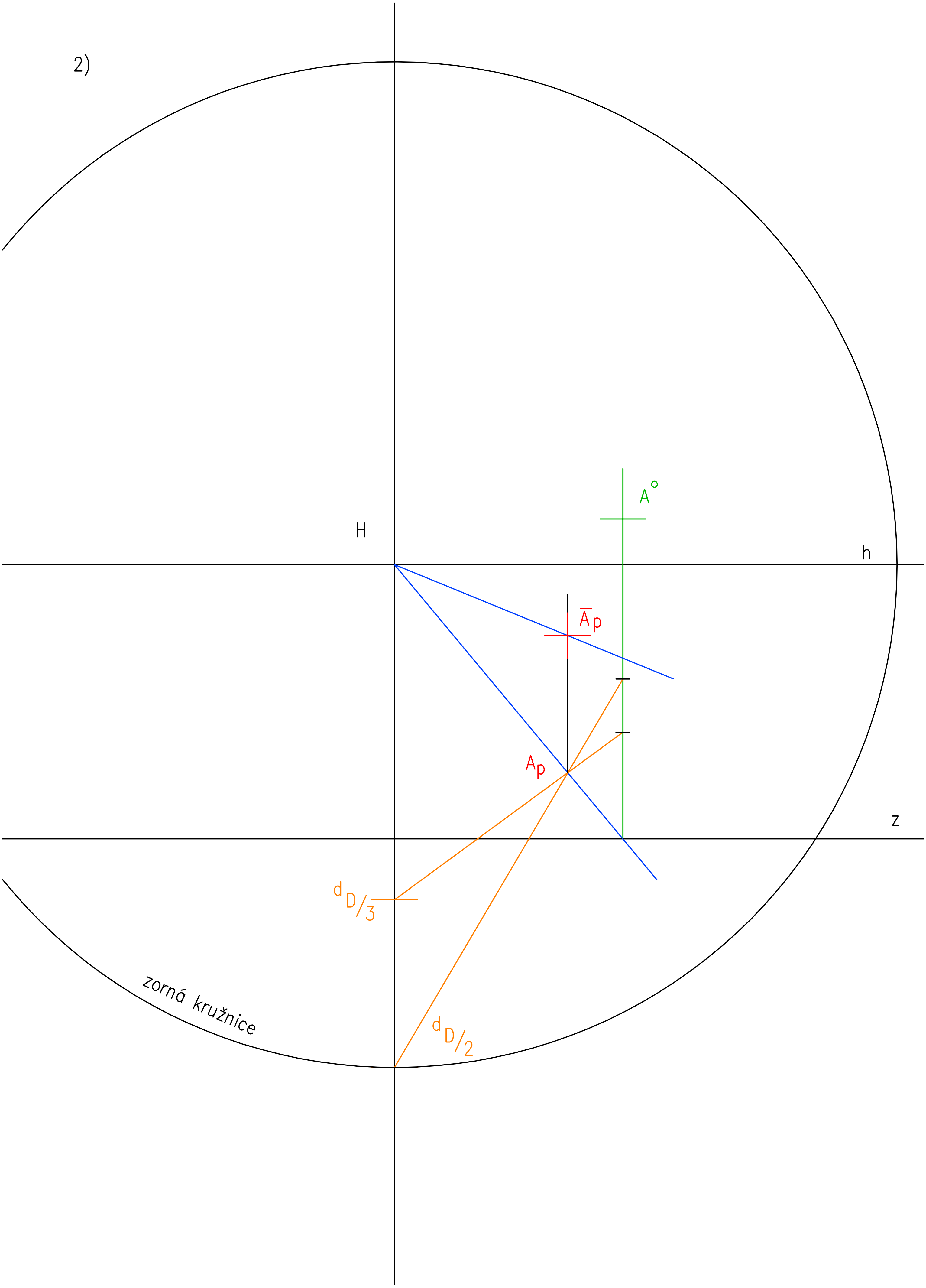


Konstrukce s využitím třetinového dolního distančníku.



3. Vyneseme výšku 4, sestrojíme perspektivu bodu $\bar{A}$ (viz předchozí příklad).

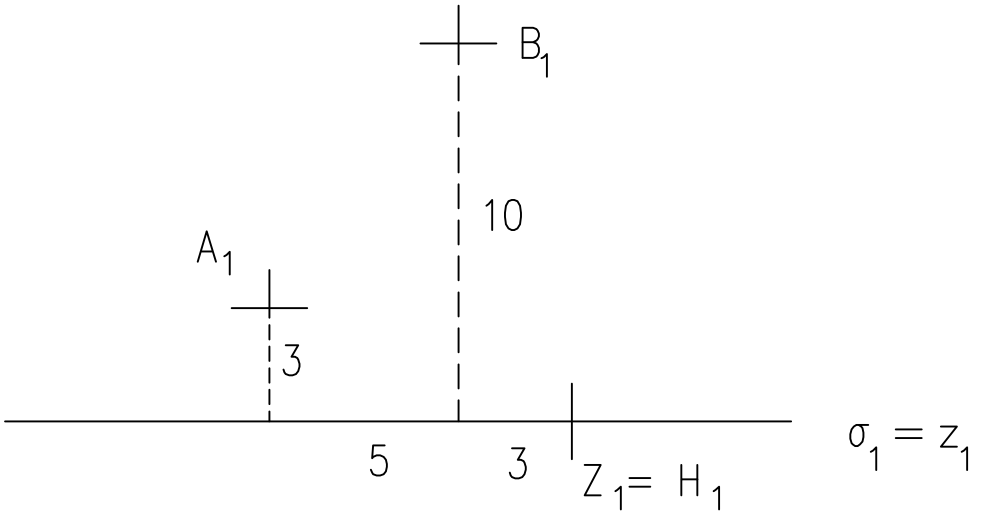
2)



3) A4 na šířku

LP: H[11,5 ;13]; v_h =4; d=24

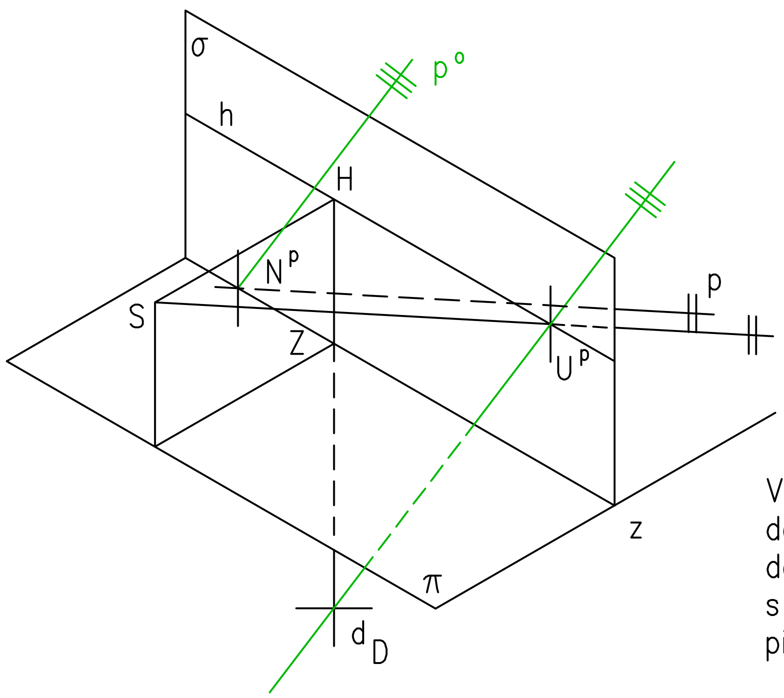
Jsou dány body A, B, které leží v základní rovině ($A \in \pi$, $B \in \pi$).



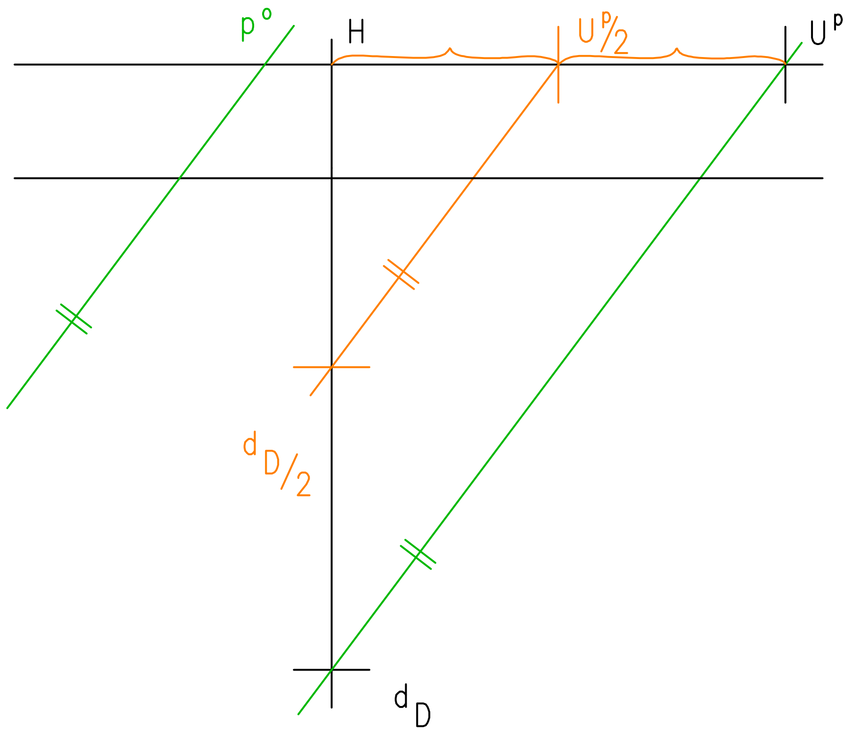
V dané LP zobrazte přímku p=AB, sestrojte její úběžník a její stopník.

Řešení:

1. Sestrojíme body A^o, B^o a přímku p^o dle zadání. Stopník přímky základní roviny leží na stopě základní roviny, tj. na základnici, $N^p = p^o \cap z$.
2. Úběžník přímky základní roviny leží na úběžnici základní roviny, tj. na horizontu h.
   Připomeňme konstrukci v prostoru: okem S vedeme rovnoběžku s přímkou p, průsečík této přímky s průmětnou je hledaný úběžník U^p.



V průmětně je oko zastoupeno dolním distančníkem. Vedeme-li dolním distančníkem rovnoběžku s přímkou p^o, protne tato přímka horizont v bodě U^p.



Vzhledem k tomu, že dolní distančník není k dispozici, užijeme redukci:

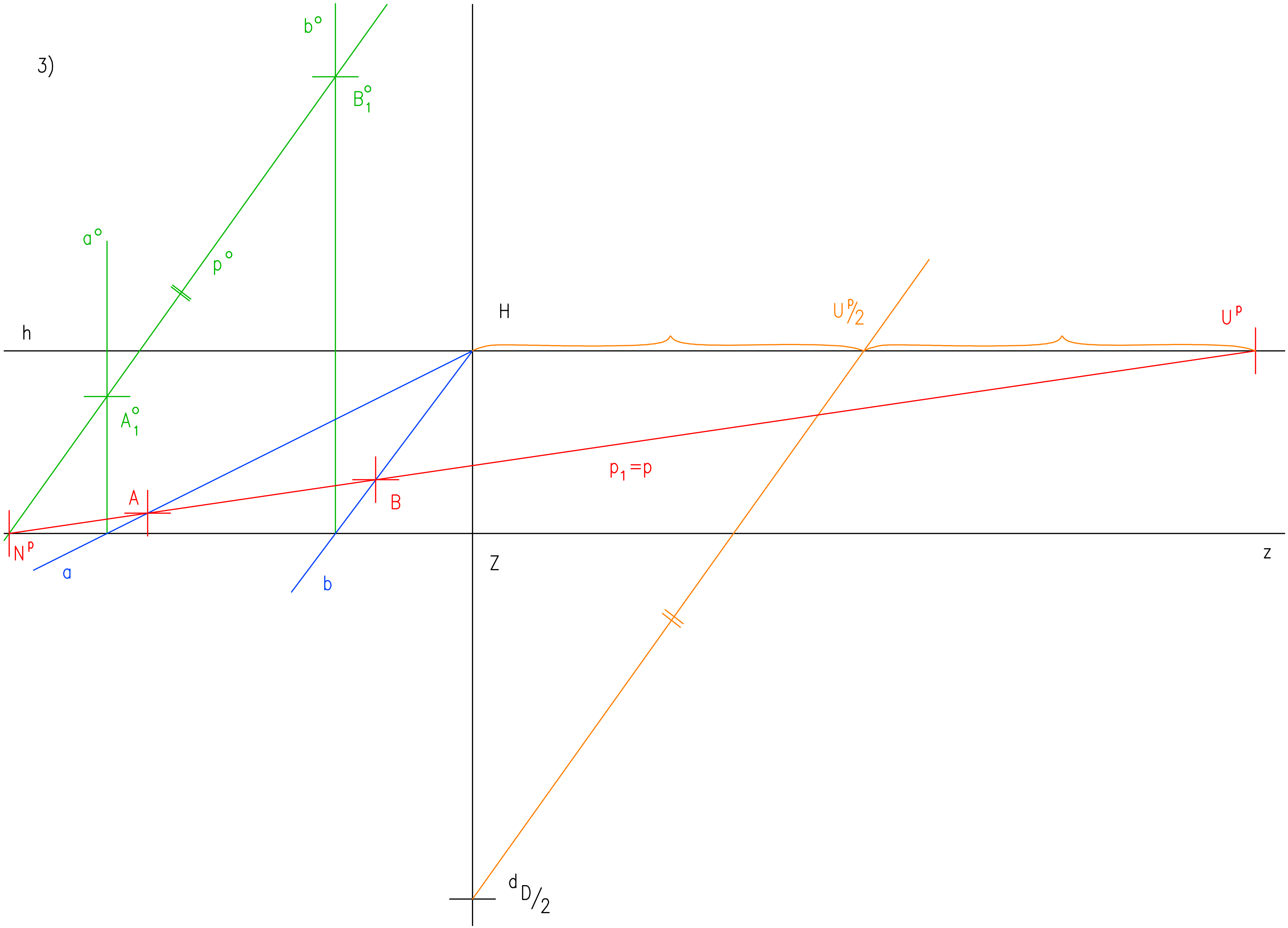
Na horizontu získáme poloviční úběžník, následně sestrojíme úběžník U^p, $|HU^p| = 2 \cdot |HU^p/2|$.

Perspektiva přímky je jednoznačně určena obrazy dvou bodů, tj. stopníkem a úběžníkem, perspektiva přímky p je přímka N^pU^p.

3. Zobrazíme body A, B, jejich obrazy leží na obraze přímky p, tj. na N^pU^p. Použijeme hloubkové přímky bodů A, B.

Důležité:
Při sestrojování obrazu přímky p můžeme nejdříve zobrazit body A, B a pak teprve najít stopník a úběžník (pokud se vejdou na papír). To při ruční práci velmi často vede k velkým nepřesnostem a perspektiva objektů sestrojená s využitím nepřesných úběžníků nevypadá na první pohled správně.
Stačí milimetrová odchylka u jednoho z bodů A, B a „úběžník" $AB \cap h$ může být i několik centimetrů vzdálen od správného úběžníku. Pochopitelně ani stopník není pak v pořádku.

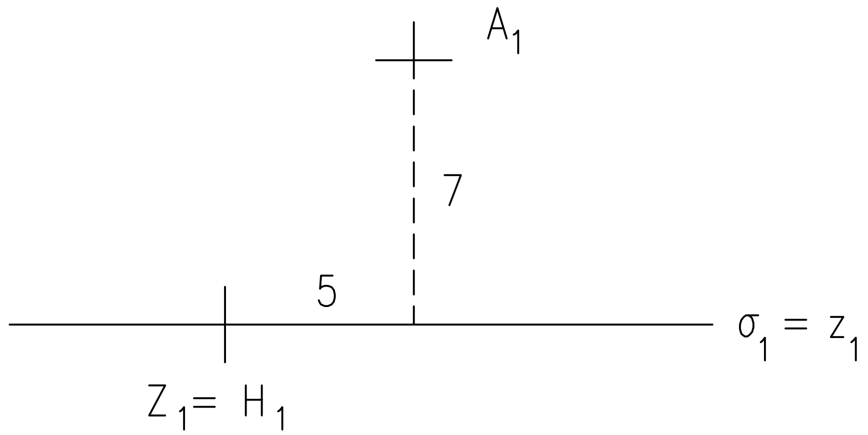
Stopníky a úběžníky přímek základní roviny budeme vždy sestrojovat s využitím otočení a redukce!!!


3)
b°
B°1
a°
p°
H
U p/2
U p
h
A°1
p1 =p
A
B
N p
a
b
Z
z
d D/2

4) A4 na výšku

LP: $H[11,18]$; $v_h=3$; $d=30$

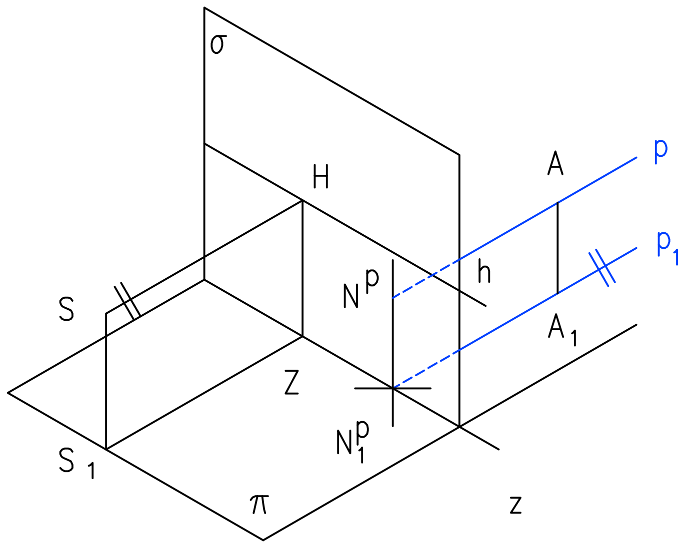
Je dán bod A, A je nad π, $|A_1 A|=12$.



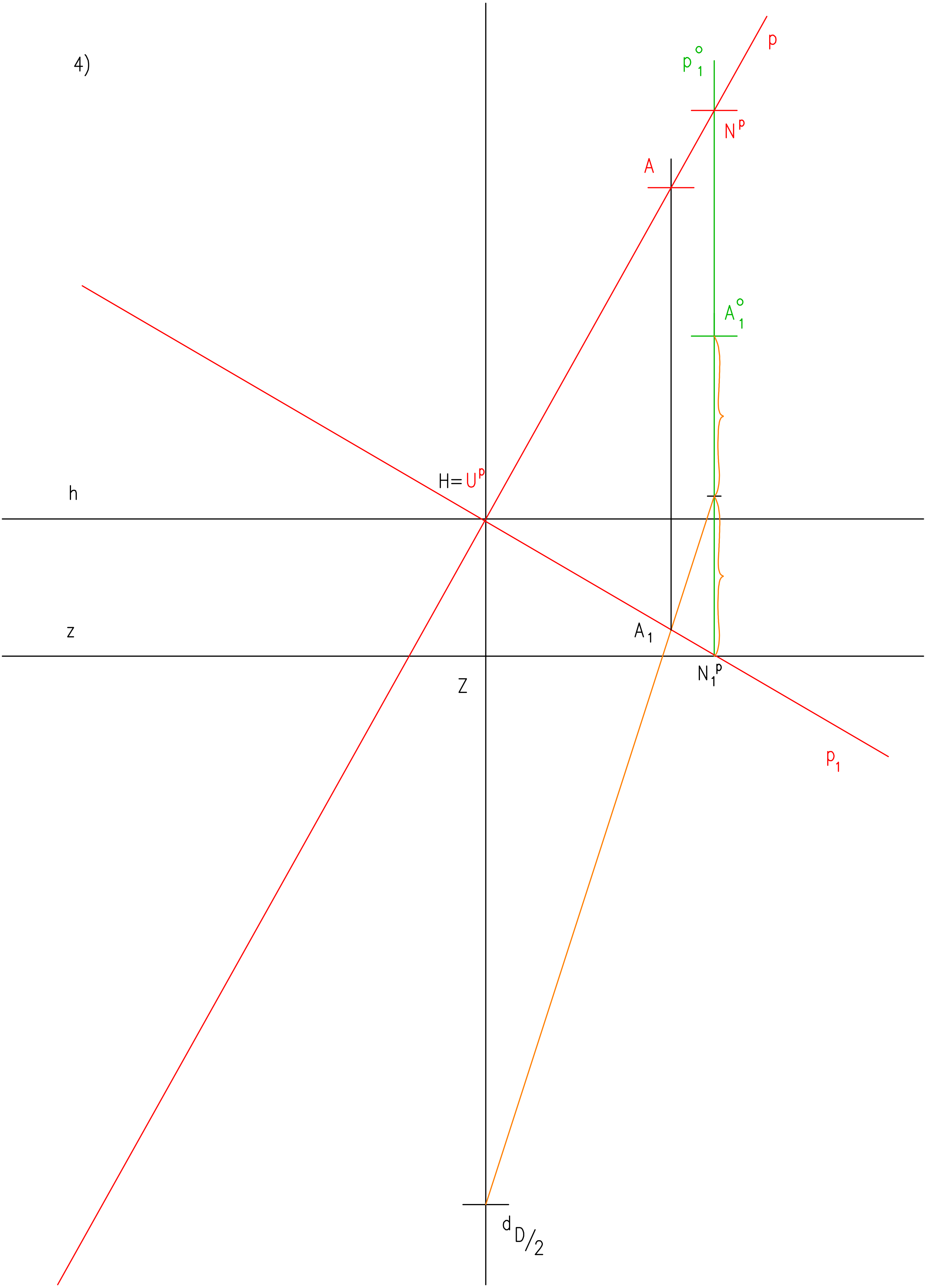
V dané LP zobrazte přímku p: $A \in p$, $p \perp \sigma$, tj. sestrojte perspektivu přímky p a perspektivu pravoúhlého průmětu p do π (perspektivu přímky p_1). Dále sestrojte stopník a úběžník přímky p.

Řešení:

1. Sestrojíme bod A_1^o dle zadání.
   Zobrazíme bod A_1 (použijeme redukci, viz příklad 2).
   Zobrazíme bod A, k „vynesení výšky" jsme použili úběžník H (viz příklad 1).
2. Zadaná přímka p je hloubková přímka, jejím úběžníkem je hlavní bod H, obrazem přímky je $p=AH$. Pravoúhlý průmět přímky p v základní rovině je opět hloubková přímka, $p_1=A_1H$.
3. Při konstrukci stopníku přímky p sestrojíme nejdříve jeho pravoúhlý průmět v π, $N_1^p=p_1 \cap z$.
   Přímka $N_1^p N^p$ je vertikála, je kolmá k základnici.



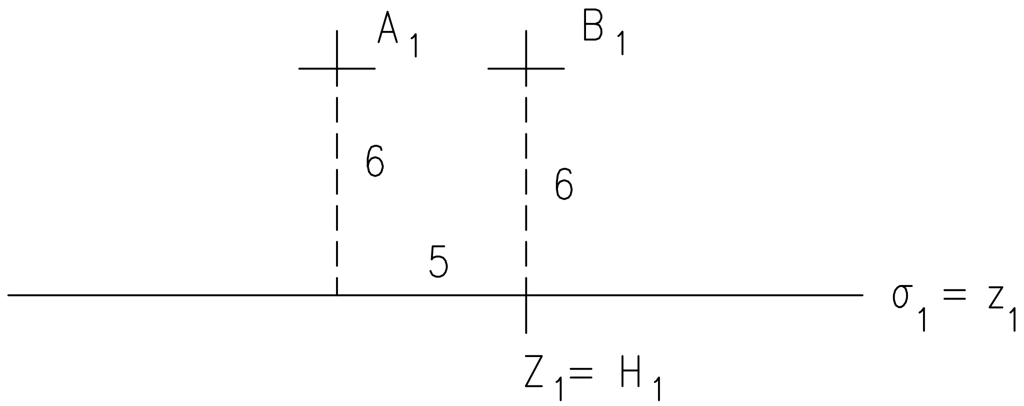
4)



5) A4 na výšku

LP: $H[10, 19]$; $v_h = 5$; $d = 25$

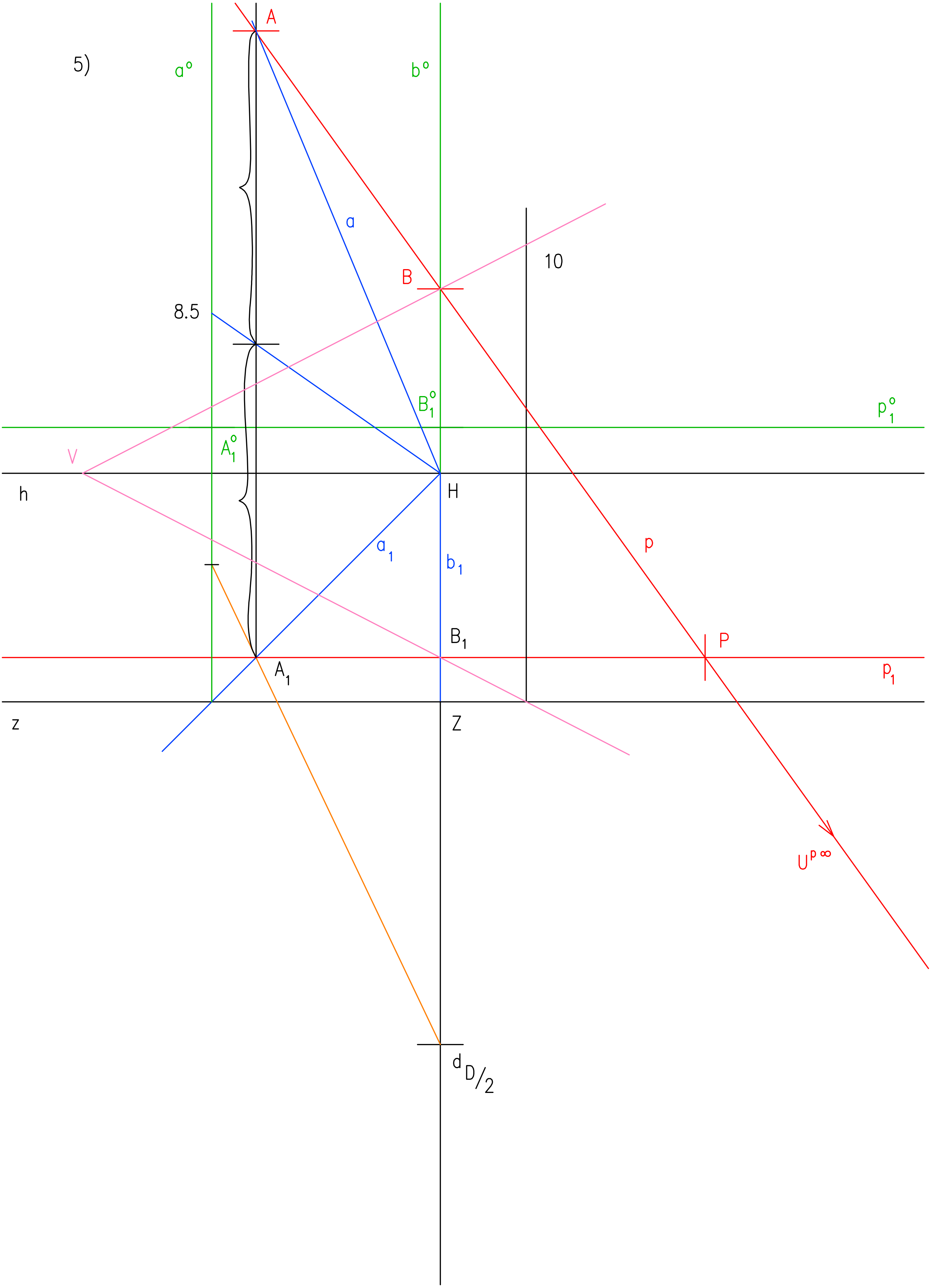
Jsou dány body A, B, A nad π, $|A_1 A| = 17$, B nad π, $|B_1 B| = 10$.



V dané LP zobrazte přímku p=AB, určete její úběžník. Dále zobrazte průsečík přímky p s rovinou π.

Řešení:

1. Sestrojíme body A_1^o, B_1^o a přímku p_1^o dle zadání.
   Zobrazíme bod A_1 (použijeme redukci).
   Zobrazíme bod A, k „vynesení výšky" použijeme úběžník H.
   Protože nad základnici nelze nanést úsečku délky 17, naneseme jen 8,5 cm, zkrátíme a naneseme 2x.
2. Zobrazíme bod B_1, tentokrát nemůžeme použít stejný postup jako pro bod A_1.
   Zobrazíme tedy nejdříve přímku p_1, p_1 je přímka rovnoběžná se základnicí a zobrazí se jako přímka rovnoběžná se základnicí ($A_1 \in p_1$).
   $B_1 = p_1 \cap b_1$, $b_1 = HZ$ (obraz hloubkové přímky bodu B_1).
   Zobrazíme bod B, k „vynesení výšky" použijeme libovolný úběžník $V \in h$.
3. Přímka p=AB je přímka rovnoběžná s průmětnou. Její úběžník je nevlastní bod.
   Stopník přímky p je také nevlastní bod. (Stopník a úběžník splývají).
4. Průsečík P přímky p se základní rovinou je průsečík p a p_1.

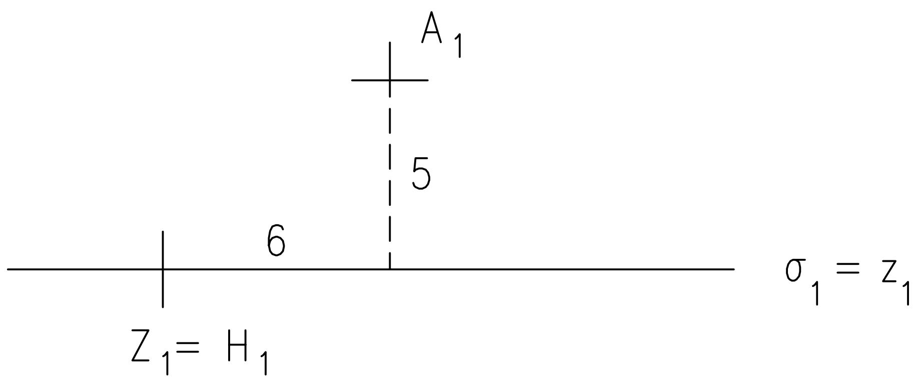


5)
a°
b°
A
a
10
B
8.5
B_1°
p_1°
A_1°
v
h
H
a_1
b_1
p
B_1
P
A_1
p_1
z
Z
$U^{p\infty}$
$d_{D/2}$

6) A4 na výšku

LP: H[10,5;16]; v_h =5; d=28

Je dán bod A, $A \in \pi$.

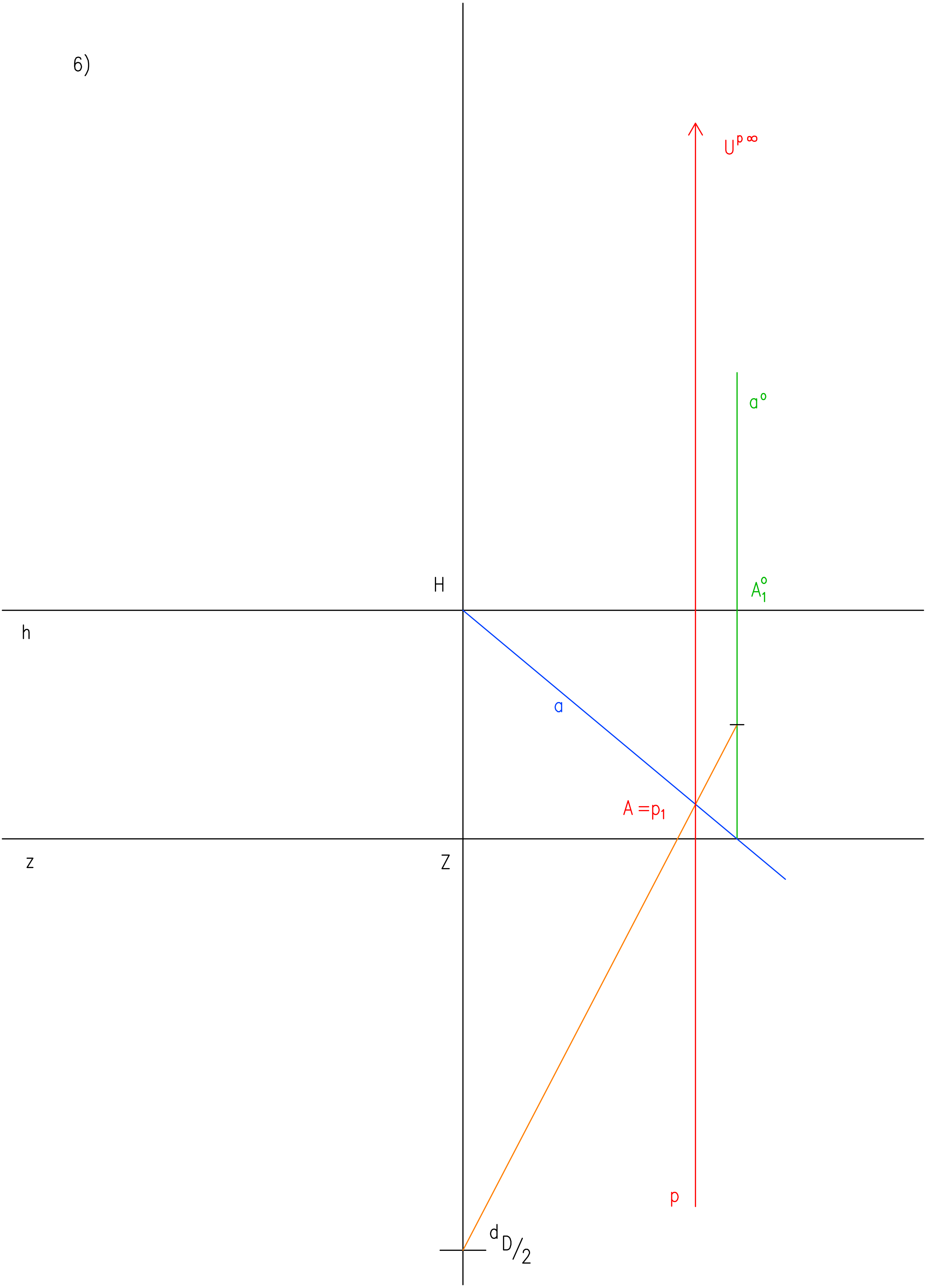


V dané LP zobrazte přímku p: $A \in p$, $p \perp \pi$. Určete úběžník přímky p.

Řešení:

1. Sestrojíme bod A_1^o dle zadání.
   Zobrazíme bod A, užijeme redukci a hloubkovou přímku a.
2. Přímka p je kolmá k základní rovině, je to přímka vertikální a zobrazí se jako kolmice k základnici ($A \in p$).
   Přímka p je rovnoběžná s průmětnou, její úběžník je nevlastní bod.
   Stopník přímky p je také nevlastní bod (stopník a úběžník splývají).

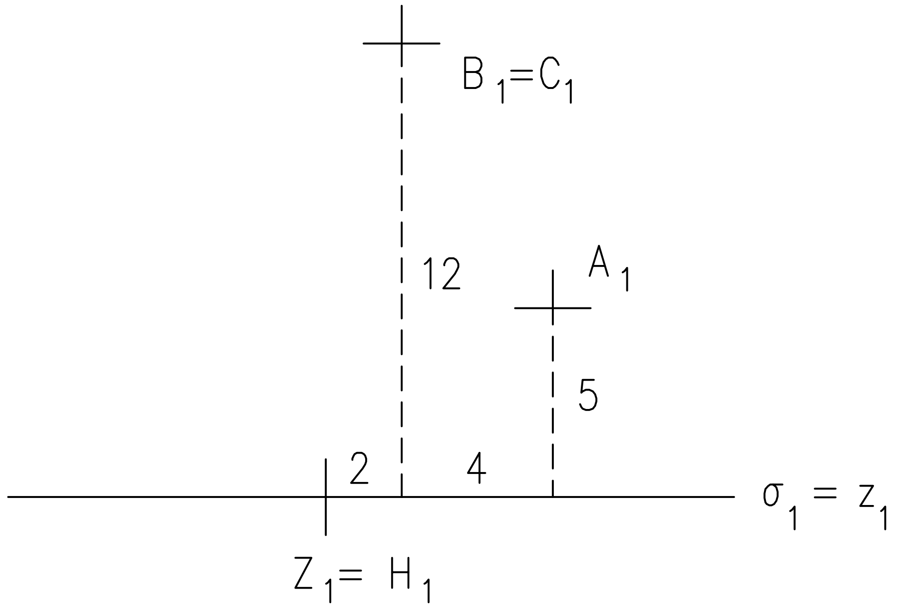
6)



7) A4 na šířku!

LP: $H[14,12]$; $v_h = 4{,}5$; $d=22$

Jsou dány body A, B, C; $A \in \pi$, $B \in \pi$, C je nad π, $|C_1 C| = 8$.



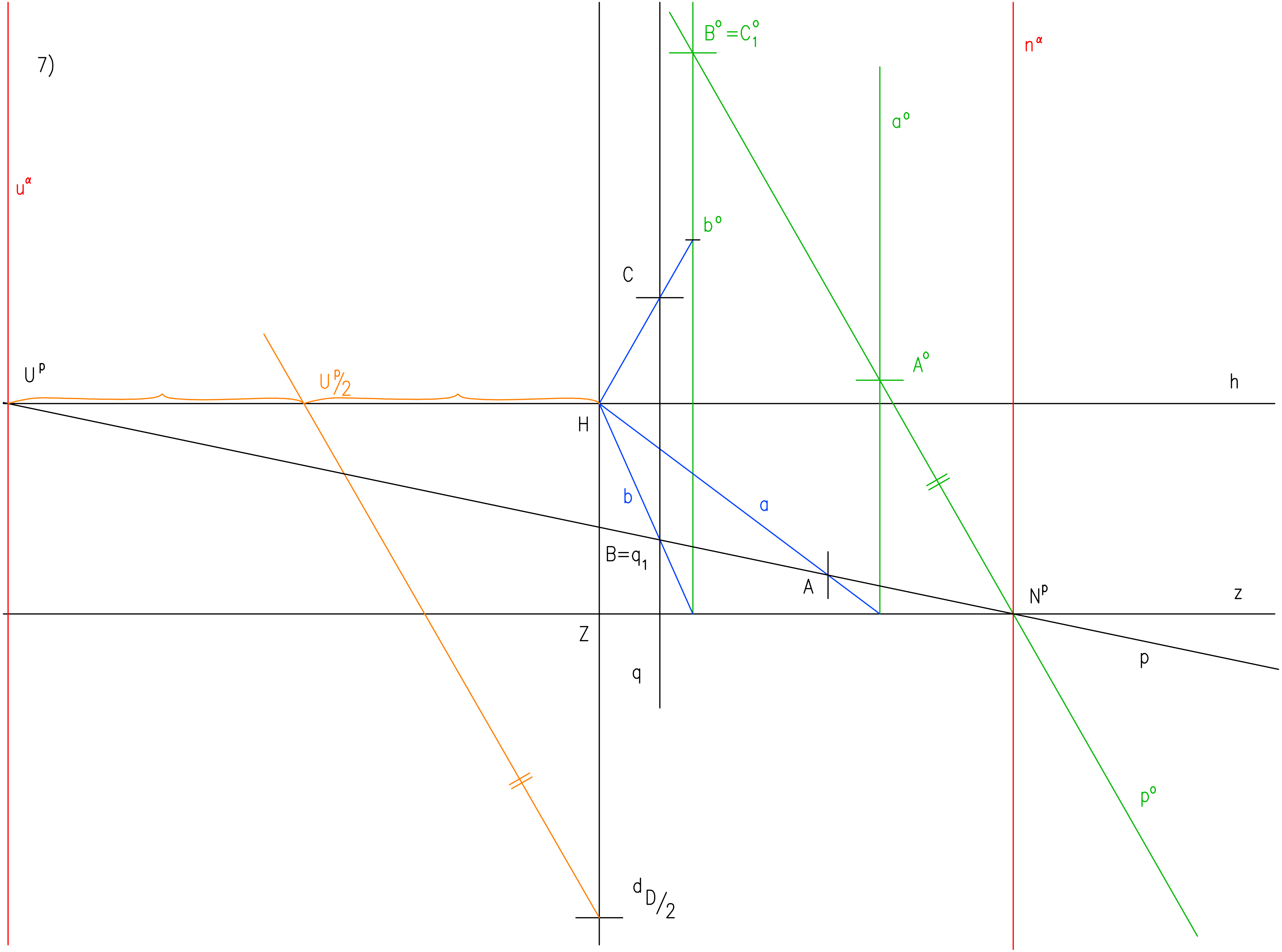
V dané LP sestrojte stopu a úběžnici roviny $\alpha(A, B, C)$.

Řešení:

1. Sestrojíme body A°, B°, C_1° dle zadání.
   Označíme p=AB ($p^\circ = A^\circ B^\circ$), přímka p leží v π.
2. Zobrazíme přímku p, sestrojíme její stopník $N^p = p^\circ \cap z$ a její úběžník $U^p \in h$.
   K sestrojení úběžníku U^p použijeme redukci, konstruujeme nejdříve $U^p/2$ (viz příklad 3).
   Perspektiva přímky p je $U^p N^p$.
   Body A, B lze zobrazit s využitím hloubkových přímek, $A = a \cap p$, $B = b \cap p$.
3. Označíme q=BC. Zobrazíme tuto vertikálu a zobrazíme bod C (k „vynesení výšky” jsme použili bod H).
4. Rovina α je kolmá k základní rovině, tj. α je rovina svislá. Její stopa i její úběžnice jsou kolmé k horizontu. Stačí tedy mít stopník a úběžník jedné přímky roviny α.
   Úběžnice u^α: $U^p \in u^\alpha$, $u^\alpha \perp h$.
   Stopa n^α: $N^p \in n^\alpha$, $n^\alpha \perp h$.

Pozn.: Sestrojte (pokud se vejde na papír) stopníky a úběžníky přímek q=BC a AC.
Úběžníky (stopníky) přímek roviny α leží na úběžnici (stopě) roviny α.

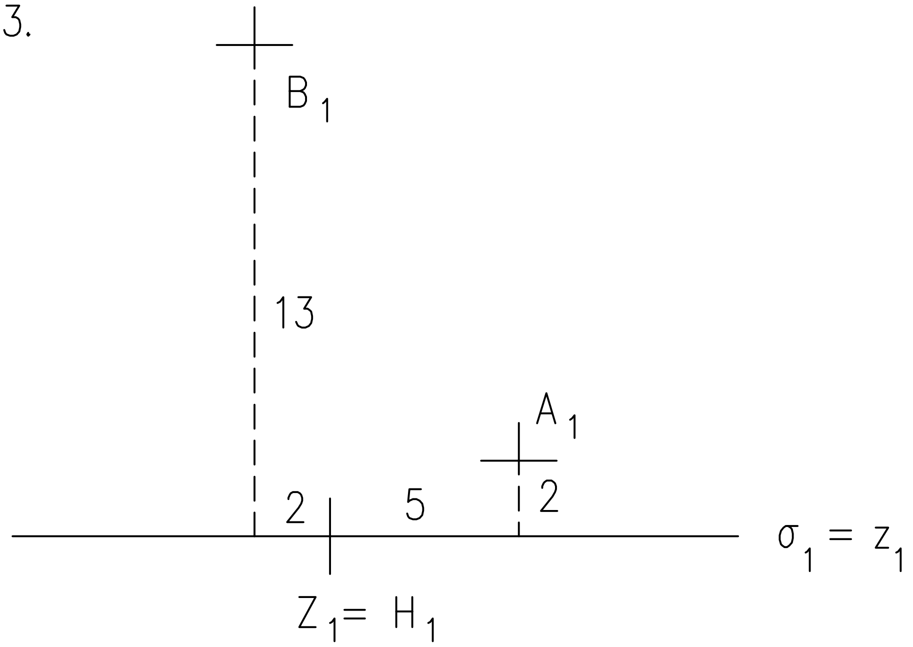
7)



8) A4 na šířku

LP: $H[19,12]$; $v_h=5$; $d=27$

Jsou dány body A, B, A je nad π, $|A_1A|=6$, B je nad π, $|B_1B|=3$.



V dané LP zobrazte přímku $p=AB$. Sestrojte stopu a úběžnici roviny α, $p\subset\alpha$, $\alpha\perp\pi$. Dále sestrojte úběžník a stopník přímky p.

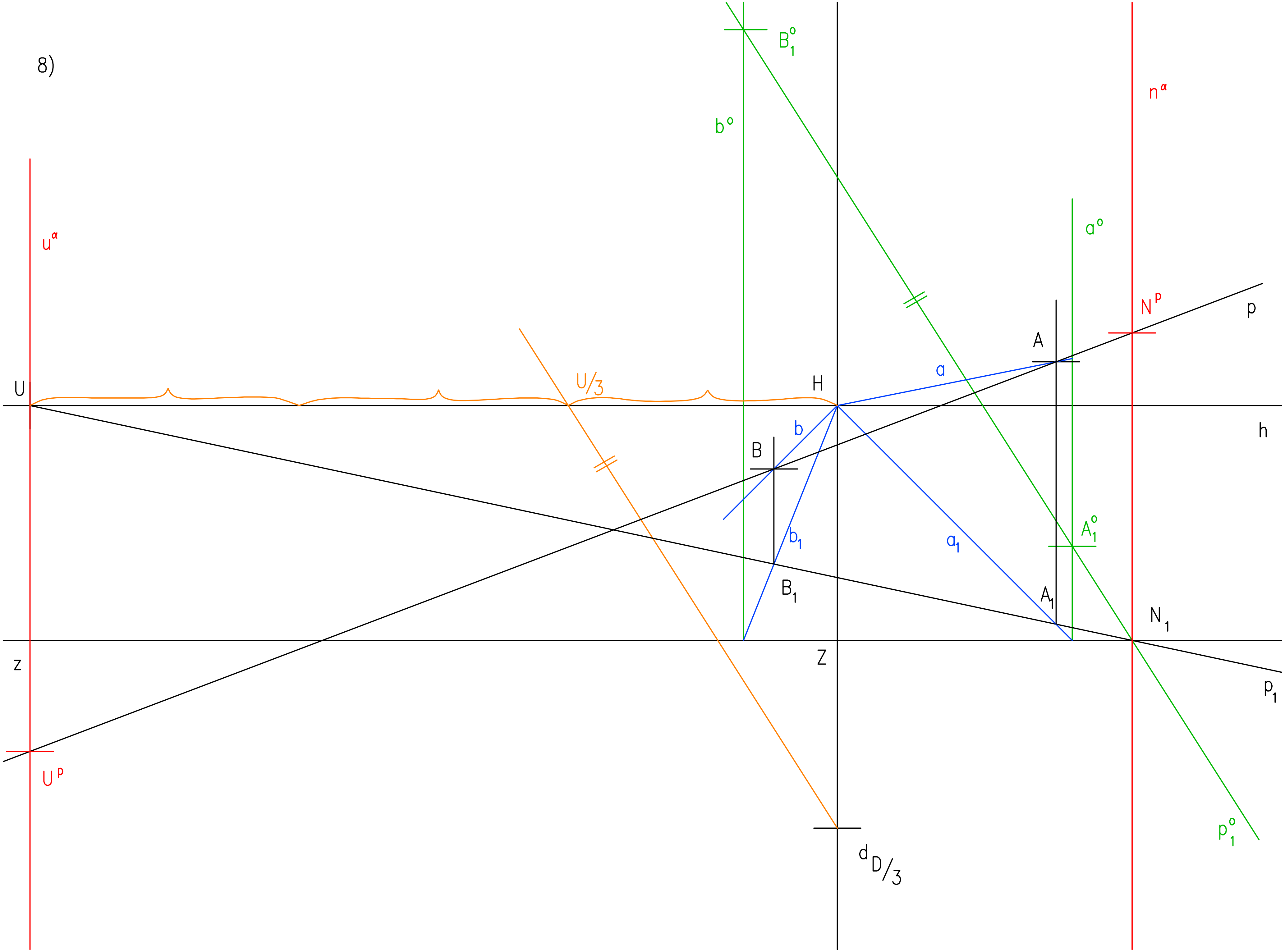
Řešení:

1. Sestrojíme body A_1^o, B_1^o a přímku p_1^o dle zadání.
   Zobrazíme přmku p_1, která leží v základní rovině.
   Sestrojíme stopník $N_1=p_1\cap z=p_1^o\cap z$. Pro konstrukci úběžníku $U=p_1\cap h$ použijeme redukci (sestrojíme nejdříve $U/3$).
   Body A_1 a B_1 lze zobrazit s využitím hloubkových přímek.
2. Zobrazíme body A, B, k „vynesení výšek" jsme použili bod H.
3. Rovina α je kolmá k základní rovině, tj. α je rovina svislá. Její stopa a úběžnice jsou kolmé k horizontu. Stačí tedy mít stopník a úběžník jedné přímky roviny α.
   Protože $p_1\subset\alpha$, je u^α: $U\in u^\alpha$, $u^\alpha\perp h$.
   n^α: $N_1\in n^\alpha$, $n^\alpha\perp h$.
   Stopník N^p přímky p leží na stopě roviny α, úběžník U^p přímky p leží na úběžnici roviny α.

<u>Důležitá poznámka:</u>

Svislé roviny se používají právě ke konstrukci stopníků a úběžníků obecných přímek tak, jak jsme použili rovinou α v tomto příkladě.

8)

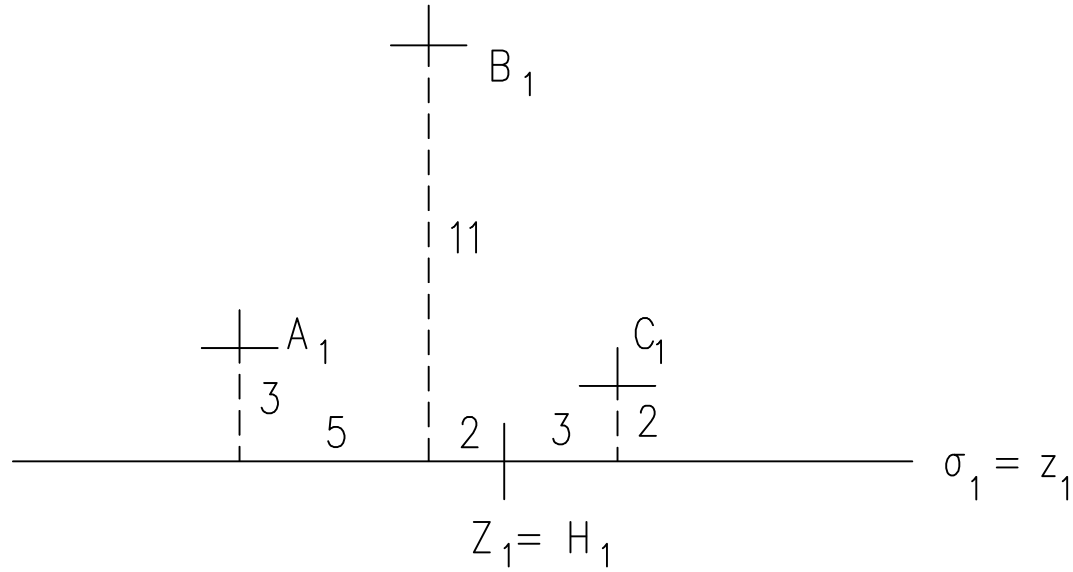


B_1^o
b^o
n^α
u^α
a^o
N^p
p
A
a
U
U/3
H
h
B
b
b_1
a_1
A_1^o
B_1
A_1
N_1
z
Z
p_1
U^p
p_1^o
$d_{D/3}$

9) A4 na šířku!

LP: H[14,13]; v_h =6; d=24

Jsou dány body A, B, C; A nad π, $|A_1 A|=8$, B nad π, $|B_1 B|=5$, C nad π, $|C_1 C|=7$.



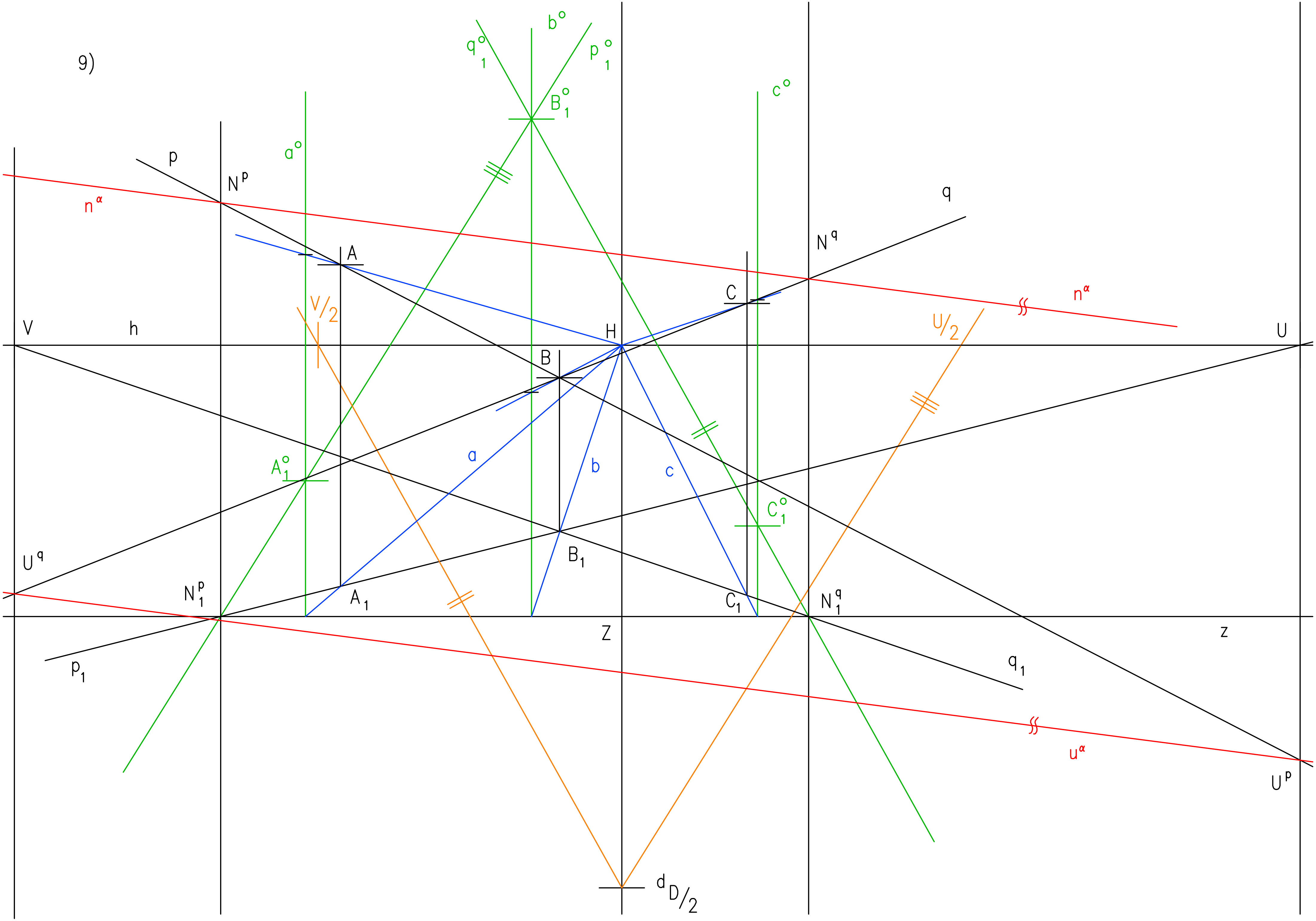
V dané LP sestrojte úběžnici a stopu roviny α(A, B, C).

Řešení:

1. Sestrojíme body A_1^o, B_1^o, C_1^o dle zadání.
   Označíme p=AB, q=BC; $p_1^o=A_1^oB_1^o$, $q_1^o=B_1^oC_1^o$.
   Zobrazíme přímky p_1 a q_1, sestrojíme jejich stopníky N_1^p, N_1^q a úběžníky U, V (redukce).
2. Zobrazíme body A_1, B_1, C_1 (využíváme jejich hloubkové přímky) a body A, B, C (k „vynesení výšek" použijeme bod H).
   Sestrojíme stopníky N^p a N^q přímek p, q a také jejich úběžníky U a U . K jejich sestrojení použijeme svislé roviny (viz příklad 8).

3. Stopa roviny $n^\alpha=N^pN^q$.
   Úběžnice roviny $u^\alpha=U^pU^q$.
   Zkontrolujte $n^\alpha \parallel u^\alpha$! Lépe je využít tuto rovnoběžnost ke konstrukci, pak stačí mít k dispozici jen jeden ze stopníků nebo jen jeden z úběžníků.

9)

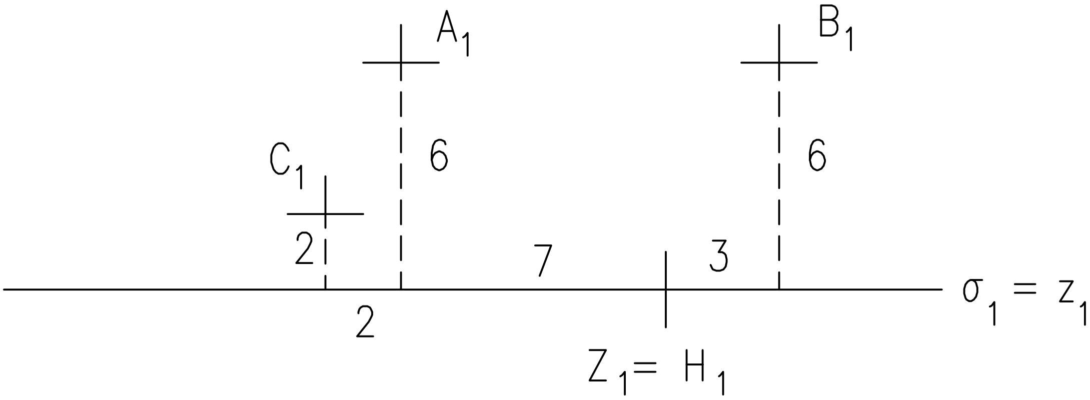


q°₁
b°
p°₁
B°₁
c°
a°
p
N^p
n^α
q
N^q
A
C
V/2
U/2
n^α
V
h
H
B
U
a
b
c
A°₁
C°₁
B₁
U^q
N^p₁
A₁
C₁
N^q₁
Z
z
p₁
q₁
u^α
U^p
d D/2

10) A4 na šířku!

LP: $H[13,13]$; $v_h=5$; $d=23$

Jsou dány body A, B, C; A je nad π, $|A_1A|=9$, B je nad π, $|B_1B|=2$, C je nad π, $|C_1C|=8,5$.

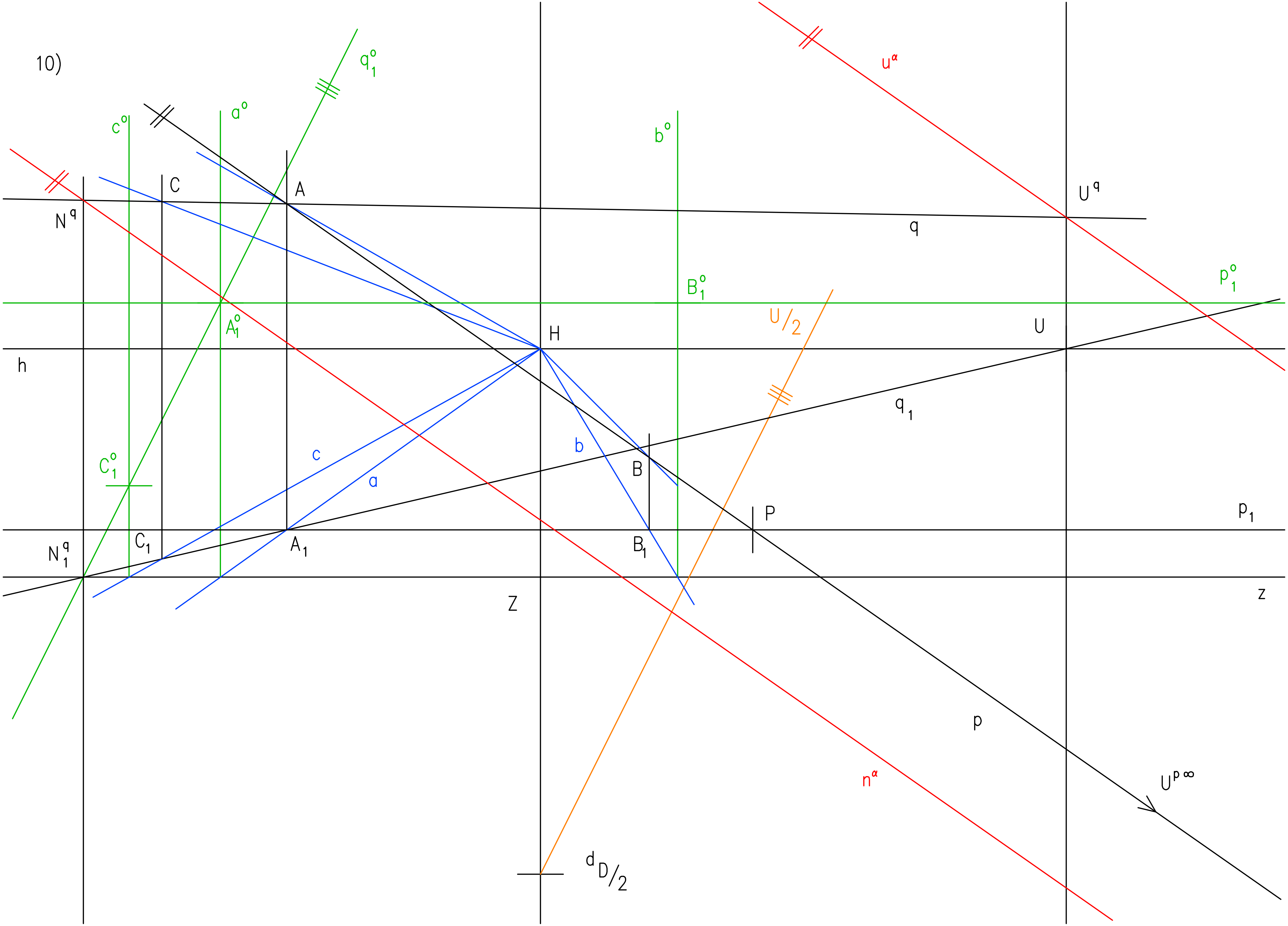


V dané LP sestrojte úběžnici a stopu roviny $\alpha(A, B, C)$.

Řešení:

1. Sestrojíme body A_1^o, B_1^o, C_1^o dle zadání.
   Označíme $p=AB$, $q=AC$, $p_1^o=A_1^oB_1^o$, $q_1^o=A_1^oC_1^o$.
2. Zobrazíme přímku q_1, sestrojíme její stopník $N_1^q \in z$ a její úběžník $U \in h$ (redukce).
   Zobrazíme body A_1 a C_1 s využitím hloubkových přímek, zobrazíme body A a C (k vynesení výšek jsme použili bod H).
   Zobrazíme přímku p_1, prochází bodem A_1 a je rovnoběžná se základnicí z.
   Zobrazíme bod B_1 a následně bod B (používáme hloubkové přímky).
3. Sestrojíme stopník N^q a úběžník U^q přímky q, použijeme svislou rovinu (viz příklad 8).
   Stopník a úběžník přímky p je nevlastní bod.
   Úběžnice u^α: $U^q \in u^\alpha$, u^α je rovnoběžná s obrazem $p=AB$;
   Stopa n^α: $N^q \in n^\alpha$, $n^\alpha \parallel u^\alpha$.

10)

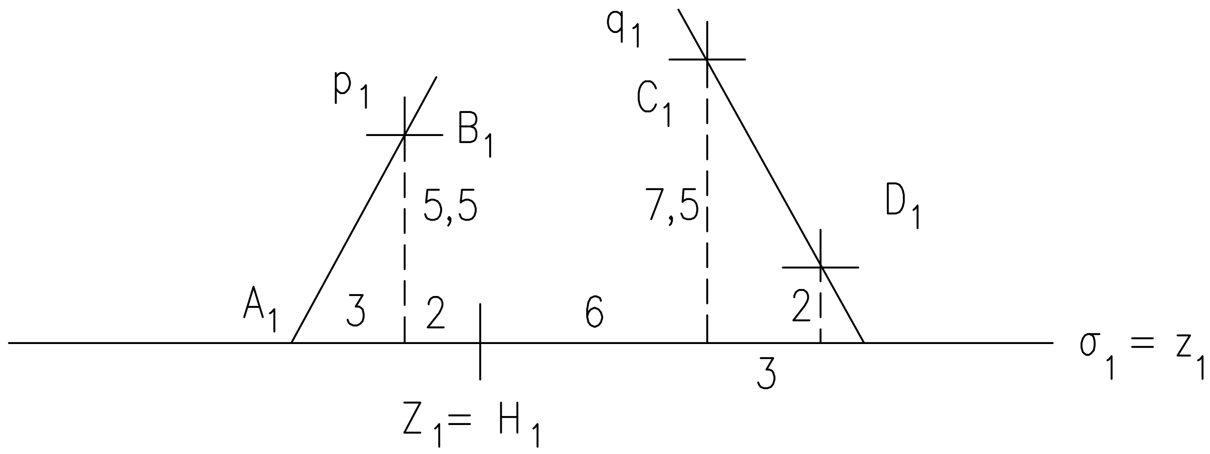


q°1
a°
c°
b°
u^α
A
C
N^q
U^q
q
B°1
p°1
U/2
A°1
H
U
h
q1
c
b
a
C°1
B
P
p1
C1
A1
B1
N^q1
Z
z
p
n^α
U^p∞
dD/2

11) A4 <u>na šířku!</u>

LP: $H[14,13]$; $v_h=4$; $d=24$

Jsou dány mimoběžky $p=AB$, $q=CD$, A je nad π, $|A_1A|=2$, $B\in\pi$, C je nad π, $|C_1C|=7$, D je nad π, $|D_1D|=6$.

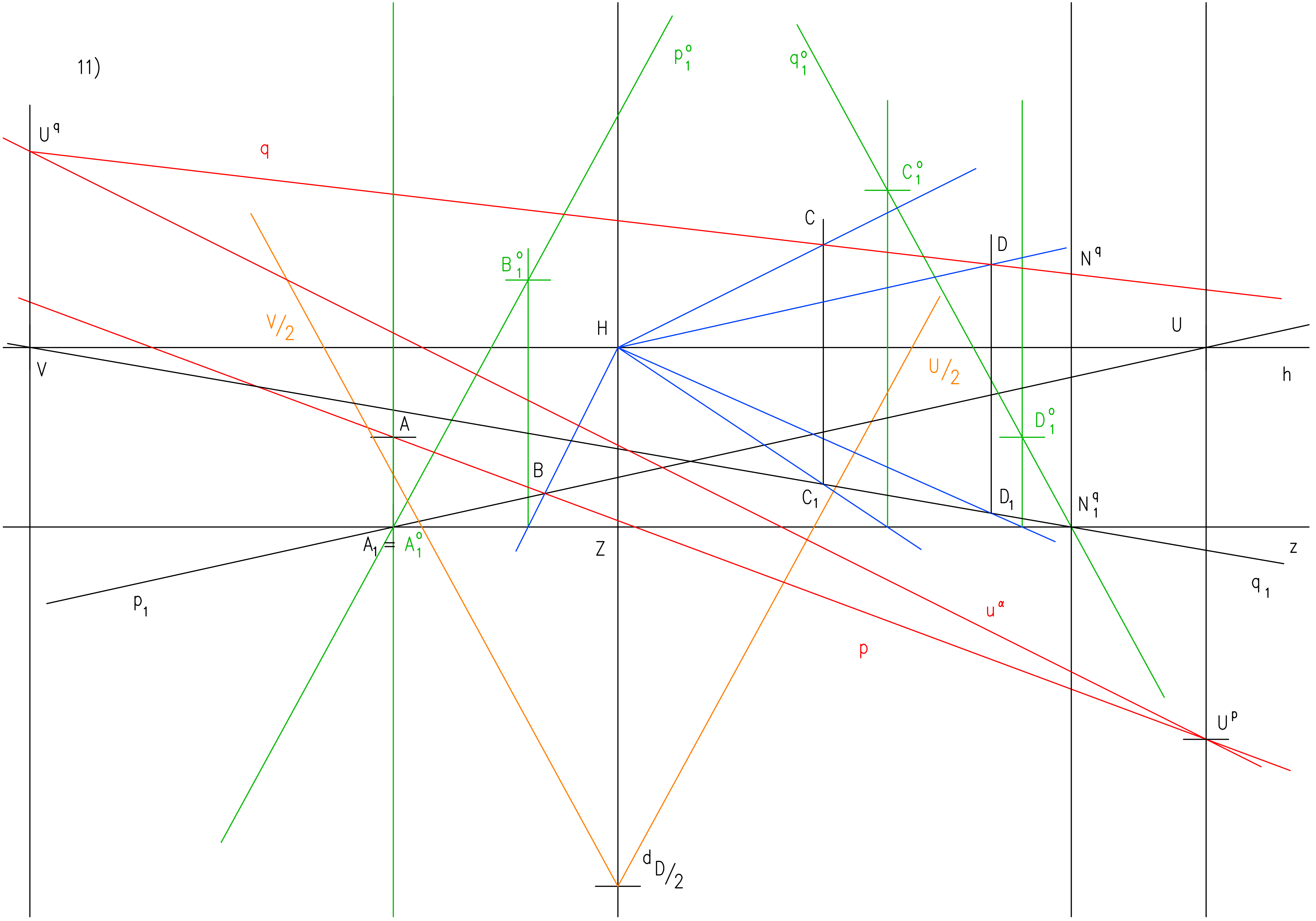


V dané LP zobrazte přímky p, q a sestrojte úběžnici libovolné roviny : $p \parallel \alpha$, $q \parallel \alpha$ α

Řešení:

1. Sestrojíme $p_1^o=A_1B_1^o$, $q_1=C_1^oD_1^o$ dle zadání.
   Zobrazíme přímky p_1 a q_1, sestrojíme jejich stopníky A_1 a N_1^q, sestrojíme jejich úběžníky U, V (redukce).
   Zobrazíme body A, B, C_1, C, D_1, D (používáme hloubkové přímky) a také přímky p a q.
2. Sestrojíme úběžníky U^p a U^q přímek p a q, využíváme svislé roviny. (viz příklad 8).
3. Sestrojíme úběžnici roviny α.
   Protože přímka p je rovnoběžná s rovinou α, musí úběžník U^p ležet na úběžnici u^α.
   Protože přímka q je rovnoběžná s rovinou α, musí úběžník U^q ležet na úběžnici u^α.
   Úběžnice $u^\alpha=U^pU^q$.

11)



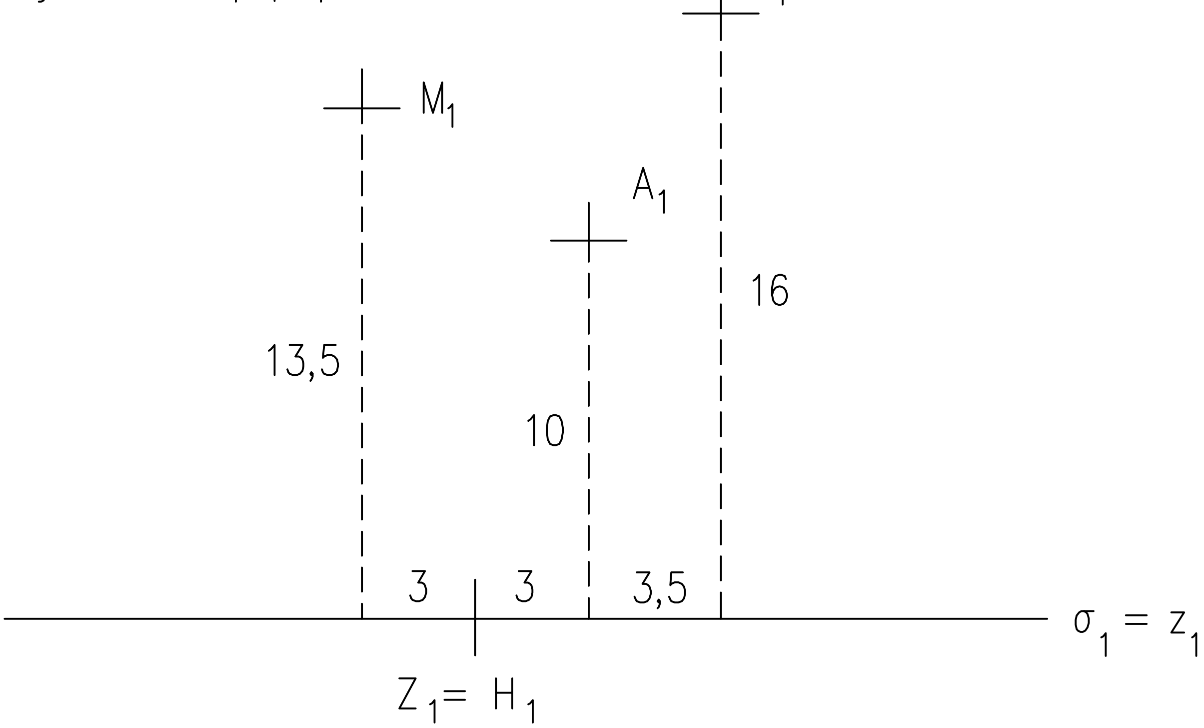
U^q
q
p_1^o
q_1^o
C_1^o
C
D
N^q
B_1^o
$V/2$
H
U
V
h
$U/2$
A
D_1^o
B
C_1
D_1
N_1^q
$A_1 = A_1^o$
Z
z
q_1
p_1
u^α
p
U^p
$d_{D/2}$

12) A4 na výšku

LP: $H[5,15]$; $v_h=7$; $d=24$

Jsou dány body A, B, M; A je nad π, $|A_1A|=3$, $B\in\pi$,

M je nad π, $|M_1M|=12$.



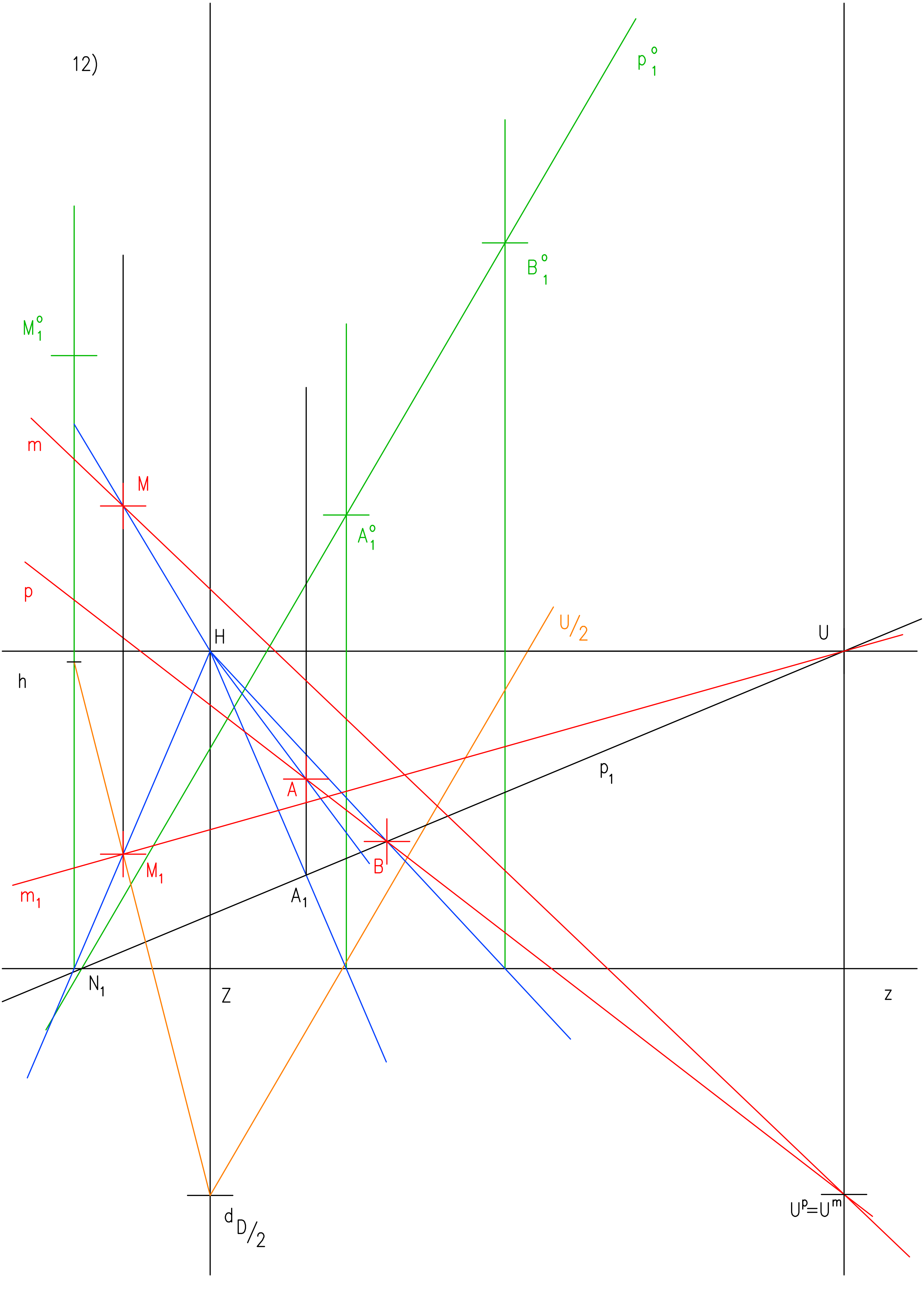
V dané LP zobrazte přímku $p=AB$. Dále zobrazte přímku m: $M\in m$, $m\|p$, tj. sestrojte perspektivu přímky m a perspektivu pravoúhlého průmětu m do π (perspektivu přímky m_1).

Řešení:

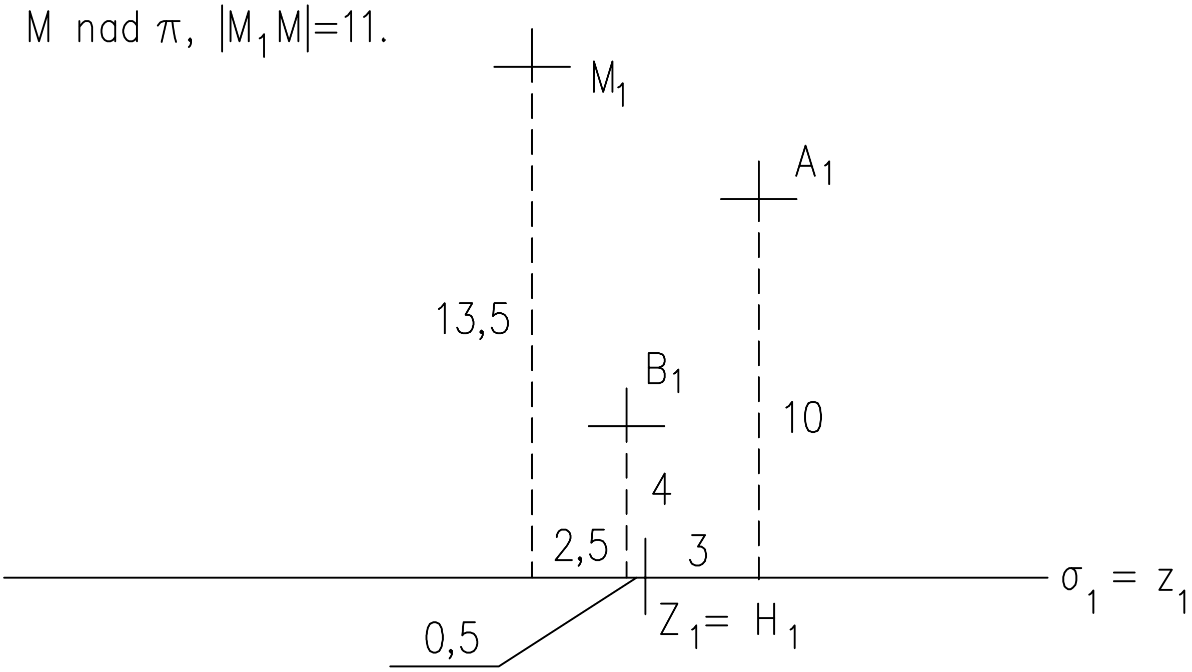
1. Sestrojíme body A_1^o, B_1^o, M_1^o a přímku $p_1^o=A_1^oB_1^o$ dle zadání.
   Zobrazte přímku p_1, sestrojíme její stopník N_1 a její úběžník U (redukce).
   Zobrazíme body A_1, A, B, M_1, M využitím hloubkových přímek.

2. Zobrazíme přímku p a sestrojíme její úběžník U^P (s využitím svislé roviny, viz příklad 8.)
   Přímka m je rovnoběžná s přímkou p, obrazy těchto přímek mají společný úběžník U^P.
   Také přímky m_1 a p_1 jsou rovnoběžné, jejich obrazy mají společný úběžník U.
   Tedy $m=MU^P$, $m_1=M_1U$.

12)



13) A4 <u>na šířku!</u>
LP: $H[14,13]$; $v_h=7$; $d=24$
Jsou dány body A, B, M; A nad π, $|A_1A|=3$, $B\in\pi$,
M nad π, $|M_1M|=11$.



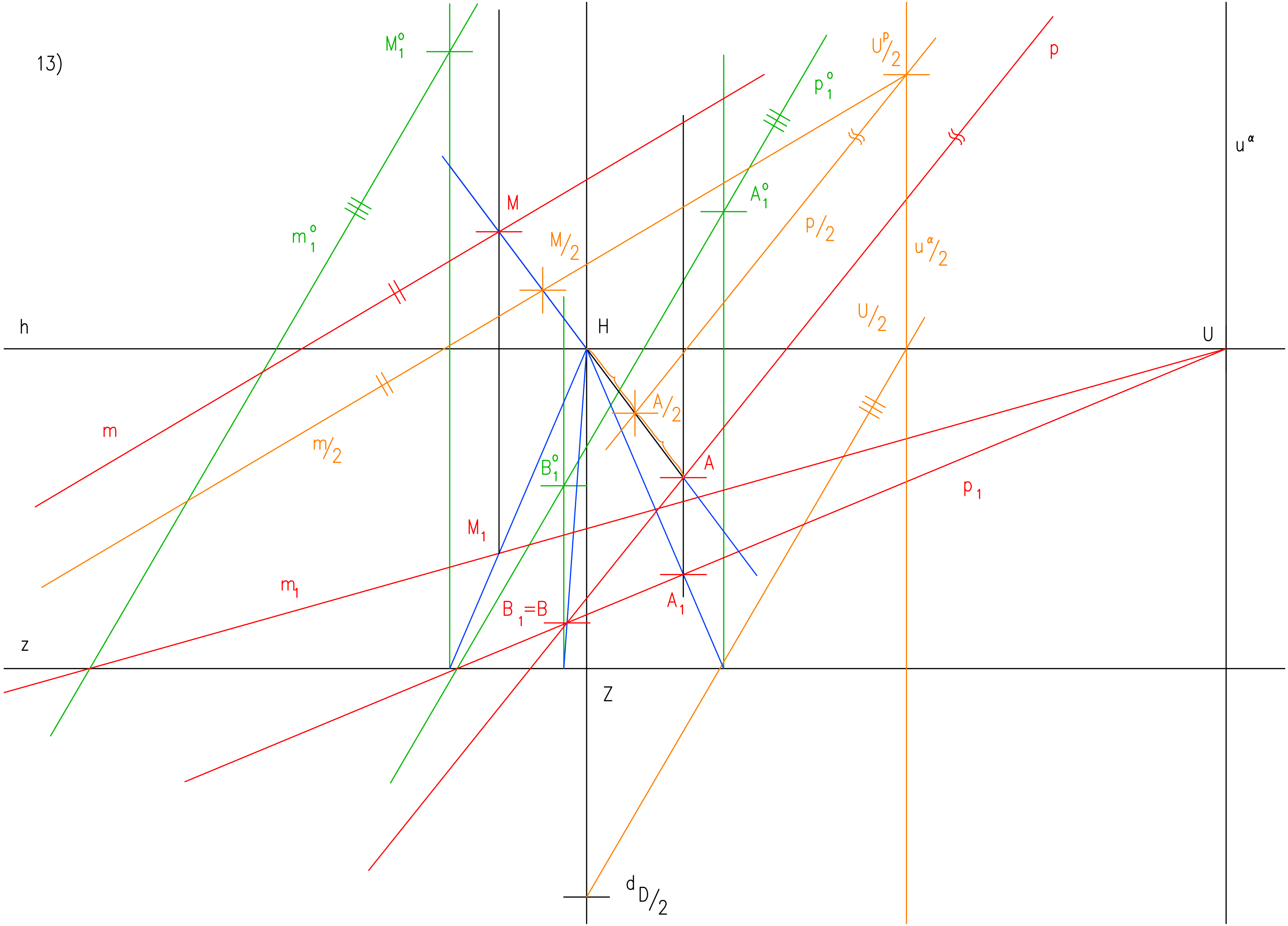
V dané LP zobrazte přímku $p=AB$. Dále zobrazte přímku m: $M\in m$, $m\|p$, tj. sestrojte perspektivu přímky m a perspektivu pravoúhlého průmětu m do π.

Řešení:

1. Sestrojíme A_1^o, B_1^o, M_1^o a přímky $p_1^o=A_1^oB_1^o$, m_1^o dle zadání.
Zobrazíme přímky p_1 a m_1, použijeme stopníky a společný úběžník.
Zobrazíme body A_1, A, B, M_1, M s využitím hloubkových přímek.
2. Zobrazíme přímku p.
Přímka m je rovnoběžná s přímkou p, obrazy těchto přímek mají společný úběžník U^p.
K sestrojení úběžníku U^p použijeme svislou rovinu α.
Hledaný úběžník je mimo papír.
Potřebujeme spojit bod M s nedostupným bodem U^p.
Opět využíváme redukci, použijeme poloviční úběžnici $u^\alpha/2$, poloviční přímku $p/2$, poloviční úběžník $U^p/2$ a poloviční bod $M/2$.
Sestrojíme $m/2=M/2\ U^p/2$.
Obraz přímky m je rovnoběžka s $m/2$.

Pozn.: Popsaná redukce je vlastně stejnolehlost o středu H a koeficientu $1/2$.

13)



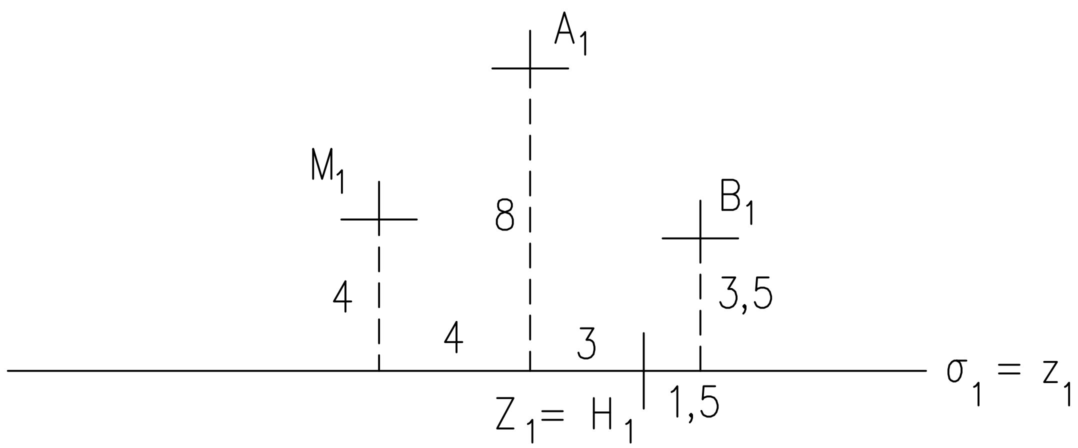
M°₁
U^p/2
p
p°₁
u^α
A°₁
M
M/2
p/2
u^α/2
m°₁
U/2
h
H
U
A/2
m
m/2
A
B°₁
p₁
M₁
m₁
A₁
B₁=B
z
Z
d_D/2

14) A4 na výšku

LP: H[15;16]; $v_h=12$; d=28.

Jsou dány body A, B, M; A je nad π, $|A_1A|=2{,}5$; $B\in\pi$,

M je nad π, $|M_1M|=5{,}5$.



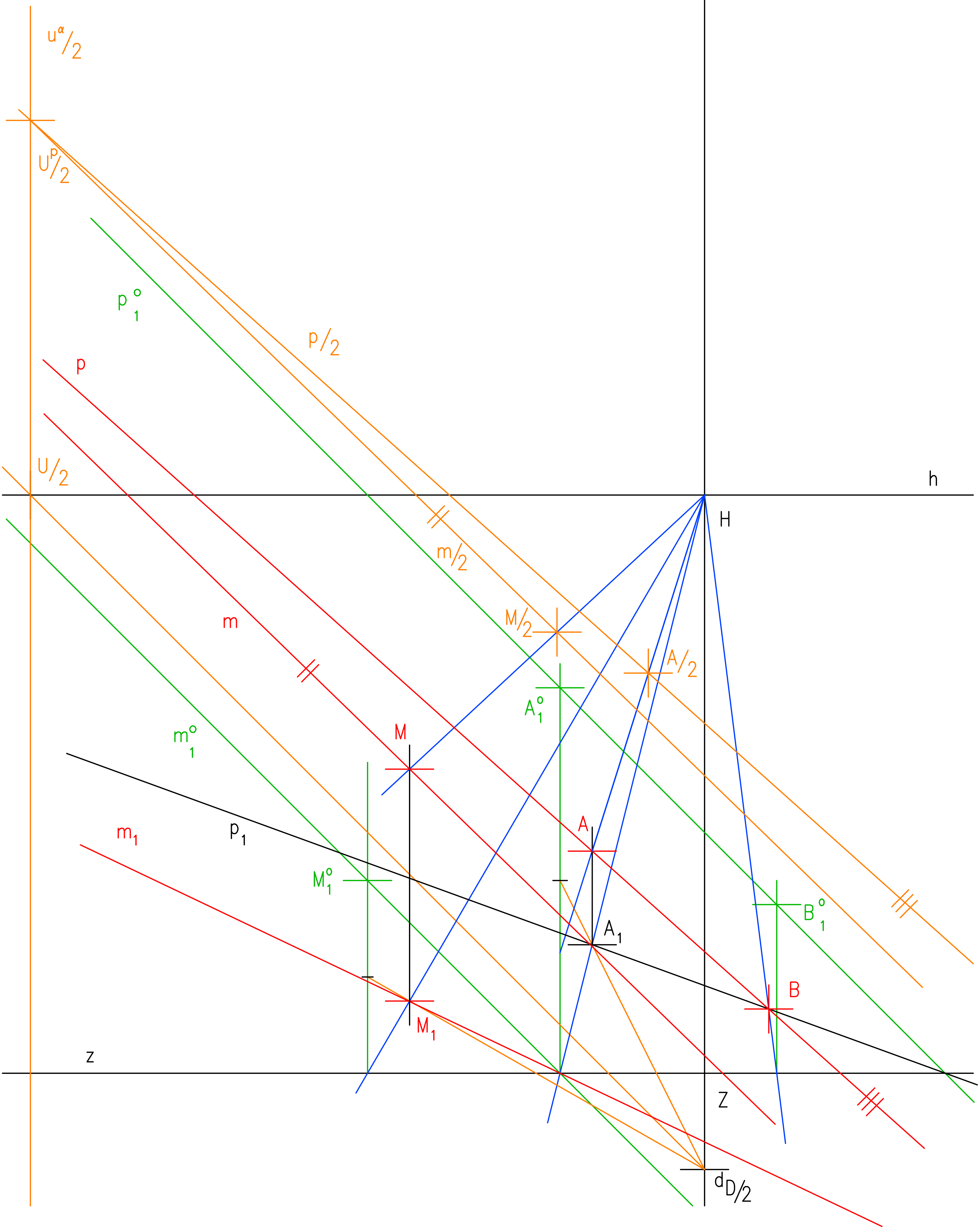
V dané LP zobrazte přímku p=AB. Dále zobrazte přímku m: $M\in m$, $m\parallel p$, tj. sestrojte perspektivu přímky m a perspektivu pravoúhlého průmětu m do π.

Řešení:

1. Zobrazíme přímku p a bod M.
2. Přímky p_1 a m_1 jsou rovnoběžné, jejich obrazy mají společný úběžník U.
   Přímku m_1 sestrojíme pomocí stopníku a bodu M_1, neboť bod U je mimo papír.
   Přímky p a m jsou rovnoběžné, jejich obrazy mají společný úběžník U^P.
3. Úběžníky U a U^P jsou mimo papír, použijeme redukci (stejnolehlost o středu H a s koeficientem 1/2).
   Sestrojíme U/2 a $u^\alpha/2$ (α je svislá rovina obsahující přímku p).
   Dále sestrojíme bod A/2 (střed úsečky AH) a bod M/2 (střed úsečky MH).

   p/2: $A/2\in p/2$, $p/2\parallel p$
   $U^P/2 = u^\alpha/2 \cap p/2$
   $m/2 = M/2\ U^P/2$
   m: $M\in m$, $m\parallel m/2$

14)

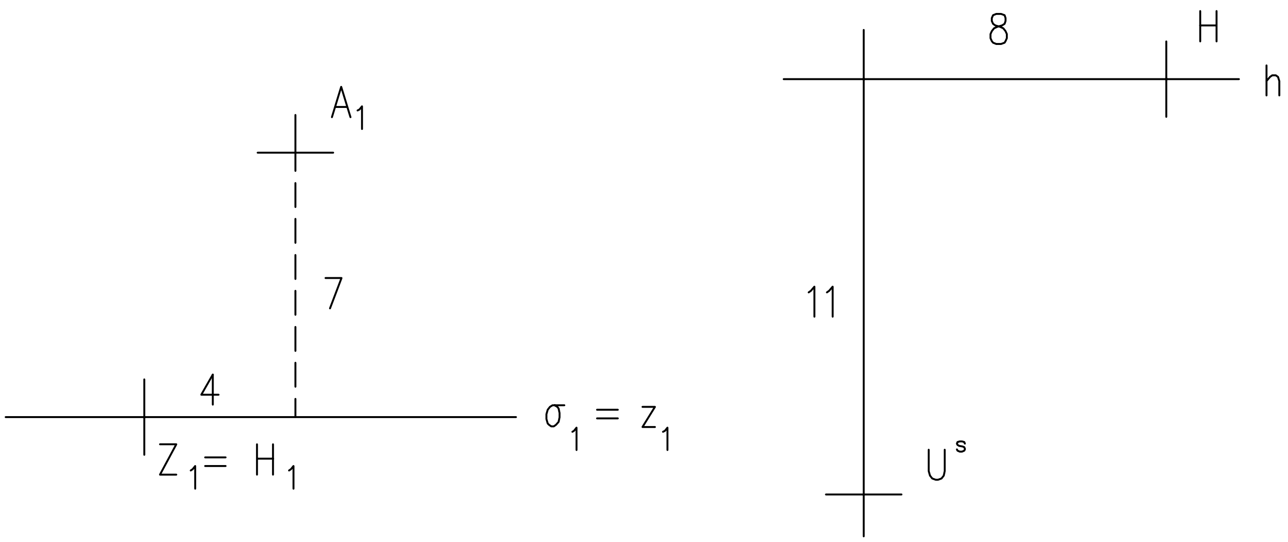


15) A4 na výšku

LP: H[10,5;16]; v_h =5; d=28

Je dán bod A; A nad π, $|A_1 A|$=8.

V průmětně σ je dán úběžník U^s svazku rovnoběžných přímek.



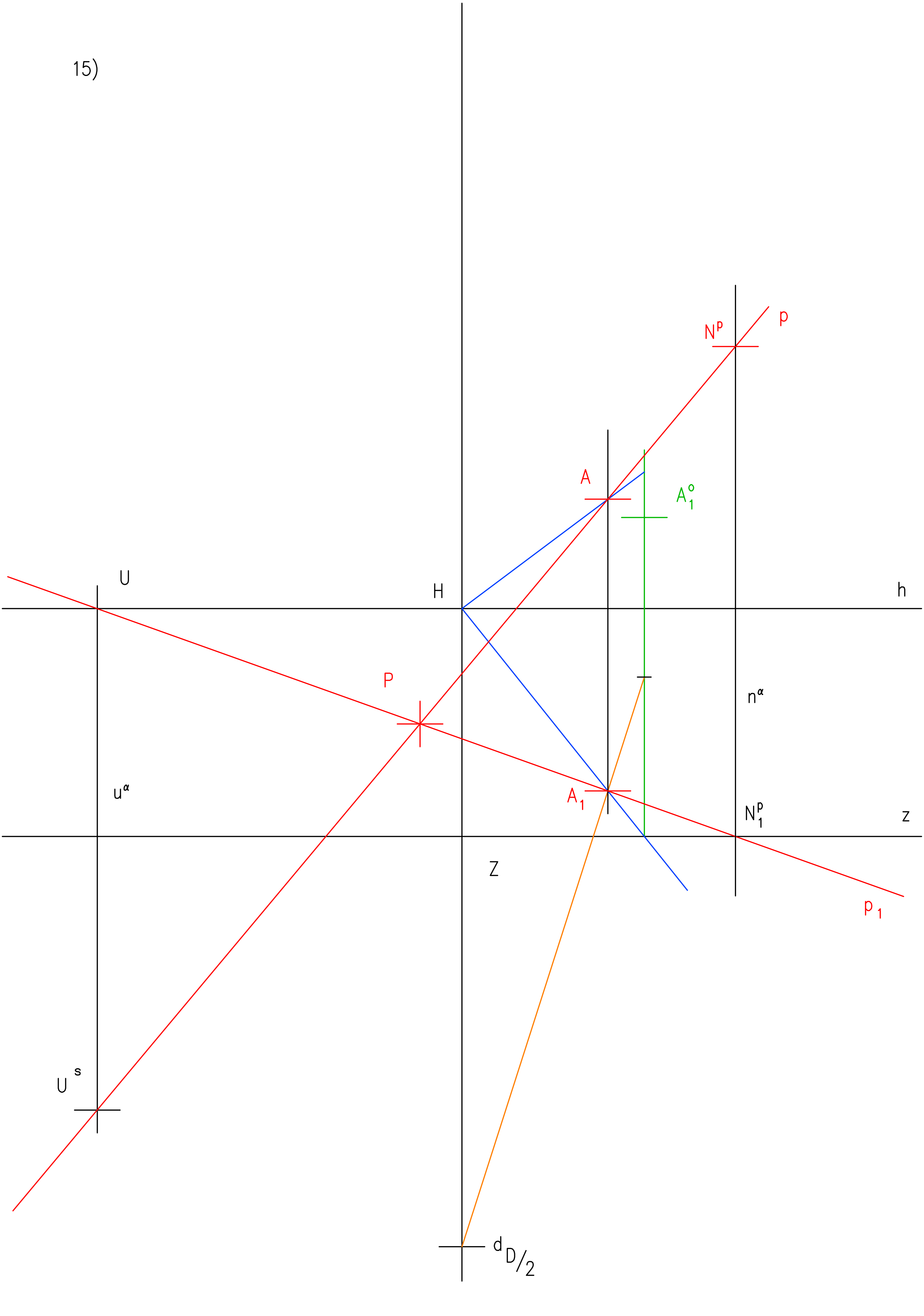
V dané LP zobrazte přímku p: A $\in$ p, p je prvkem zadaného svazku rovnoběžných přímek, tj. sestrojte perspektivu přímky p a perspektivu pravoúhlého průmětu p do π.

Dále zobrazte průsečík přímky p se základní rovinou π a sestrojte stopník přímky p.

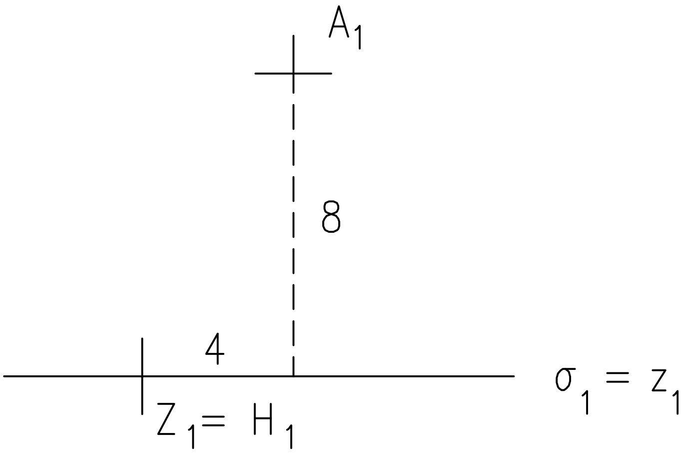
Řešení:

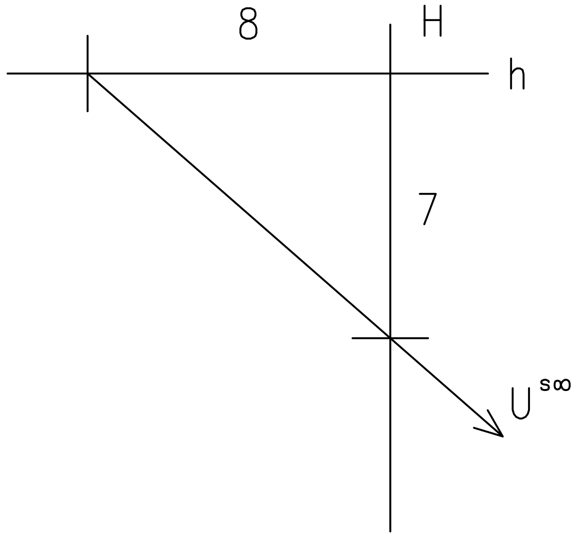
1. Zobrazíme bod A a sestrojíme úběžník U^s dle zadání.
2. Svazek rovnoběžných přímek je množina všech přímek prostoru, které jsou rovnoběžné.
   V perspektivě obrazy přímek svazku mají společný úběžník. Svazek přímek je pak jednoznačně určen úběžníkem U^s.
3. Obraz přímky p má úběžník U^s, $p=AU^s$.
   Sestrojíme úběžník U obrazu přímky p_1 s využitím svislé roviny $\alpha(p_1,p)$.
   u^α: $U^s \in u^\alpha$, $u^\alpha \perp h$
   $U = h \cap u^\alpha$
   $p_1 = UA_1$
4. Sestrojíme stopník N^P přímky p a zobrazíme průsečík $P = p \cap \pi = p \cap p_1$.

15)



16) A4 na výšku
LP: H[11;15]; $v_h=5$; d=25
Je dán bod A; A je nad π, $|A_1A|=6$.
V průmětně σ je dán nevlastní úběžník $U^{s\infty}$ svazku rovnoběžných přímek.



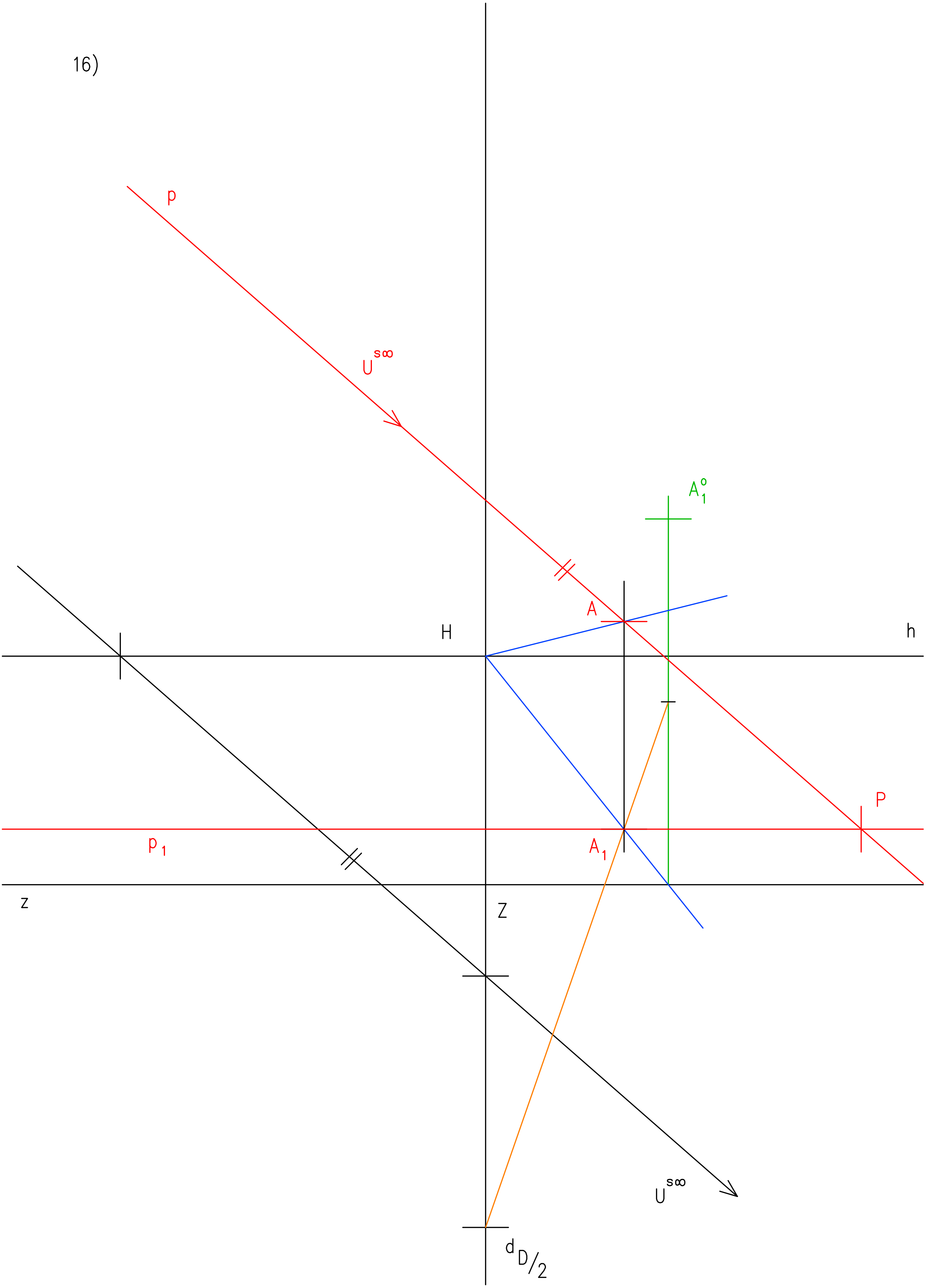


V dané LP zobrazte přímku p: $A \in p$, p je prvkem zadaného svazku rovnoběžných přímek, tj. sestrojte perspektivu přímky p a perspektivu pravoúhlého průmětu p do π.
Dále zobrazte průsečík přímky p s π.

Řešení:

1. Zobrazíme bod A a sestrojíme přímku, která nese nevlastní bod $U^{s\infty}$ dle zadání.
2. Vzhledem k tomu, že úběžník $U^{s\infty}$ je nevlastní, jsou přímky svazku rovnoběžné s průmětnou .
   Obraz přímky p je přímka $AU^{s\infty}$.
   Obraz přímky p_1 je přímka rovnoběžná se základnicí.
3. Zobrazíme průsečík $P=p\cap\pi=p\cap p_1$.

16)

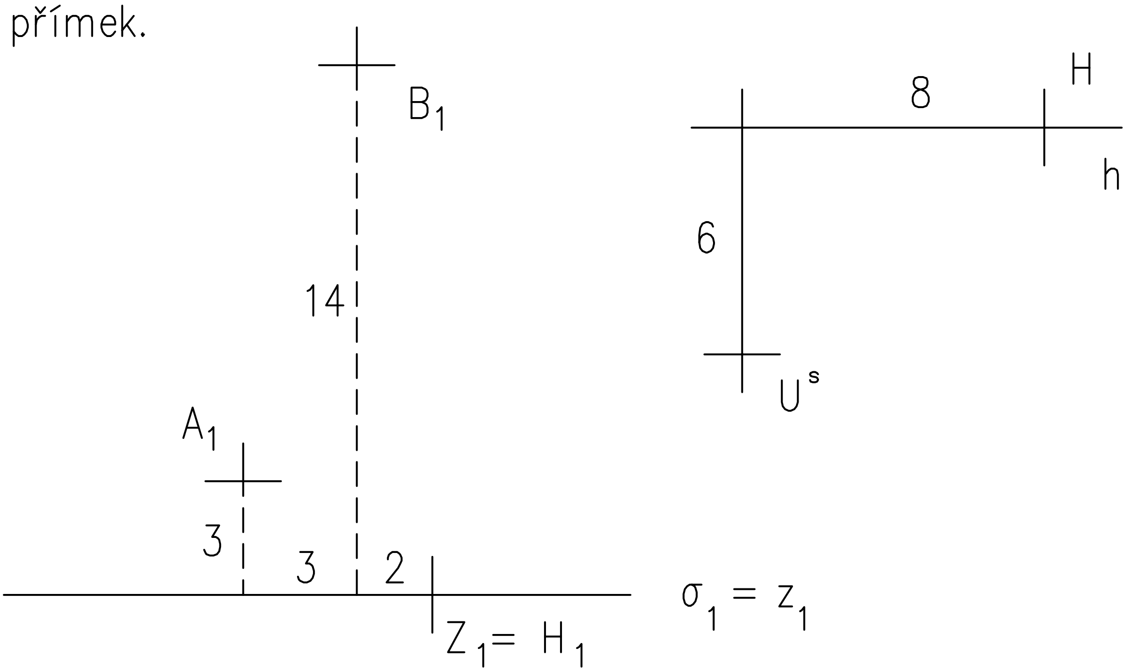


17) A4 na výšku

LP: H[11,16]; v_h =5; d=27

Jsou dány body A, B; A je nad π, $|A_1 A|=4$, $B \in \pi$.

V průmětně σ je dán úběžník U^s svazku rovnoběžných přímek.

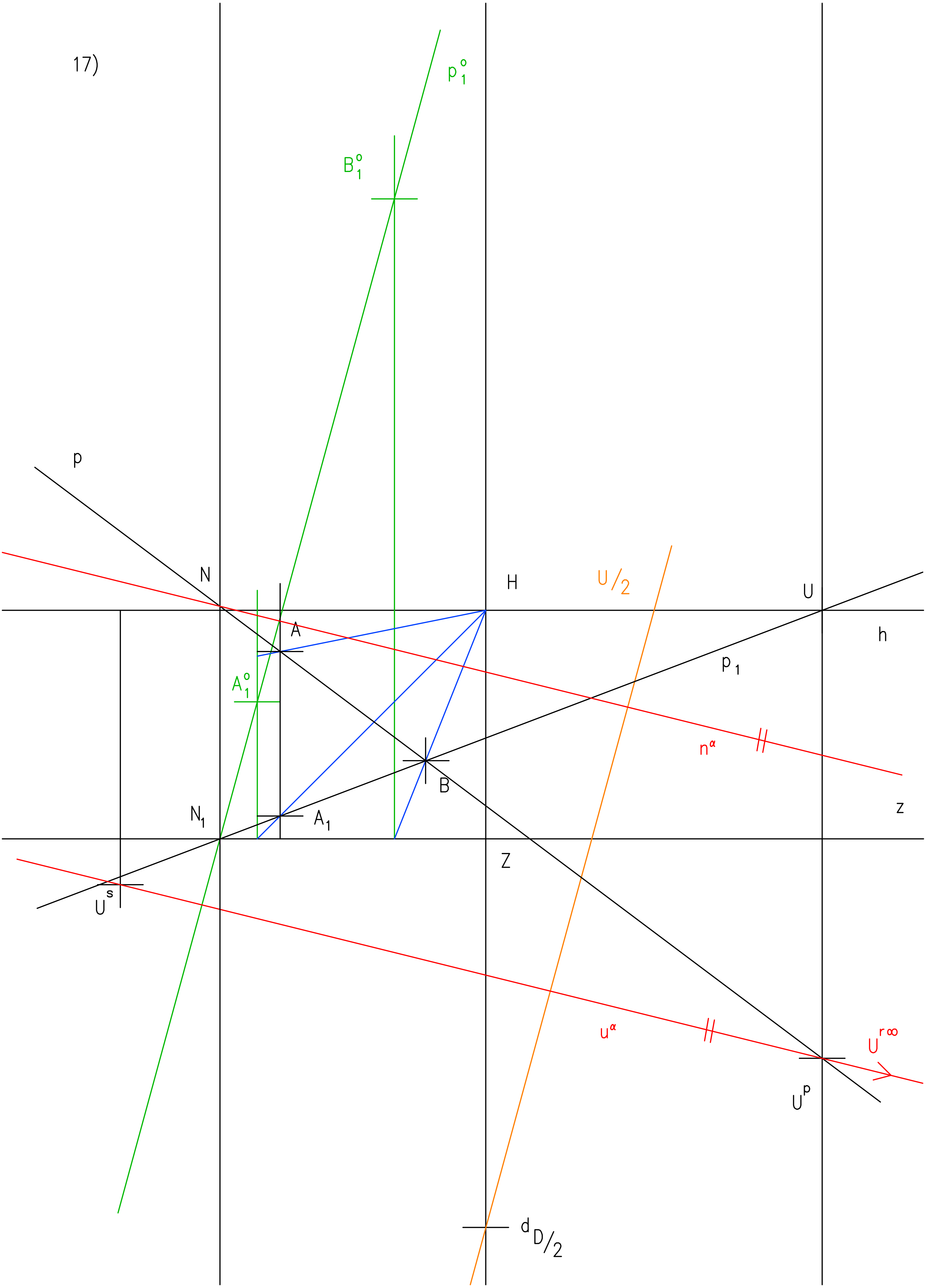


V dané LP sestrojte úběžnici a stopu roviny $\alpha : AB \subset \alpha$, přímky zadaného svazku jsou rovnoběžné s rovinou α. Dále určete úběžník průsečnice r roviny α s libovolnou rovinou rovnoběžnou s průmětnou σ.

Řešení:

1. Označme p=AB.
   Zobrazíme přímku p_1, sestrojíme její stopník N_1 a její úběžník U (redukce).
   Zobrazíme body A_1, A, B (využijeme hloubkové přímky).
   Zobrazíme přímku p=AB.
2. Sestrojíme úběžník U^p a stopník N přmky p, použijeme svislou rovinu obsahující přímku p.
3. Rovinu α dourčíme přímkou q, která prochází libovolným bodem přímky p a je přímkou zadaného svazku.
   Přímku q ovšem není nutno zobrazovat, důležité je, že máme její úběžník U^s.
   Úběžnce roviny α je $u^\alpha = U^s U^p$.
   Stopa roviny α je n^α: $N \in n^\alpha$, $n^\alpha \parallel u^\alpha$.
4. Průsečnice roviny α s libovolnou rovinou β rovnoběžnou s průmětnou σ je přímka $r = \alpha \cap \beta$ rovnoběžná s průmětnou. Její úběžník je tedy nevlastní bod a musí ležet na úběžnici roviny α, $U^{r\infty}$ je nevlastní bod úběžnice u^α. Jinými slovy: úběžník přímky r leží na úběžnici roviny α a na úběžnici roviny β. Úběžnice roviny β je nevlastní přímka průmětny σ. Úběžník $U^{r\infty}$ je průsečík u^α a této nevlastní přímky.

17)



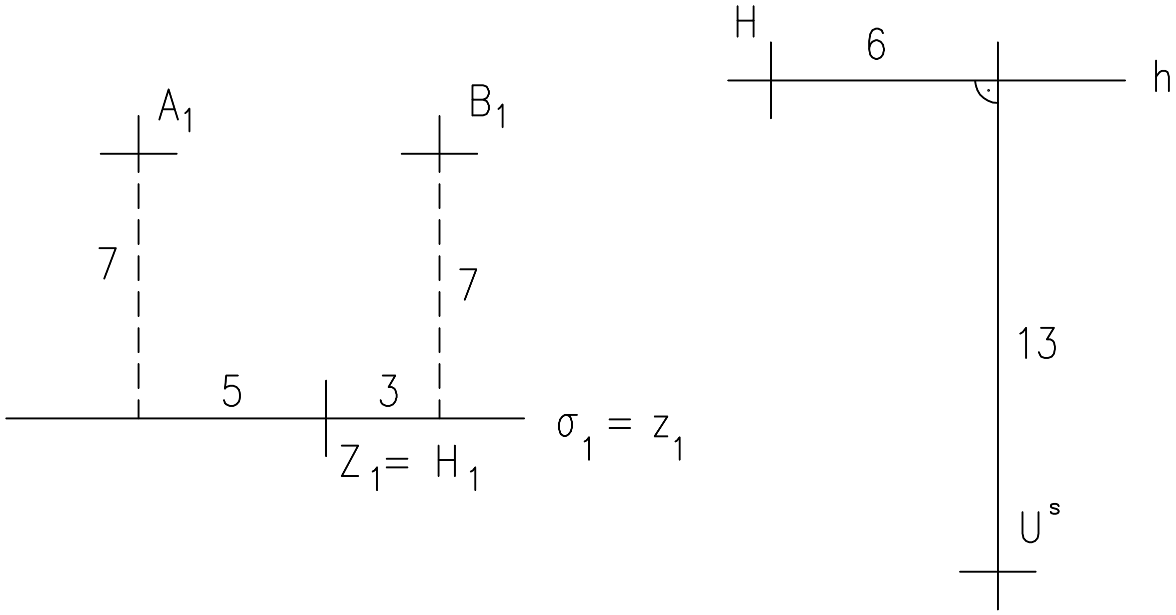
p_1^o
B_1^o
p
N
H
$U/_2$
U
h
A
p_1
A_1^o
n^α
B
N_1
A_1
z
Z
U^s
u^α
$U^{r\infty}$
U^p
$d_{D/2}$

18) A4 na výšku

LP: $H[10,16]$; $v_h=6$; $d=26$

Jsou dány body A, B; A je nad π, $|A_1A|=7$, $B\in\pi$.

V průmětně σ je dán úběžník U^s svazku rovnoběžných přímek.

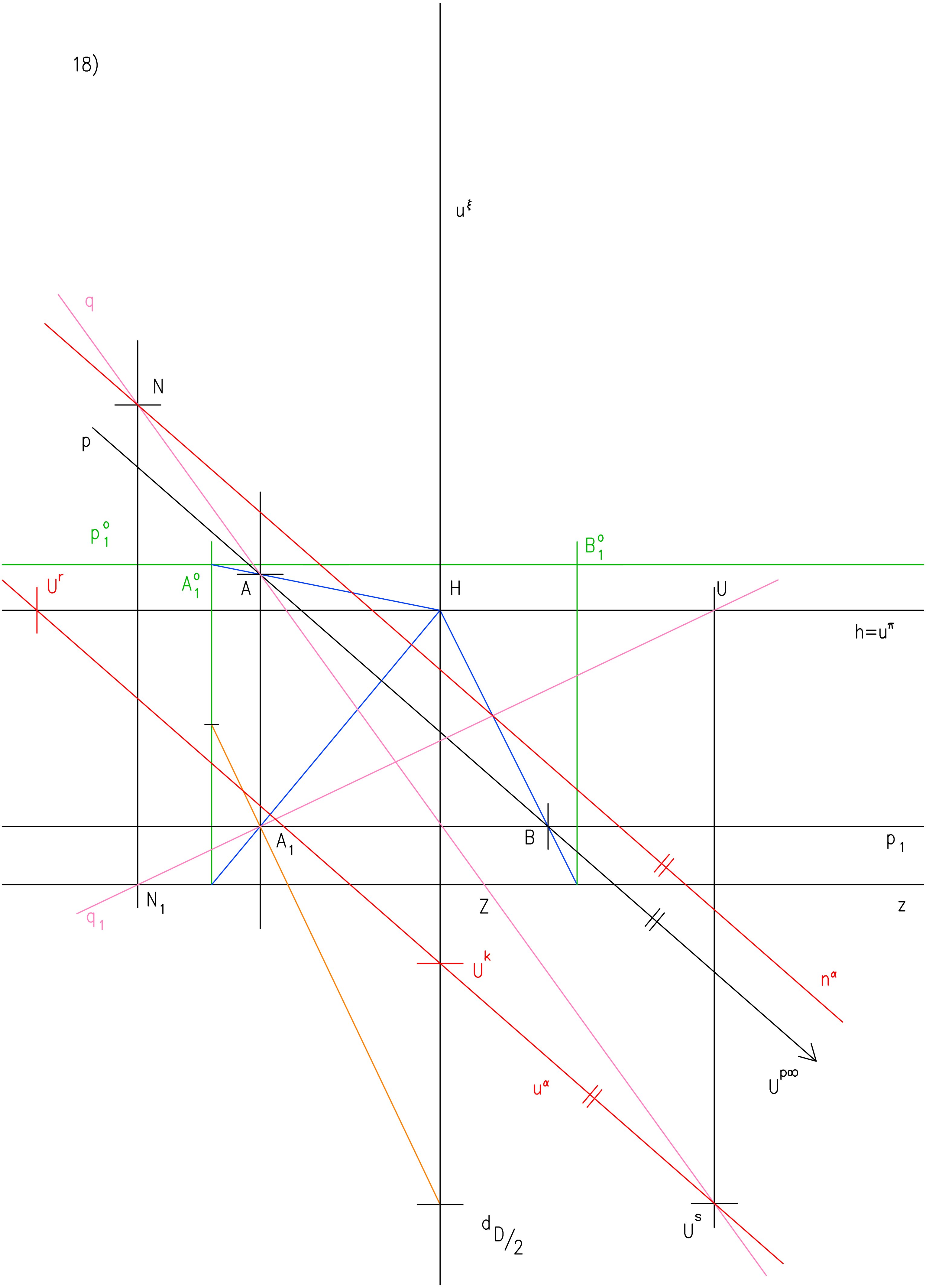


V dané LP sestrojte úběžnici a stopu roviny α: $AB\subset\alpha$, přímky zadaného svazku jsou rovnoběžné s rovinou α. Dále určete úběžník průsečnice roviny α s libovolnou rovinou kolmou k základnici z a úběžník průsečnice roviny α s libovolnou rovinou rovnoběžnou se základní rovinou π.

Řešení:

1. Označme $p=AB$.
   Zobrazíme přímku p_1 a přímku p, stopník i úběžník přímky p je nevlastní bod $U^{p\infty}$ (přímka p je rovnoběžná s průmětnou σ).
2. Rovinu α dourčíme přímkou q, která prochází libovolným bodem (zde bodem A) a je přímkou zadaného svazku, viz příklad 15.
   Obraz přímky q je AU^s, obraz přímky q_1 je A_1U ($U\in h$, $UU^s\perp h$).
   Úběžnice roviny α je $u^\alpha=U^{p\infty}U^s$.
   Stopa roviny α je rovnoběžná s úběžnicí roviny α. Sestrojíme stopník N přímky q a n^α: $N\in n^\alpha$, $n^\alpha\parallel u^\alpha$.
3. Průsečnice k roviny α s libovolnou rovinou ξ kolmou k základnici má úběžník U^k na úběžnici roviny α i na úběžnici roviny ξ.
   Rovina ξ je svislá roviny a obsahuje hloubkové přímky,
   je tedy u^ξ: $H\in u^\xi$, $u^\xi\perp h$.
   Hledaný úběžník je bod $U^k=u^\alpha\cap u^\xi$.
4. Průsečnice r roviny α s libovolnou rovinou β rovnoběžnou se základní rovinou má úběžník U^r na úběžnici roviny α i na úběžnici roviny β.
   Úběžnice roviny β splývá s úběžnicí roviny π, $u^\beta=u^\pi=h$.
   Hledaný úběžník je bod $U^r=u^\alpha\cap h$.

18)

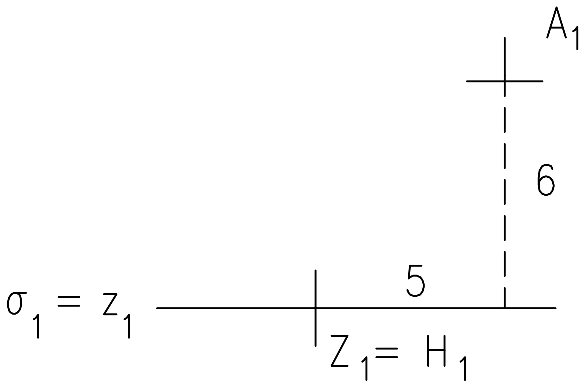


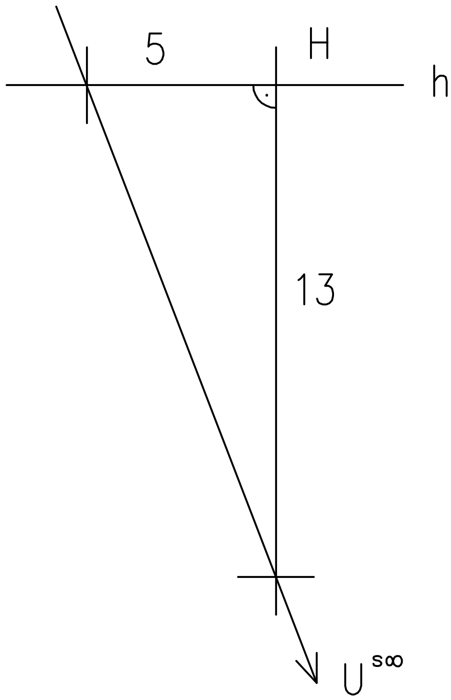
19) A4 na výšku

LP: H[11,15]; $v_h=5$; d=22

Je dán bod A; A je nad π, $|A_1 A|=8$.

V průmětně σ je dán nevlastní úběžník $U^{s\infty}$ svazku rovnoběžných přímek.





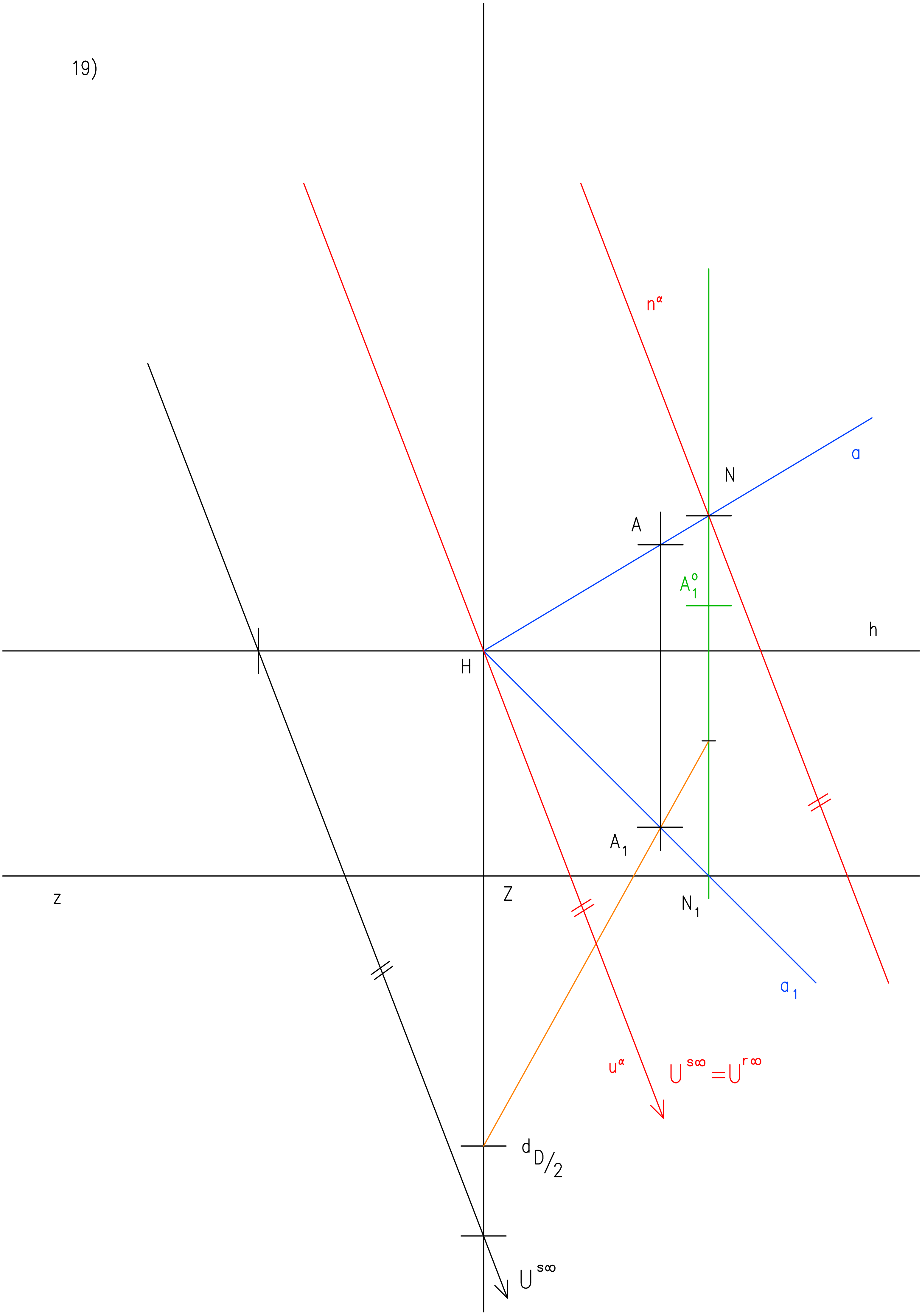
V dané LP sestrojte úběžnici a stopu roviny α, která obsahuje hloubkovou přímku bodu A a přímky zadaného svazku jsou rovnoběžné s rovinou . α

Dále určete úběžník průsečnice roviny α a libovolné roviny rovnoběžné s průmětnou σ.

Řešení:

1. Zobrazíme bod A a hloubkovou přímku a procházející bodem A.
   Zobrazíme stopník N přímky a.
2. Rovinu α dourčíme přímkou q, která prochází libovolným bodem přímky p a je přímkou zadaného svazku.
   Přímku q není nutno zobrazovat, úběžník přímky q je bod $U^{s\infty}$.
   Úběžnice roviny α je $u^\alpha = U^{s\infty}H$.
   Stopa roviny α je n^α: $N \in n^\alpha$, $n^\alpha \parallel u^\alpha$.
3. Průsečnice roviny α s libovolnou rovinou β rovnoběžnou s průmětnou je přímka $r=\alpha \cap \beta$ rovnoběžná s průmětnou.
   Přímka roviny α, která je rovnoběžná s průmětnou, je přímka zadaného svazku. Tedy hledaný úběžník $U^{r\infty}=U^{s\infty}$.
   Jinými slovy: úběžník přímky r leží na úběžnici roviny α a zároveň na úběžnici roviny β. Úběžnice roviny β je nevlastní přímka. Úběžník $U^{r\infty}$ je průsečík u^α a této nevlastní přímky.

19)

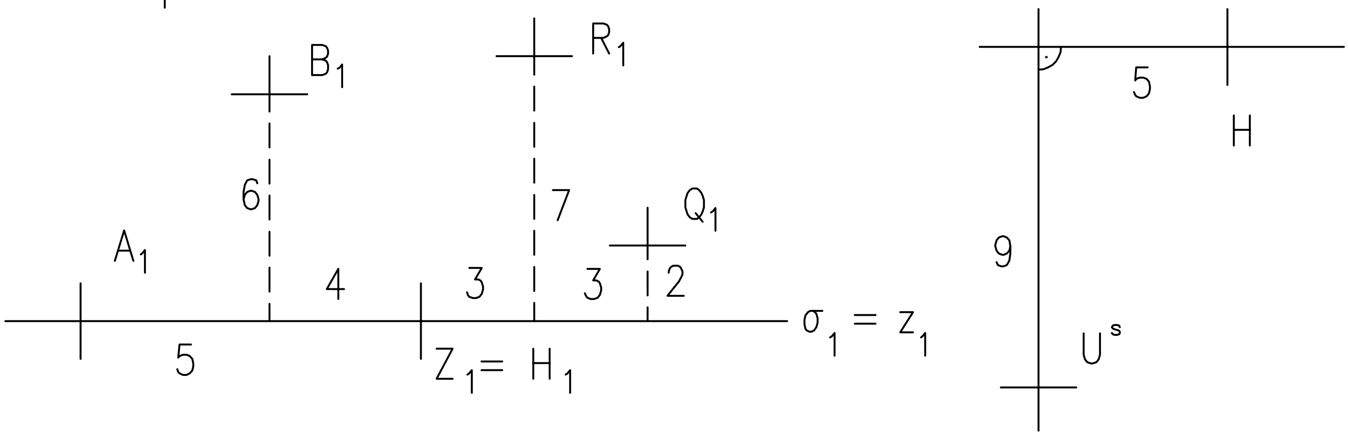


20) A4 na šířku!

LP: $H[16{,}5;13]$, $v_h=4$, $d=24$.

Jsou dány body A, B, Q, R; A je nad π, $|A_1A|=5$, $B\in\pi$, Q je nad π, $|Q_1Q|=7$, R je nad π, $|R_1R|=5$.

V průmětně σ je dán úběžník U^s svazku rovnoběžných přímek.



V dané LP sestrojte úběžnici a stopu roviny α: $AB\subset\alpha$, přímky zadaného svazku jsou rovnoběžné s rovinou α.

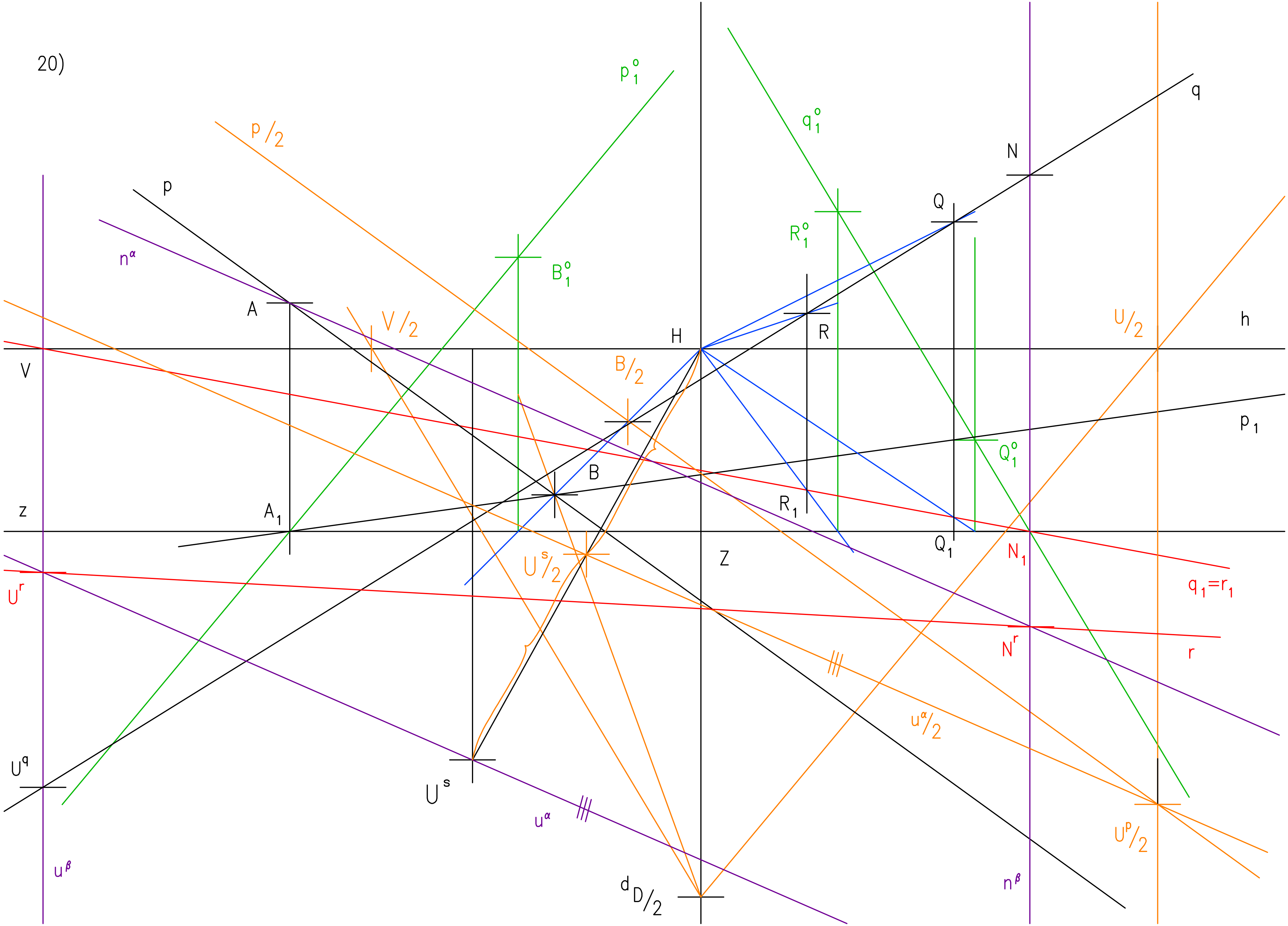
Dále sestrojte úběžnici a stopu roviny $\beta(Q,\ Q_1,\ R)$.

Zobrazte průsečnici r rovin α a β, tj. sestrojte perspektivu přímky r a perspektivu pravoúhlého průmětu přímky r v π.

Řešení:

1. Zobrazíme přímky $p=AB$ a $q=QR$.
   Bod A je stopník přímky p.
   Bod U je úběžník přímky p_1, k dispozici je jen poloviční úběžník $U/2$.
   Bod U^p je úběžník přímky p, k dispozici je jen poloviční $U^p/2$ (sestrojen s využitím $p/2$).
   Bod N je stopník přímky q.
   Bod V je úběžník přímky q_1.
   Bod U^q je úběžník přímky q (využili jsme svislou rovinu β).
2. Sestrojíme úběžnici a stopu roviny α.
   Úběžnice u^α je U^pU^s. Vzhledem k tomu, že U^p je nedostupný, použijeme redukci ($u^\alpha/2= U^s/2\ U^p/2$).
   Stopa roviny α je $n^\alpha: A\in n^\alpha,\ n^\alpha \parallel u^\alpha$.
3. Sestrojíme stopu a úběžnici svislé roviny β.
   Úběžnice roviny β je u^β: $U^q\in u^\beta$, $u^\beta\perp h$.
   Stopa roviny β je n^β: $N\in u^\beta$, $u^\beta\perp h$.
4. Označme $r=\alpha\cap\beta$.
   Úběžník U^r musí ležet na úběžnici roviny α i na úběžnici roviny β, $U^r=u^\alpha\cap u^\beta$.
   Stopník N^r musí ležet na stopě roviny α i na stopě roviny β, $N^r=n^\alpha\cap n^\beta$.
   Průsečnice r rovin α a β je jednoznačně určena stopníkem a úběžníkem.
   Úběžník obrazu přímky r_1 je bod V, stopník obrazu přímky r_1 je bod N_1, je tedy $r_1=q_1$.

20)



p
q
h
V
z
Z
H
A
A_1
B
R
R_1
Q
Q_1
N
N_1
p_1
p^o_1
q^o_1
B^o_1
R^o_1
Q^o_1
p/2
V/2
B/2
U/2
$U^s/2$
$u^\alpha/2$
$U^p/2$
$^dD/2$
n^α
n^β
u^α
u^β
U^r
N^r
U^q
U^s
$q_1=r_1$
r