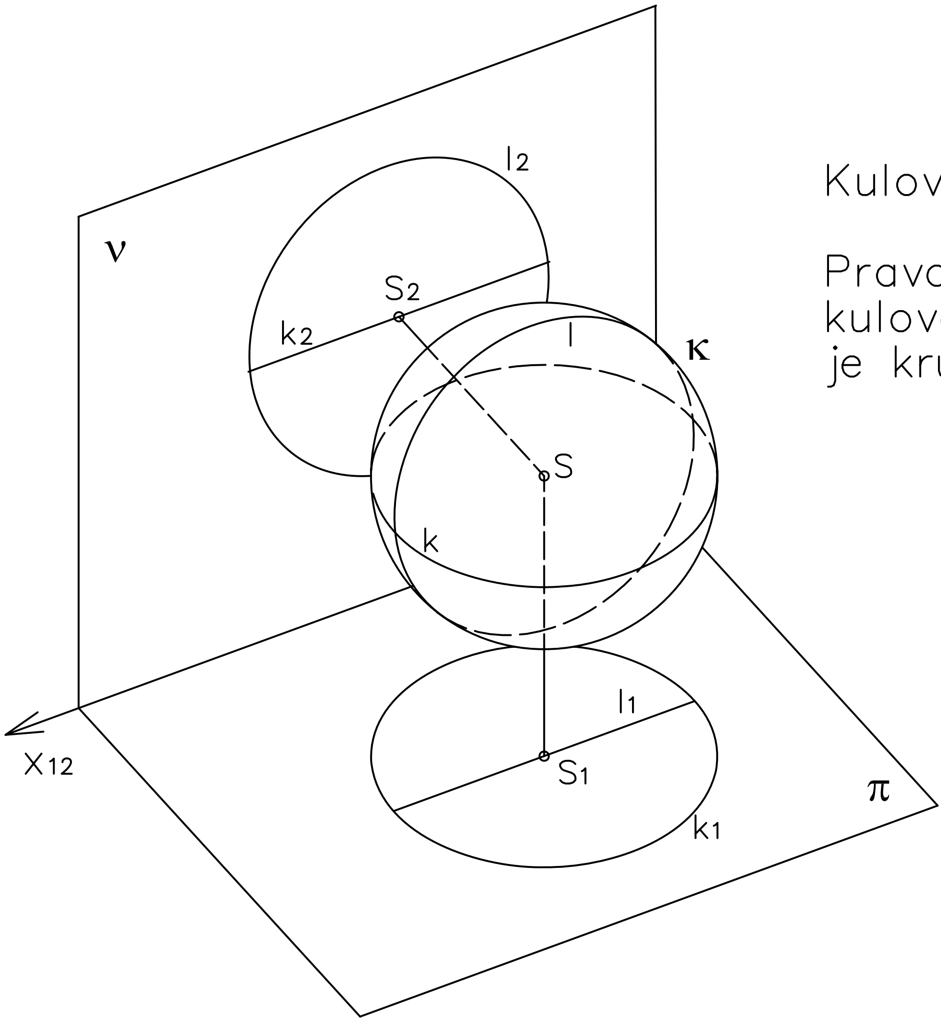
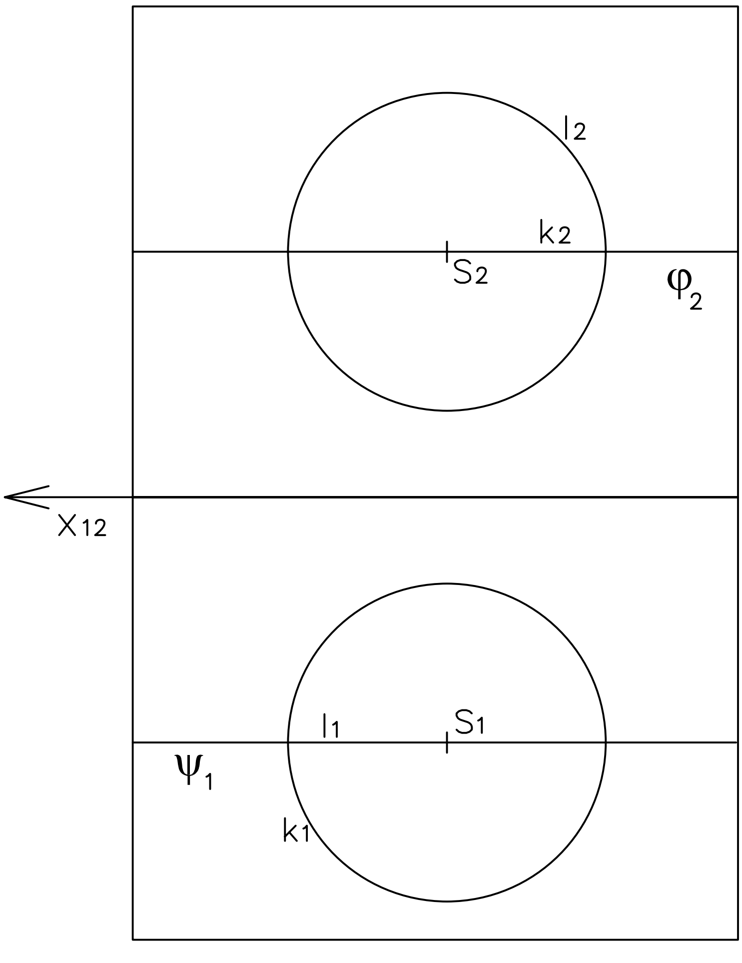
Zobrazení kulové plochy v MP



Kulová plocha $\kappa(S,r)$

Pravoúhlým průmětem kulové plochy do průmětny je kruh o poloměru r.



$\kappa(S,r)$

Nárysem plochy κ je kruh s hraniční kružnicí $l_2(S_2,r)$
$l \subset \psi,\ \psi \parallel \nu$

Půdorysem plochy κ je kruh s hraniční kružnicí $k_1(S_1,r)$
$k \subset \varphi,\ \varphi \parallel \pi$

Zadání:

1. Zadání: A4 na výšku O[10;15]
Je dána kulová plocha se středem S[0;6,5;4] a poloměrem r=4cm.
Dále je dán půdorys bodu M, M_1[1;8,5;0]. Dourčete bod M (tj. sestrojte nárys M_2) Tak aby M ležel na kulové ploše. ($Z_M > Z_S$).

2. Zadání: A4 na výšku O[10;12]
Je dána kulová plocha se středem S[0;4;6] a poloměrem r=4cm.
Dále je dán půdorys bodu T, T_1[−2;6;0], bod T leží na kulové ploše ($Z_T > Z_S$). Určete tečnou rovinu kulové plochy v bodě T.

3. Zadání: A4 na výšku O[10;10]
Zobrazte kulovou plochu, která je dána tečnou rovinou ρ s bodem dotyku Q, kde $Q \subset \rho$, a bodem dotyku kulové plochy A[2;4;6]. Hlavní přímky roviny ρ jsou h=QR, f=PQ, kde P[−1;5,5;0], Q[−3;5,5;1,5] a R[−6;1;1,5].

4. Zadání: A4 na výšku O[10;12]
Zobrazte kulovou plochu, pro niž je dán střed S a tečná rovina α
S[0;5;6], α(−8;4;5)

5. Zadání: A4 na výšku O[10;10]
Zobrazte kulovou plochu která je dána tečnou rovinou α (8;∞;12) a rovinou π s bodem dotyku A[0;4,5;0], kde $A \subset \pi$.

6. Zadání: A4 na výšku O[10;10]
zobrazte kulovou plochu, která prochází body A,B a jejíž střed S leží na přímce l=KL. A[3;5;1], B[−1;7;3], K[4;3;3], L[−5;6;7]

7. Zadání: A4 na výšku O[10;10]
Je dána kulová plocha se středem S[0;4;6] a poloměrem r=4cm.
Dále je dána rovina ρ (∞;∞;4). $_1$Zobrazte řez kulové plochy κ rovinou ρ.

8. Zadání: A4 na výšku O[10,5;10]
Je dána kulová plocha se středem S[0;4;6] a poloměrem r=4cm.
Dále je dána rovina ρ (−4,5;7;∞). Zobrazte řez kulové plochy κ rovinou ρ.

9. Zadání: A4 na výšku O[10;15]
Je dána kulová plocha se středem S[0;4,5;5] a poloměrem r=4cm.
Dále je dána rovina ρ (−6;5,5;8). Zobrazte řez kulové plochy κ rovinou ρ.

10. Zadání: A4 na výšku O[10;15]
Je dána kulová plocha se středem S[0;4;3,5] a poloměrem r=3,5cm.
Dále je dána přímka určená body P[4;0,5;0] a R[−4;3;8,5]. Zobrazte průsečíky přímky a kulové plochy, stanovte viditelnost v půd. a nár.

11. Zadání: A4 na výšku O[10,5;10]
Je dána kulová plocha se středem S[0;4;6] a poloměrem r=4cm.
Dále je dána přímka a, a je kolmá na ν a prochází bodem P[−2;2;8].
Zobrazte průsečíky přímky a kulové plochy, stanovte viditelnost.

12. Zadání: A4 na výšku O[6;10]
Je dána kulová plocha se středem S[0;4;6] a poloměrem r=4cm.
Dále je dána přímka a určená body P[−2;6;6] a X[−2;0;0]. Zobrazte průsečíky přímky a kulové plochy, stanovte viditelnost v půd. a nár.

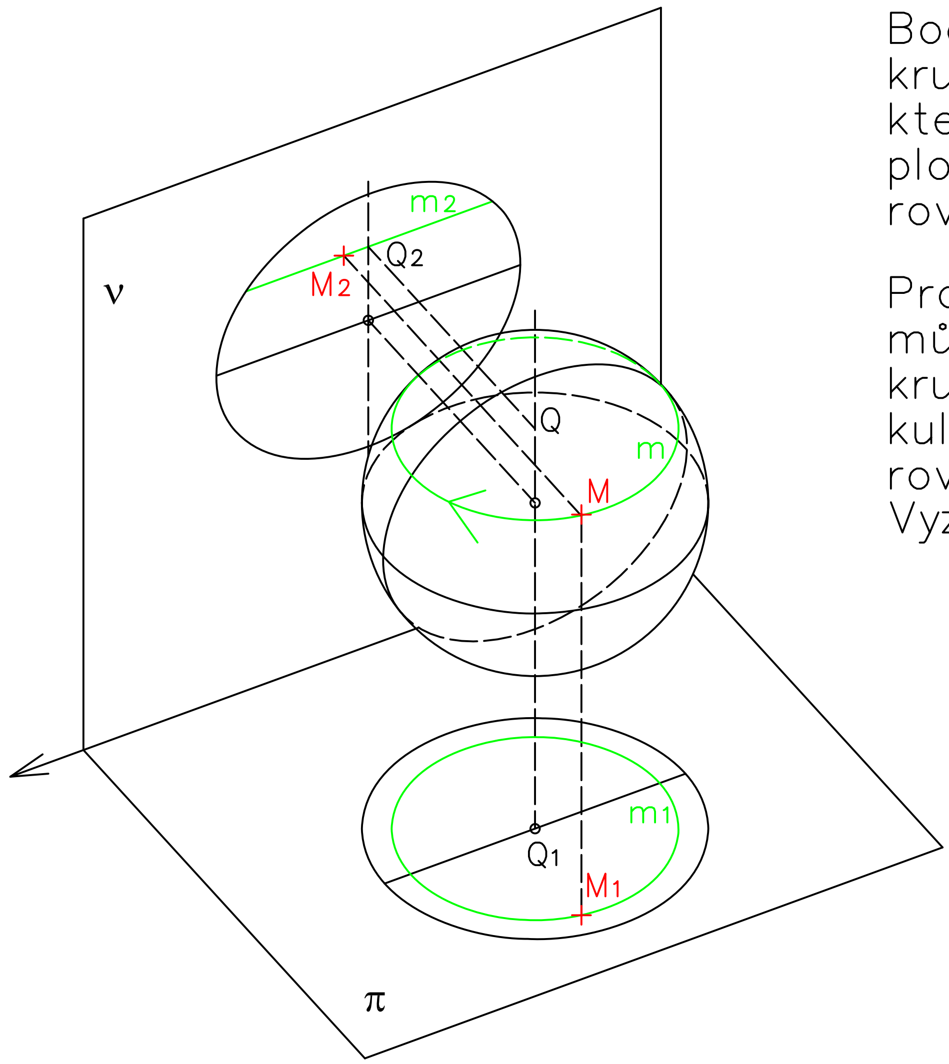
13. Zadání: A4 na výšku O[14;10]
Je dána kulová plocha se středem S[0;4;6] a poloměrem r=4cm.
Rovina ρ je zadána třemi body A[2;5;9], B[−2;5;6] a C[−1;4;8].
Zobrazte řez kulové plochy κ rovinou ρ.

14. Zadání: A4 na výšku O[6,5;10]
Je dána kulová plocha se středem S[0;4;6] a poloměrem r=4cm.
Rovina ρ (∞;8,5;4,5). Zobrazte řez kulové plochy κ rovinou ρ.

15. Zadání: A4 na výšku O[6,5;10]
Je dána kulová plocha se středem S[0;4;6] a poloměrem r=4cm.
Rovina α (−9;9;9). Zobrazte řez kulové plochy rovinou rovnoběžnou s α tak, aby kružnice řezu měla poloměr r_m=3cm. Zobrazte obě řešení.

1.

Zadání: A4 na výšku O[10;15]
Je dána kulová plocha se středem S[0;6,5;4] a poloměrem r=4cm.
Dále je dán půdorys bodu M, M_1[1;8,5;0]. Dourčete bod M (tj. sestrojte nárys M_2) tak, aby M ležel na kulové ploše ($z_M > z_S$).
Řešení je na další straně.
Názorný obrázek:

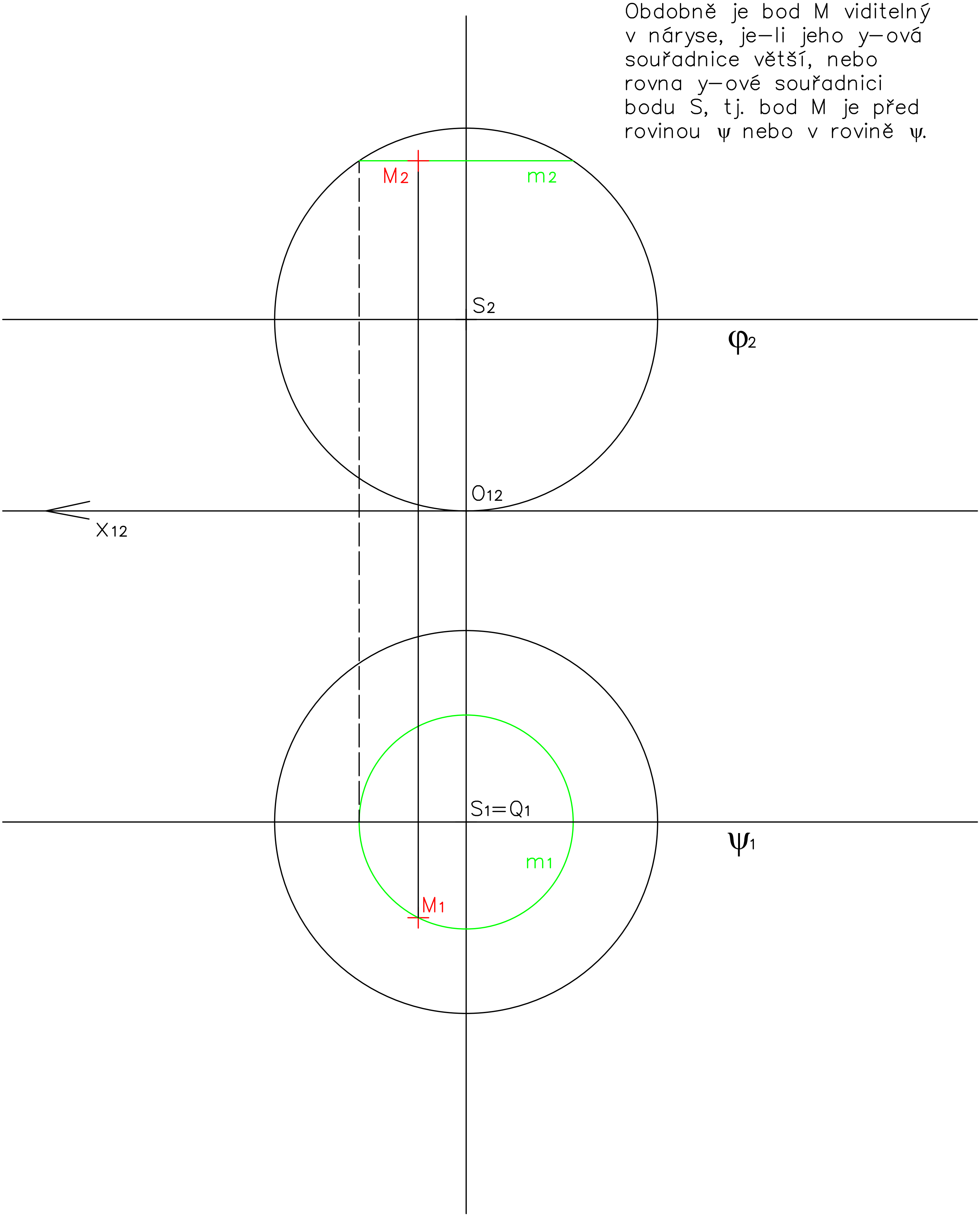


Bod M je bodem kružnice m (Q, |QM|), která leží na kulové ploše a v rovině rovnoběžné s π.

Pro dourčení bodu můžeme také použít kružnici, která leží na kulové ploše a v rovině rovnoběžné s ν. Vyzkoušejte si.

1.

Bod M je viditelným v půdoryse, je-li jeho z-ová souřadnice větší, nebo rovna z-ové souřadnici bodu S, tj. bod M je nad rovinou φ, nebo v rovině φ. Obdobně je bod M viditelný v náryse, je-li jeho y-ová souřadnice větší, nebo rovna y-ové souřadnici bodu S, tj. bod M je před rovinou ψ nebo v rovině ψ.

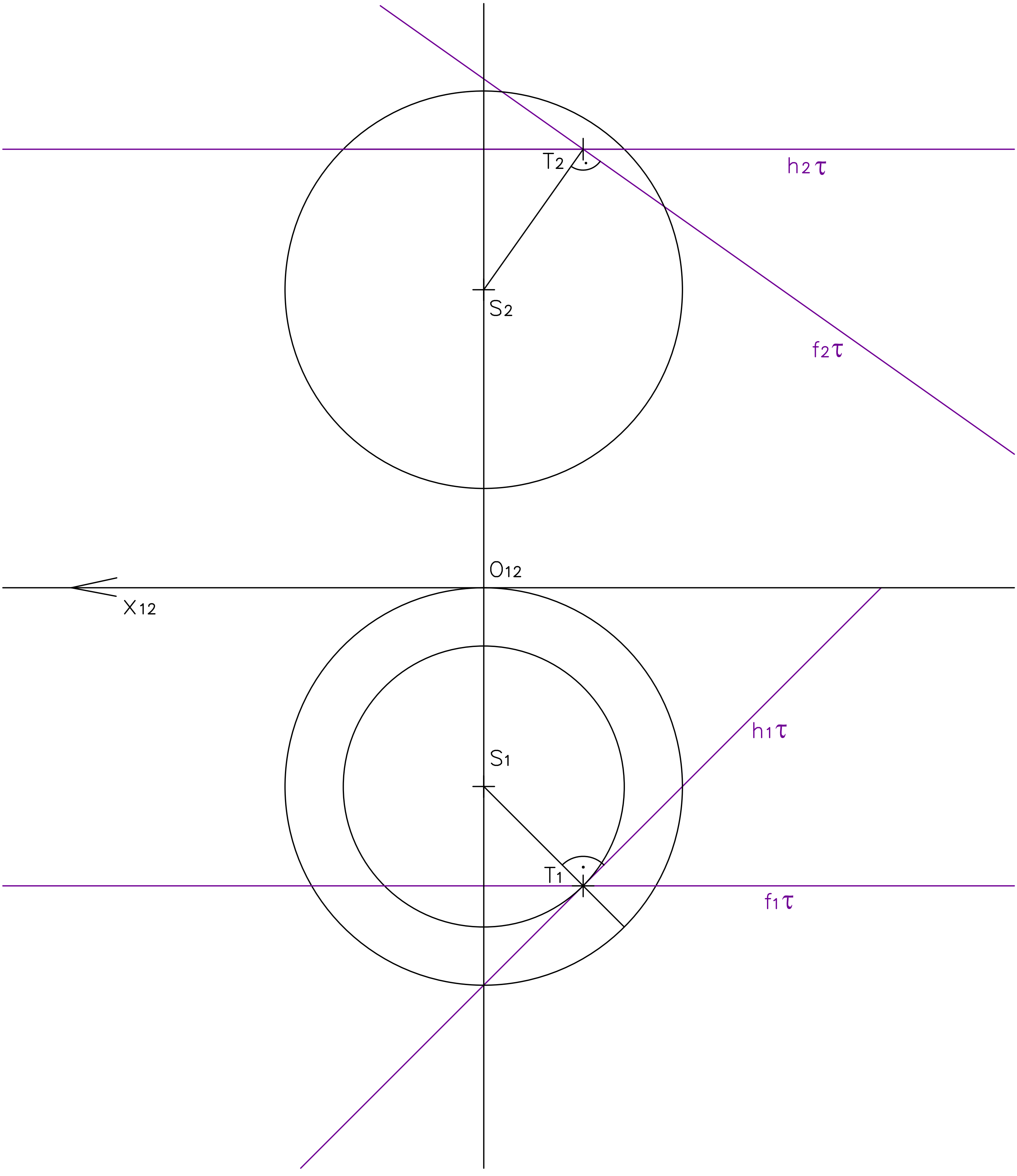


2. Zadání: A4 na výšku O[10;12]
Je dána kulová plocha se středem S[0;4;6] a poloměrem r=4cm.
Dále je dán půdorys bodu T, $T_1[-2;6;0]$, bod T leží na kulové ploše ($Z_T > Z_S$). Určete tečnou rovinu kulové plochy v bodě T.

Řešení:

1. Dourčíme bod T.
2. Tečná rovina v bodě T je rovina , která prochází bodem T a je kolmá k přímce ST.

Tečnou rovinu dourčíme pomocí hlavních přímek h a f.

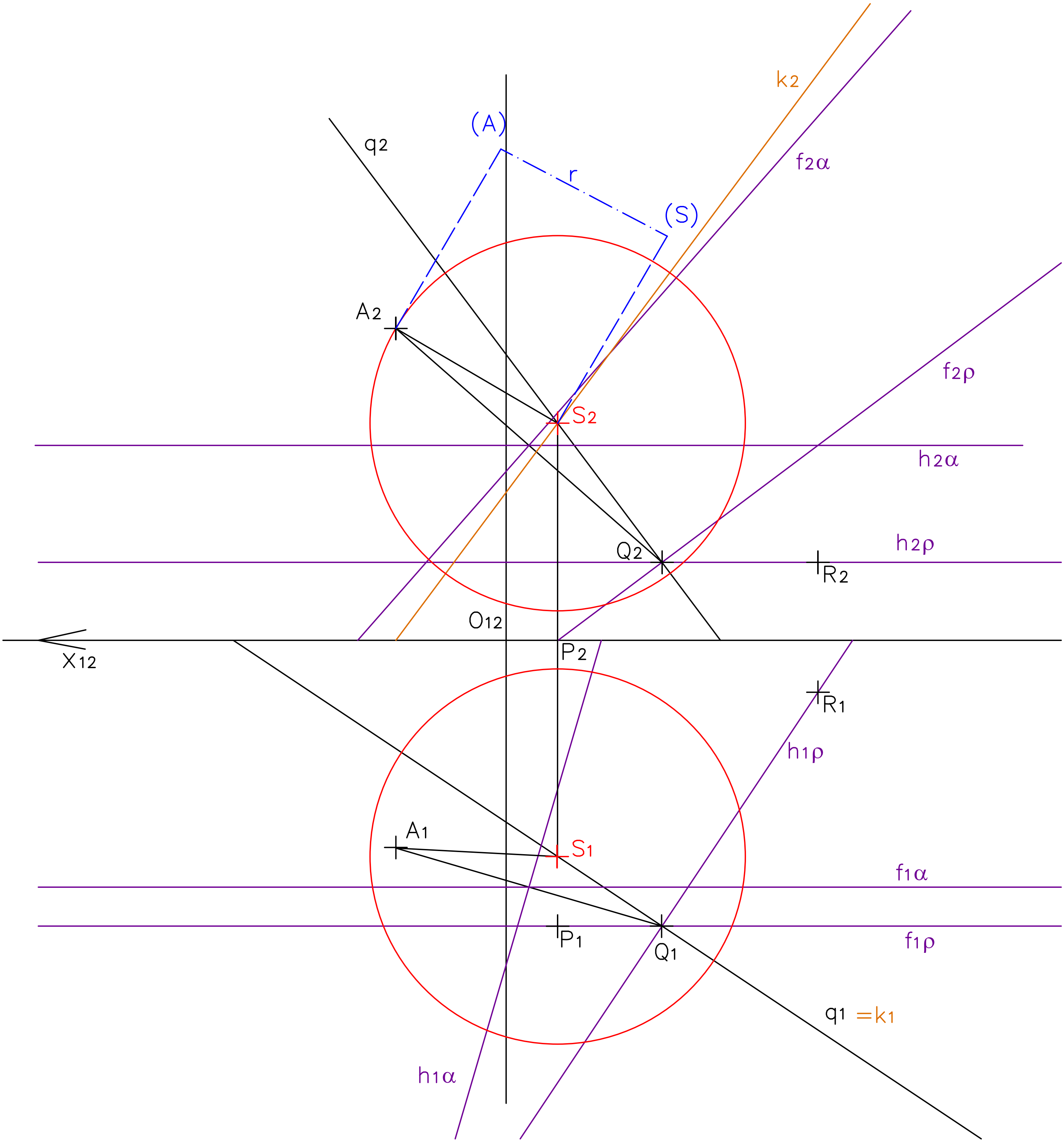


3.

Zadání: A4 na výšku O[10;10]
Zobrazte kulovou plochu, která je dána tečnou rovinou ρ (P,Q,R) s bodem dotyku Q, a bodem kulové plochy A[2;4;6].
P[−1;5,5;0], Q[−3;5,5;1,5], R[−6;1;1,5]

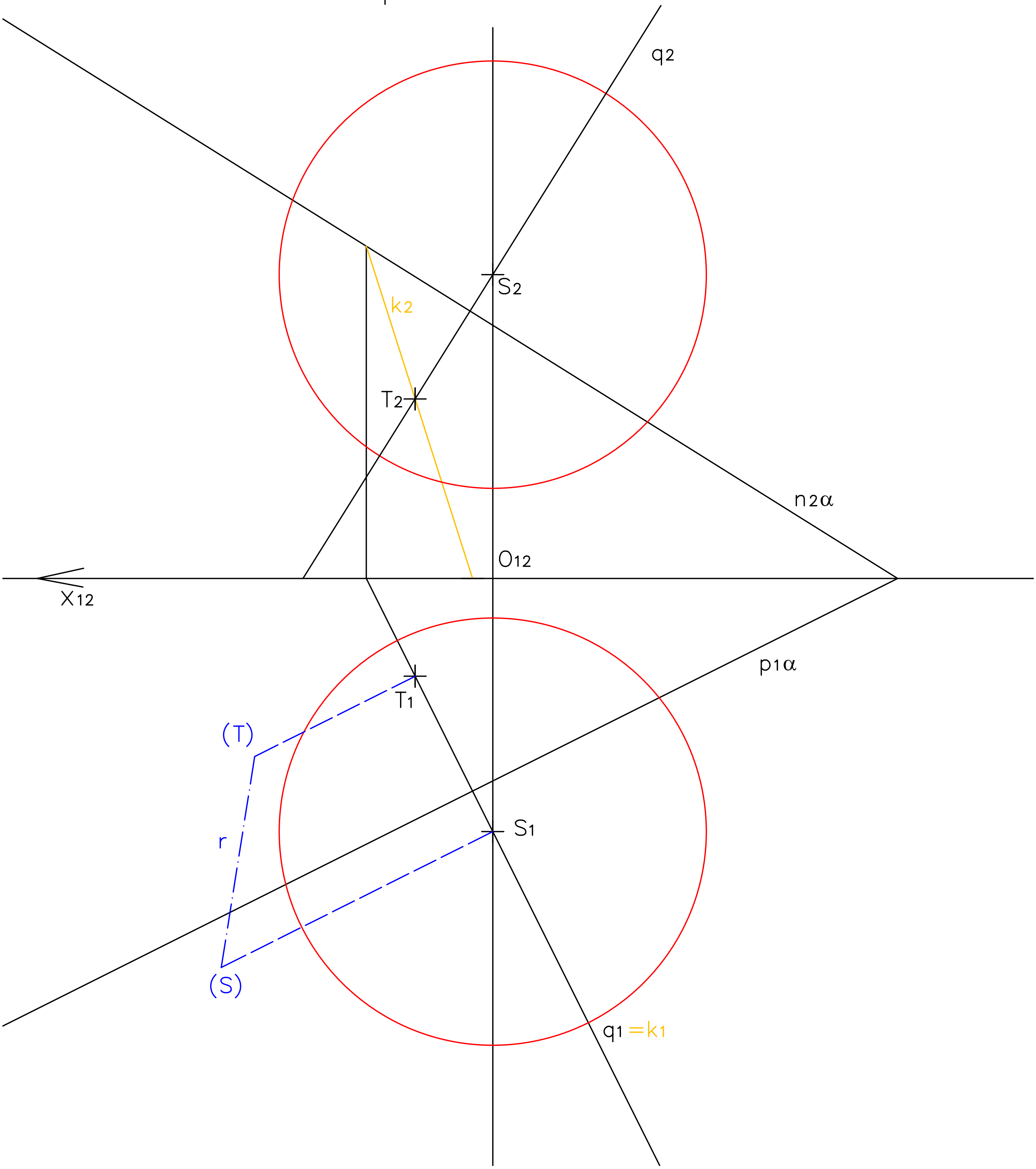
Řešení:

1. Střed kulové plochy S musí ležet na kolmici q k rovině ρ procházející bodem Q. Dále bod S leží ve stejné vzdálenosti od bodů A a Q.
2. Množina všech bodů, které mají od A a Q stejnou vzdálenost je rovina α kolmá na úsečku AQ, protínající úsečku AQ v polovině.
3. Hledaný střed S kulové plochy je průsečíkem roviny α s přímkou q.
Poloměr kulové plochy určíme sklopením úsečky AS, nebo QS.
4. Zobrazíme kulovou plochu.



4.

Zadání: A4 na výšku O[10;12]
Zobrazte kulovou plochu, je-li její střed S a její tečná rovina α.
S[0;5;6], $\alpha(-8;4;5)$
Řešení:
1. Poloměr hledané kulové plochy je roven nejkratší vzdálenosti S od roviny α. Hledáme tedy bod T, který je patou kolmice spuštěné z bodu S na rovinu α.
2. Zobrazíme přímku q procházející bodem S a kolmou k rovině α. Označíme T průsečík q a α, bod T je bod dotyku v rovině α.
Poloměr r je skutečná vzdálenost úsečky ST. (Sestrojíme sklopením).
3. Zobrazíme kulovou plochu.

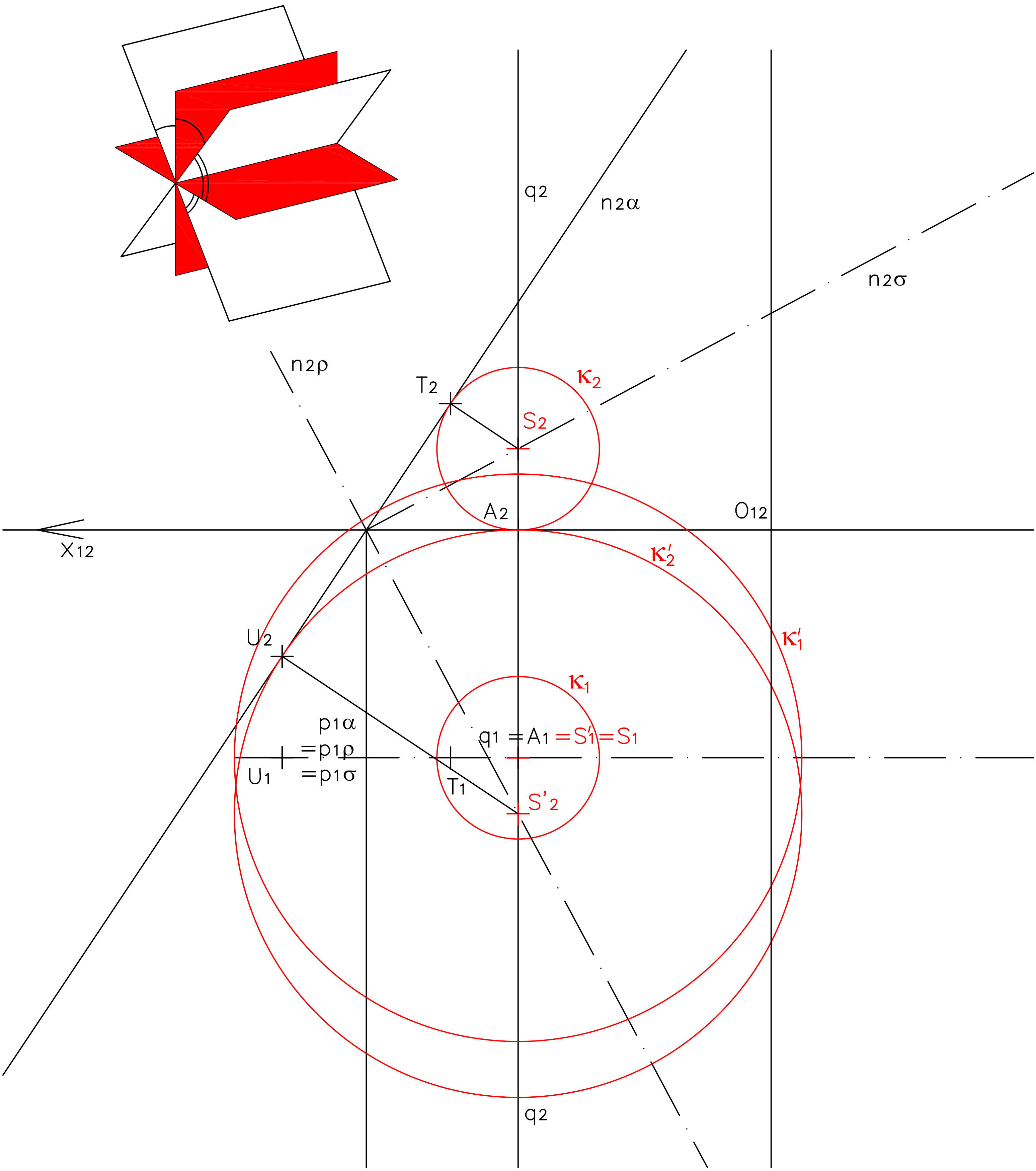


5.

Zadání: A4 na výšku O[15,5;13]
Zobrazte kulovou plochu, jejíž tečnou je rovina α (8; ∞;12) a také rovina π s bodem dotyku A[0;4,5;0].

Řešení:

1. Střed S hledané kulové plochy má od obou tečných rovin stejnou vzdálenost a leží na kolmici q spuštěné z bodu A k rovině π.
2. Množina všech bodů, které mají od roviny π a α stejnou vzdálenost, jsou dvě roviny souměrnosti ρ , σ.
3. Zobrazíme průsečíky přímky q s rovinami ρ a σ .
4. Zobrazíme obě řešení.

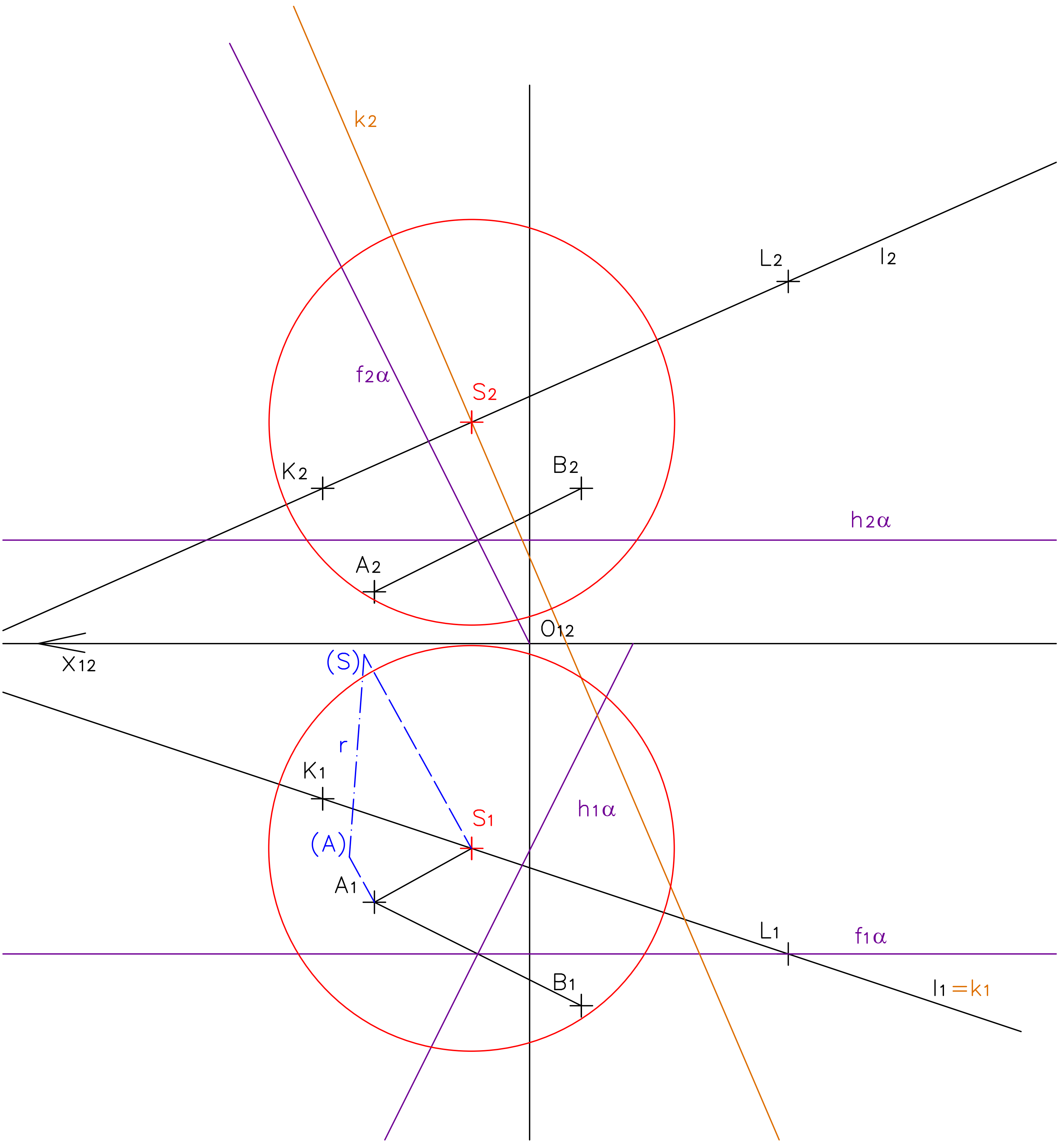


6.

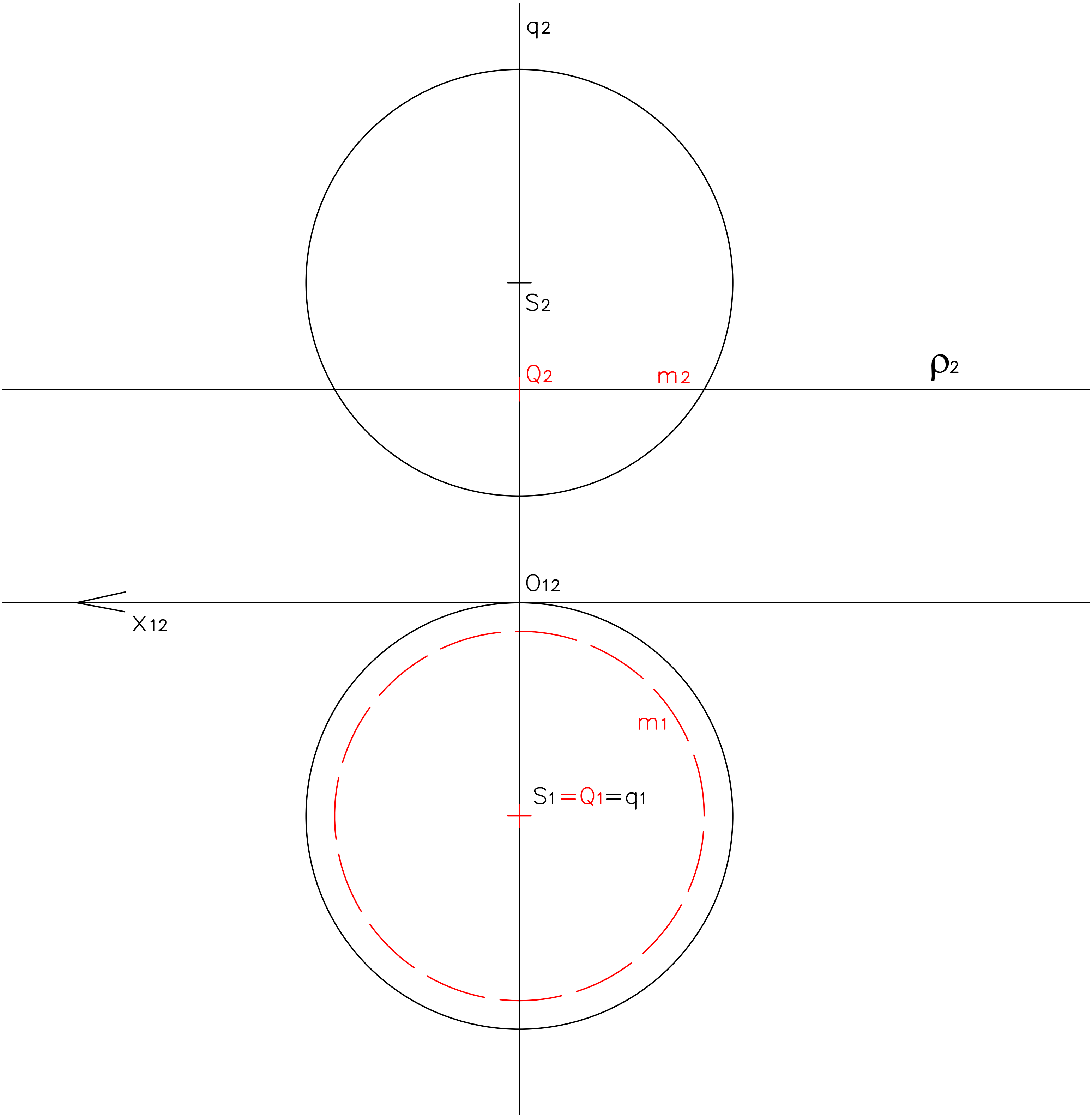
Zadání: A4 na výšku O[10;10]
Zobrazte kulovou plochu, která prochází body A,B a jejíž střed S leží na přímce l=KL. A[3;5;1], B[−1;7;3], K[4;3;3], L[−5;6;7]

Řešení:

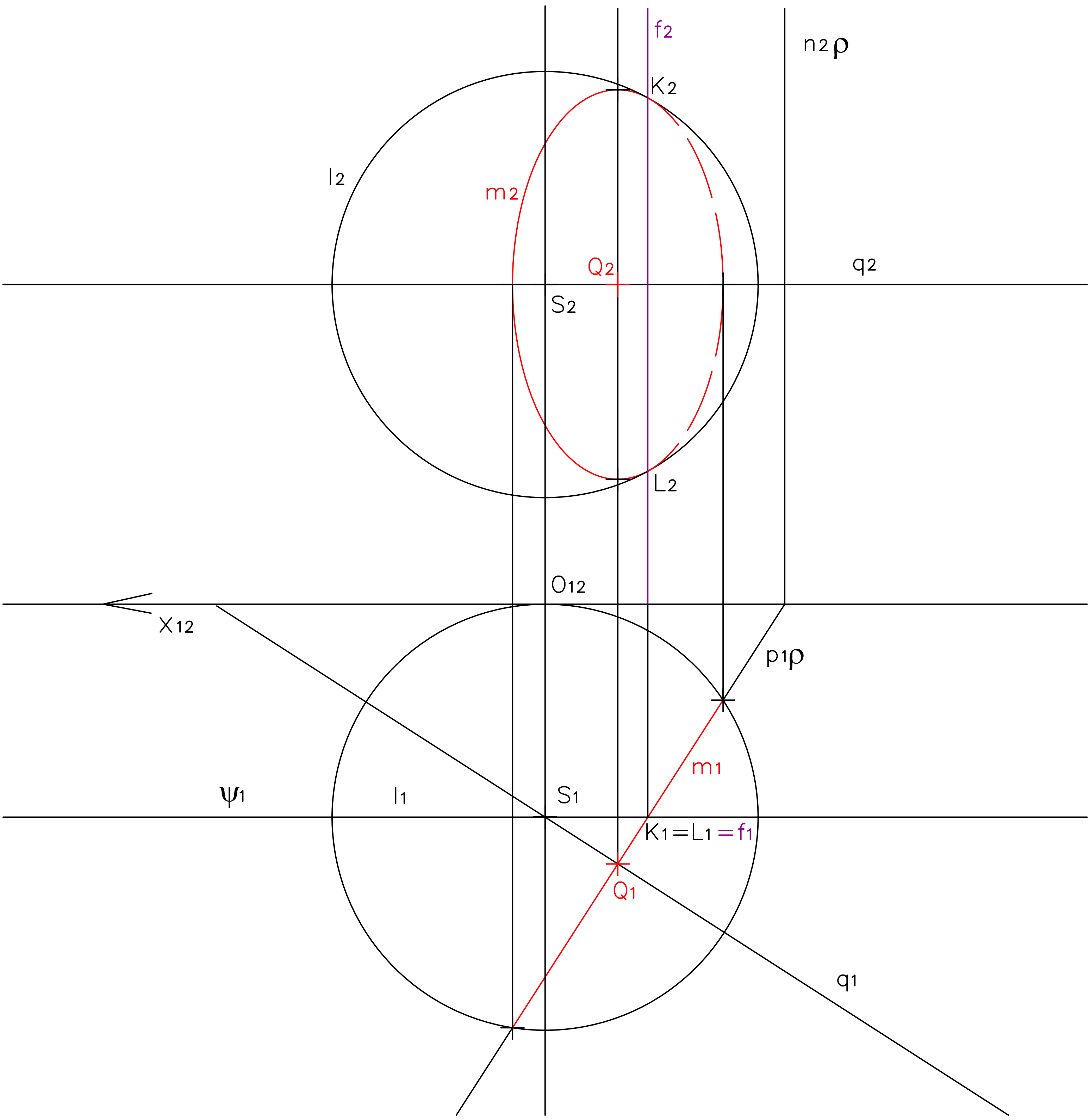
1. Střed S hledané kulové plochy je stejně vzdálen od bodů A a B, leží tedy na rovině α, která je kolmá na úsečku AB a protíná ji v jejím středu.
2. Bod S leží zároveň také na zadané přímce l, je tedy průsečíkem roviny α s přímkou l.
3. Poloměr hledané kulové plochy určíme sklopením úsečky AS, nebo BS.
4. Zobrazíme kulovou plochu.



7. Zadání: A4 na výšku O[10;10]
Je dána kulová plocha se středem S[0;4;6] a poloměrem r=4cm.
Dále je dána rovina ρ (∞;∞;4). Zobrazte řez kulové plochy κ rovinou ρ .
Řešení:
1. Řezem kulové plochy rovinou ρ je vždy kružnice, označme ji m.
Středem kružnice m je bod roviny ρ , který je průsečíkem přímky q procházející bodem S a kolmé k rovině ρ.
2. Protože rovina ρ je kolmá k nárysně, je nárysem kružnice m úsečka délky 2 poloměrů. Poloměr kružnice m určíme z nárysu.
3. Protože rovina ρ je rovnoběžná s půdorysnou, je půdorysem kružnice m kružnice shodná s m.
4. Stanovíme viditelnost (viz příklad 1.).



8. Zadání: A4 na výšku O[10,5;10]
Je dána kulová plocha se středem S[0;4;6] a poloměrem r=4cm.
Dále je dána rovina ρ (−4,5;7;∞). Zobrazte řez kulové plochy κ rovinou ρ.
Řešení:
1. Řezem kulové plochy rovinou ρ je kružnice m o středu Q. Střed Q určíme jako průsečík kolmice q (vedené středem S k rovině ρ).
2. Protože rovina ρ je kolmá k půdorysně, je půdorysem kružnice m úsečka délky 2 poloměrů. Poloměr kružnice m určíme z půdorysu.
3. Nárysem kružnice m je elipsa.
4. Viditelnost v půdoryse je zřejmá.
O viditelnosti v náryse rozhodneme pomocí roviny ψ, která prochází středem S a je rovnoběžná s nárysnou, Viditelné a neviditelné body kružnice m jsou odděleny průsečnicí f rovin ρ a ψ. Body změny viditelnosti v náryse jsou průsečíky nárysu přímky f a obvodové kružnice l_2.



9.

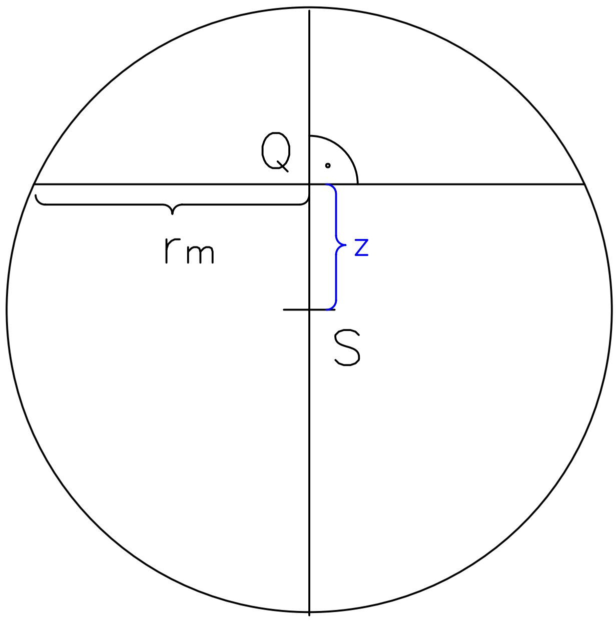
Zadání: A4 na výšku O[10;15]
Je dána kulová plocha se středem S[0;4,5;5] a poloměrem r=4cm.
Dále je dána rovina ρ (−6;5,5;8). Zobrazte řez kulové plochy κ rovinou ρ.

Řešení:

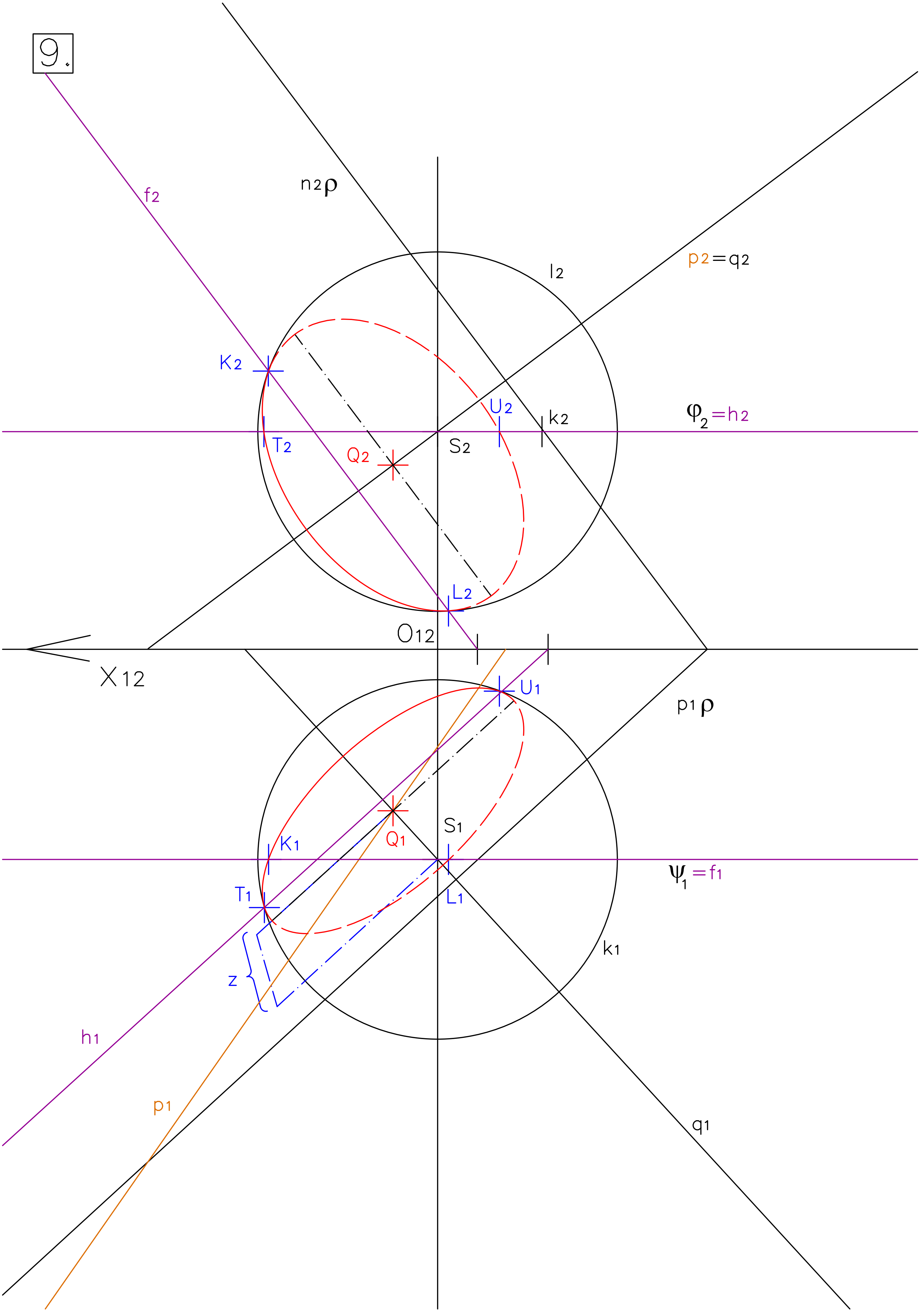
1. Řezem kulové plochy rovinou ρ je kružnice o středu Q. Střed Q určíme jako průsečík kolmice q (vedené středem S k rovině ρ) s rovinou ρ (použili jsme krycí přímku p).
2. Určíme poloměr r_m kružnice m. Tento poloměr závisí na vzdálenosti bodů S a Q. Tuto vzdálenost zjistíme sklopením. ploměr r_m zjistíme v pomocném obrázku.
3. Zobrazíme kružnici m v rovině ρ.
4. Stanovíme viditelnost v nárysе. Rozhodujeme podle roviny ψ, která prochází středem S a je rovnoběžná s nárysnou. Viditelné a neviditelné body kružnice m jsou odděleny průsečnicí f rovin ρ a ψ. Body změny viditelnosti v nárysejsou průsečíky nárysu přímky f a obvodové kružnice l_2.
5. Stanovíme viditelnost v půdoryse. Rozhodujeme podle roviny φ, která prochází středem S a je rovnoběžná s půdorysnou. Viditelné a neviditelné body kružnice m jsou odděleny průsečnicí h rovin ρ a φ. body změny viditelnosti v půdorysu jsou průsečíky půdorysu přímky h a obvodové kružnice k_1.

Řešení je na následující straně.

Pomocný obrázek:



9.

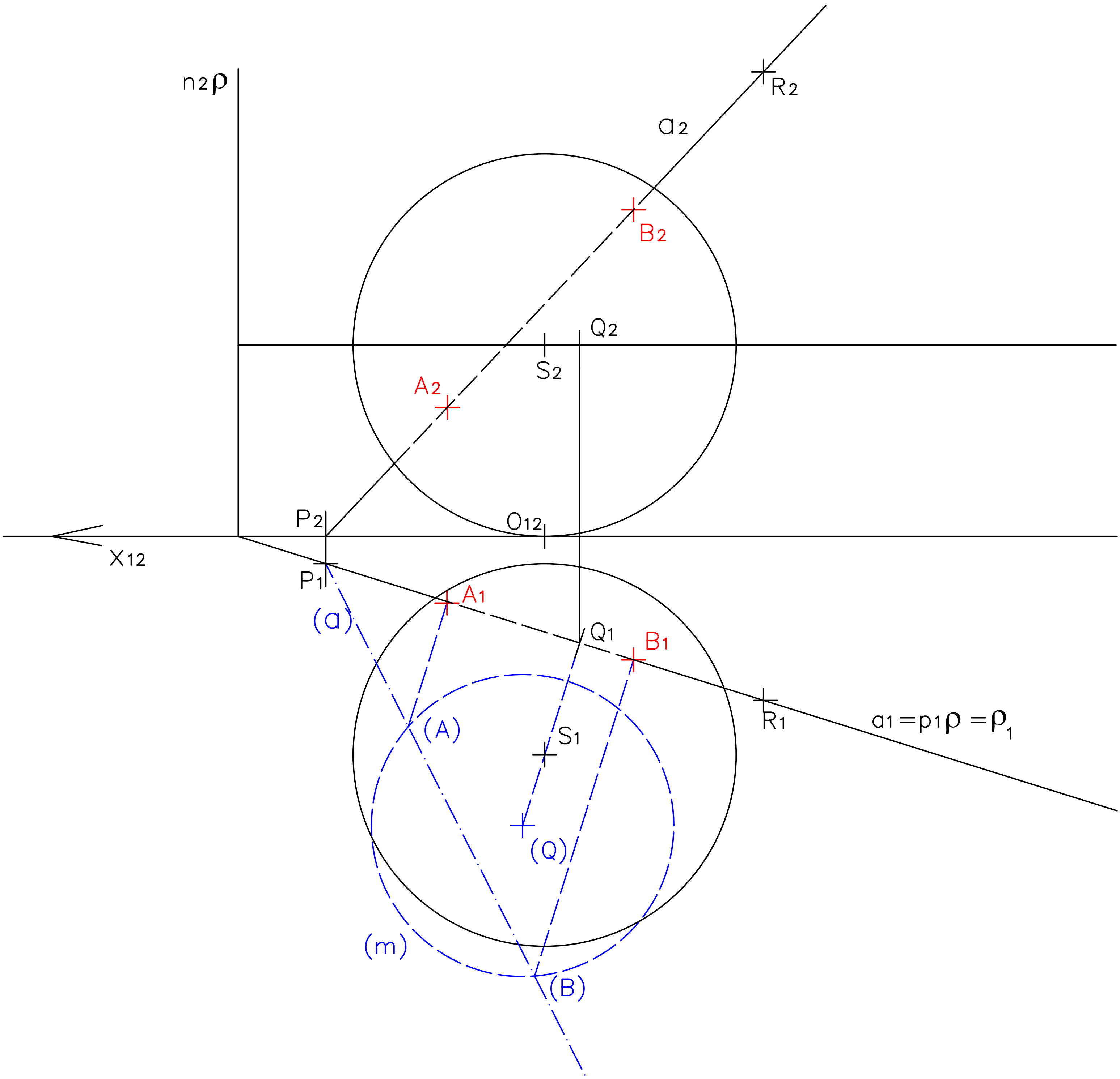

f2
n2ρ
l2
p2=q2
K2
U2
k2
φ2=h2
T2
S2
Q2
L2
O12
X12
U1
p1ρ
S1
Q1
K1
ψ1=f1
T1
L1
k1
z
h1
p1
q1

10. Zadání: A4 na výšku O[10;15]

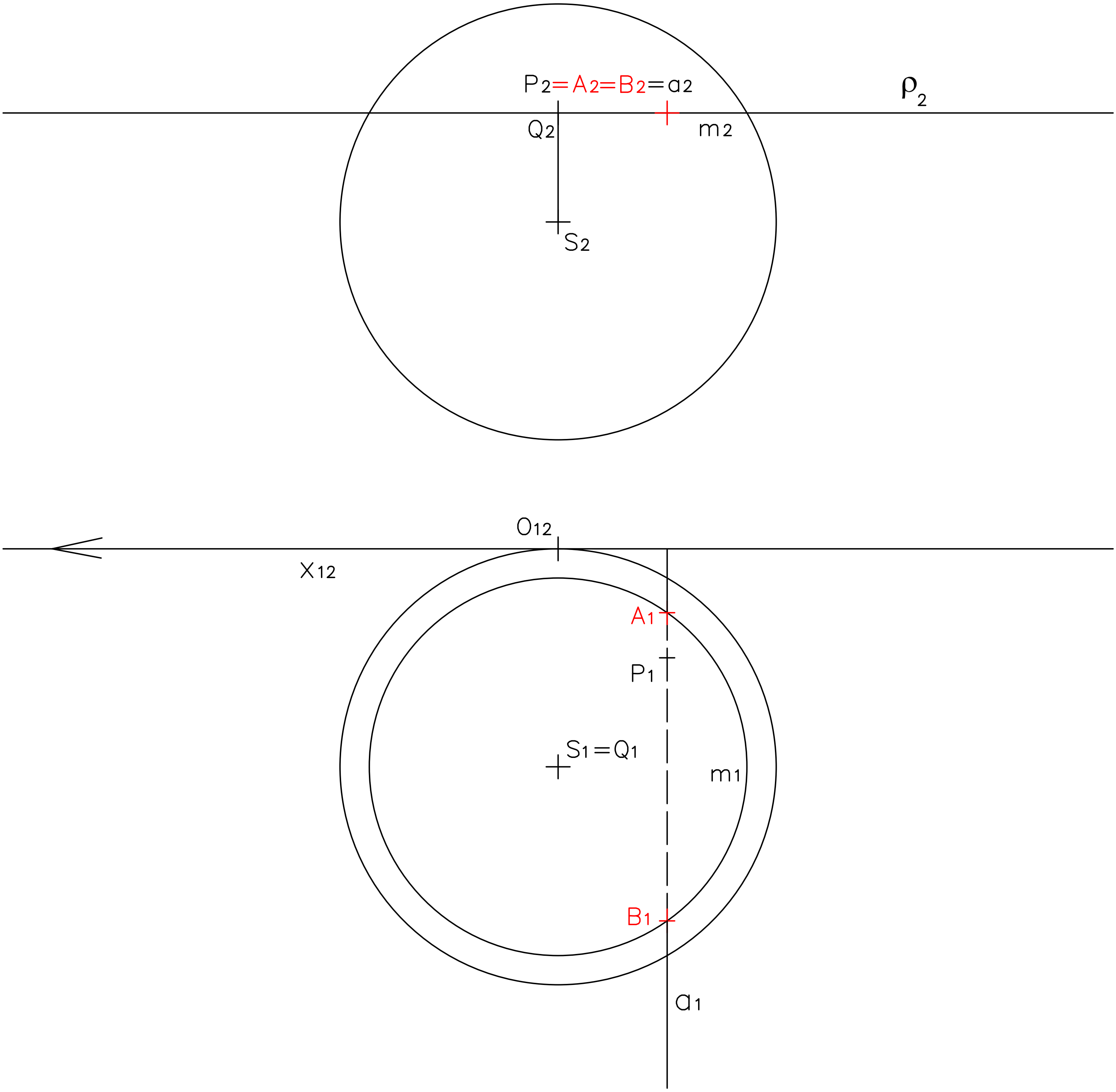
Je dána kulová plocha se středem S[0;4;3,5] a poloměrem r=3,5cm. Dále je dána přímka určená body P[4;0,5;0] a R[−4;3;8,5]. Zobrazte průsečíky přímky a kulové plochy, stanovte viditelnost v půdoryse a nárysе.

Řešení:

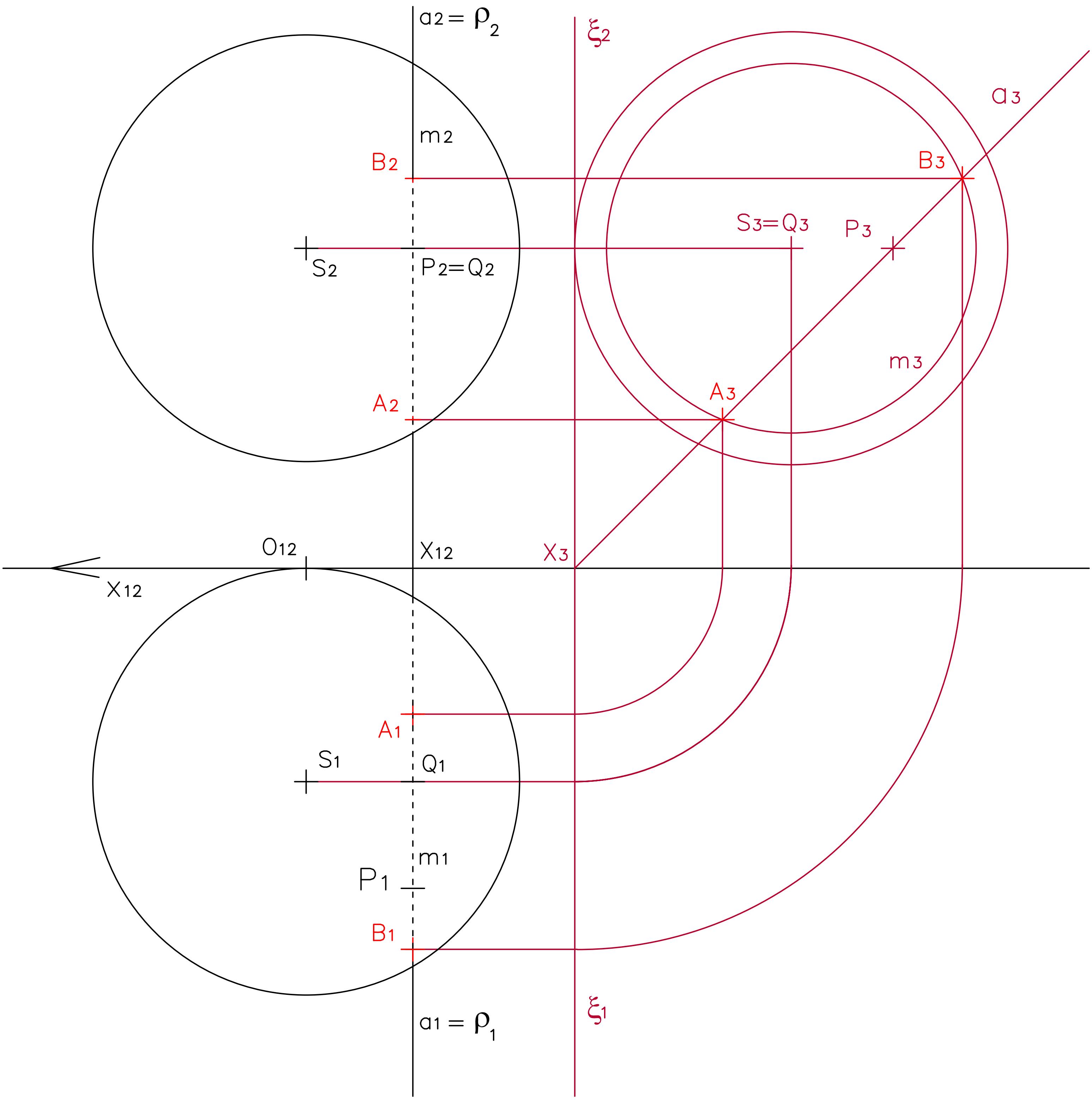
1. Průsečíky přímky a s plochou určíme pomocí řezu. Zvolíme libovolnou rovinu ρ, která obsahuje přímku a. Řezem kulové plochy rovinou ρ je kružnice m. Společné body přímky a a kružnice m jsou hledané průsečíky.
2. Rovinu ρ volíme tak, abychom úlohu rychle a přesně vyřešili. Volíme buď rovinu kolmou k nárysně, nebo půdorysně. Zde je ρ kolmá k půdorysně.
3. Určíme střed Q a poloměr řezové kružnice m. Rovinu ρ sklopíme do půdorysny, sestrojíme sklopenou přímku a a kružnici m. Najdeme společné body a sestrojíme jejich půdorysy a nárysy.
4. Stanovíme viditelnost.



11. Zadání: A4 na výšku O[10,5;10]
Je dána kulová plocha se středem S[0;4;6] a poloměrem r=4cm.
Dále je dána přímka a, a je kolmá na ν a prochází bodem P[−2;2;8].
Zobrazte průsečíky přímky a kulové plochy, stanovte viditelnost.
Řešení:
1. Řezem kulové plochy rovinou $\rho \parallel \pi$, která obsahuje přímku a je kružnice m. Společné body přímky a a kružnice m jsou hledané průsečíky A,B.
2. Stanovíme viditelnost.



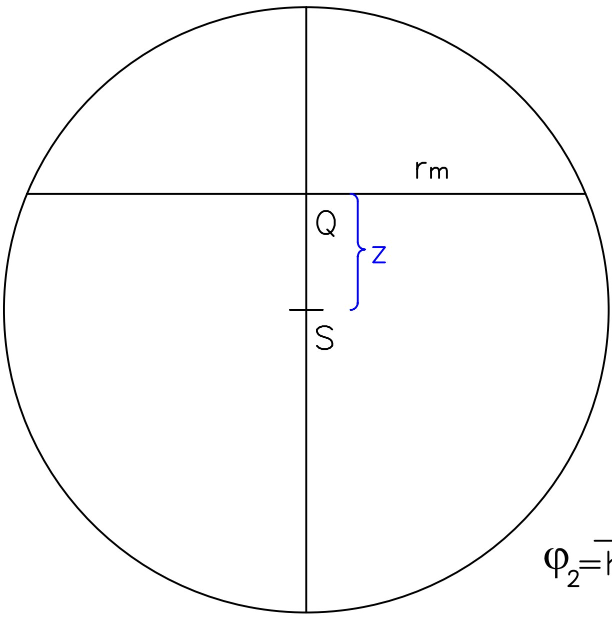
12. Zadání: A4 na výšku O[6;10]
Je dána kulová plocha se středem S[0;4;6] a poloměrem r=4cm.
Dále je dána přímka a určená body P[−2;6;6] a X[−2;0;0]. Zobrazte průsečíky přímky a kulové plochy, stanovte viditelnost v půdoryse a náryse.
Řešení:
1. Zvolme rovinu ρ , která obsahuje přímku a a je kolmá k ose x.
Řezem kulové plochy je kružnice m o středu Q. Průsečíky A,B kružnice m a přímky určíme pomocí třetího průmětu (do roviny ξ).
Lze vyřešit i sklopením ρ , vyzkoušejte si.
2. Stanovíme viditelnost.



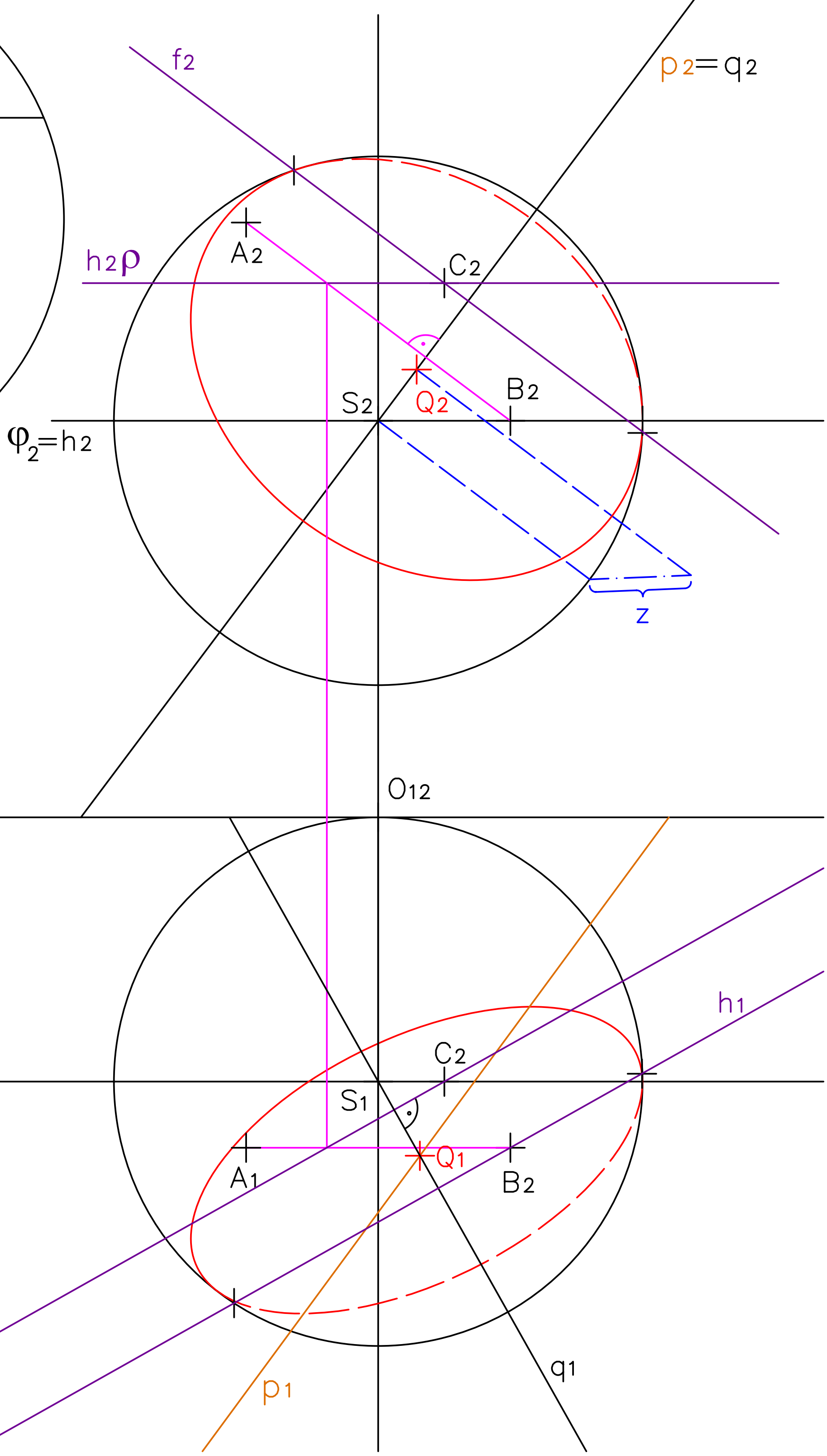
13. Zadání: A4 na výšku O[14;10]
Je dána kulová plocha se středem S[0;4;6] a poloměrem r=4cm.
Rovina ρ je zadána třemi body A[2;5;9], B[−2;5;6] a C[−1;4;8].
Zobrazte řez kulové plochy κ rovinou ρ.

Řešení:

1. Řezem kulové plochy rovinou ρ je kružnice m o středu Q. Střed Q je průsečík kolmice q (vedené středem S k rovině ρ) s rovinou ρ.
K zobrazení přímky q jsme využili libovolné hlavní přímky roviny $\rho(h\rho, f\rho)$.
Bod Q jsme určili pomocí krycí přímky p.
2. Poloměr r_m kružnice m určíme z pomocného obrázku, skutečnou vzdálenost úsečky SQ určíme sklopením.



3. Zobrazíme kružnici m.
4. Stanovíme viditelnost



14.

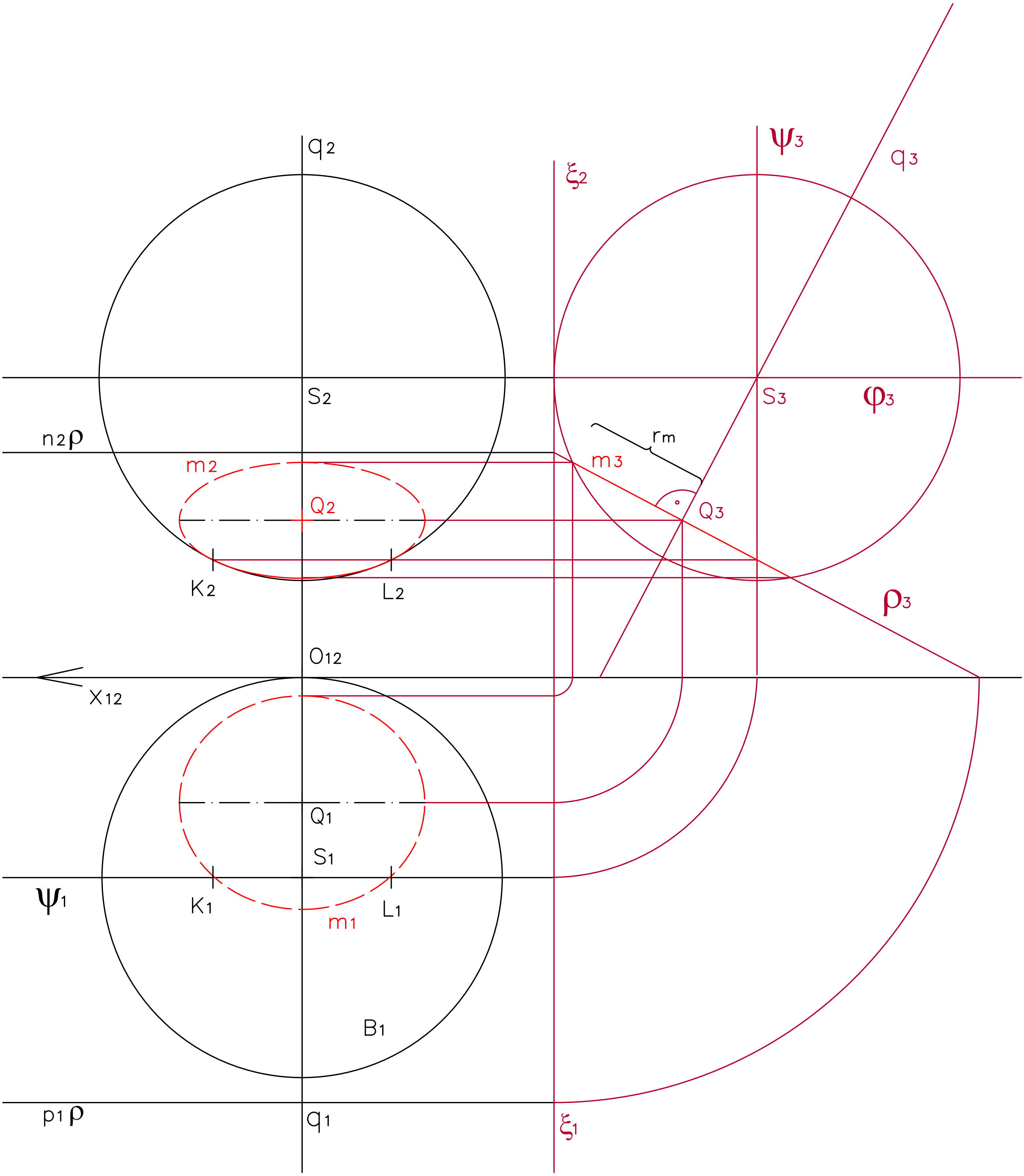
Zadání: A4 na výšku O[6,5;10]

Je dána kulová plocha se středem S[0;4;6] a poloměrem r=4cm.

Rovina ρ (∞;8,5;4,5). Zobrazte řez kulové plochy κ rovinou ρ.

Řešení:

1. Řezem kulové plochy rovinou ρ je kružnice m o středu Q. Protože rovina ρ je rovnoběžná s osou x, je jejím třetím průmětem přímka. Použijeme tedy třetí průmět, odkud určíme střed Q i poloměr kružnice m.
2. Zobrazíme kružnici m.
3. Stanovíme viditelnost



15.

Zadání: A4 na výšku O[6,5;10]

Je dána kulová plocha se středem S[0;4;6] a poloměrem r=4cm. Rovina α (−9;9;9). Zobrazte řez kulové plochy rovinou rovnoběžnou s α tak, aby kružnice řezu měla poloměr r_m=3cm. Zobrazte obě řešení.

Řešení:

1. Řezem kulové plochy rovinou ρ je kružnice m o středu Q a poloměru r_m. Bod Q je průsečíkem kolmice q (vedené středem S k rovině ρ) s rovinou ρ. Rovinu ρ zatím neznáme, ale přímka q bude kolmá i k rovině α. Můžeme tedy zobrazit přímku q.
2. Protože známe poloměr kružnice m, můžeme určit v pomocném obrázku skutečnou vzdálenost bodů S a Q. Zobrazíme bod Q přímky q, která má určenou vzdálenost od bodu S (využíváme sklopení přímky q).
3. Zobrazíme kružnici m.
4. Stanovíme viditelnost