ZADÁNÍ PŘÍKLADŮ – PRŮSEČNICE ROVIN 1

Formát: A4 na výšku

PŘÍKLAD 1: MP: O[10,5;15] Zobrazte průsečnici r rovin $\alpha(-5;6;10)$, $\beta(8;9;4)$.

PŘÍKLAD 2: MP: O[10,5;15] Zobrazte průsečnici r rovin $\alpha(-3;4;5)$, $\beta(-8;6;5)$.

PŘÍKLAD 3: MP: O[10,5;15] Zobrazte průsečnici r rovin $\alpha(-6;6;8)$, $\beta(-8;8;5)$.

PŘÍKLAD 4: MP: O[10,5;11] Zobrazte průsečnici r rovin $\alpha(5;-3;5)$, $\beta(-2;-3;-2)$.

PŘÍKLAD 5: MP: O[10,5;12] Zobrazte průsečnici r rovin $\alpha(oo;6;5)$, $\beta(oo;4;8)$.

PŘÍKLAD 6: MP: O[10,5;12] Zobrazte průsečnici r rovin $\alpha(oo;5;oo)$, $\beta(-5;8;10)$.

PŘÍKLAD 7: MP: O[10,5;15] Zobrazte průsečnici r rovin $\alpha(-6;oo;8)$, $\beta(6;5;4)$.

PŘÍKLAD 8: MP: O[10,5;15] Zobrazte průsečnici r rovin $\alpha(-6;8;oo)$, $\beta(9;10;oo)$.

PŘÍKLAD 9: MP: O[10,5;15] Určete vzájemnou polohu r rovin $\alpha(A,x)$ a $\beta(8;9;4)$, A[0;5;5].
V případě, že jsou roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

ZADÁNÍ PŘÍKLADŮ – PRŮSEČNICE ROVIN 2

Formát: A4 na výšku

PŘÍKLAD 10: MP: O[10,5;15] Určete vzájemnou polohu rovin α(A,x) a β(8;9;oo). A[0;9;5] V případě, že jsou roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

PŘÍKLAD 11: MP: O[10,5;15] Určete vzájemnou polohu rovin α(A,x) a β(8;oo;3), A[0;5;6]. V případě, že jsou roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

PŘÍKLAD 12: MP: O[10,5;14] Určete vzájemnou polohu rovin α(a,b) a β(p,q). Přímky a a b jsou různoběžné, b= AB, A[0;7;6] B[−3;8;3], přímka a je kolmá k π, y_{a1}=6. Přímky p a q jsou rovnoběžné, p=PM, bod Q leží na q, P[−5;7;3] M[4;9;5] Q[−1;6;2]. V případě, že jsou roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

PŘÍKLAD 13: MP: O[10,5;11] Zobrazte průsečnici rovin α(−8;6;10), β(−8;9;6).

PŘÍKLAD 14: MP: O[10,5;11] Zobrazte průsečnici rovin α (a,b) a β(m,n). Přímky a=AB, b=CD jsou různoběžné přímky, přímky m=EF, n=GH jsou také různoběžné.
A[0;5;5], B[−5;9;7], C[−6;3;0],
D[8;6;?], E[1;0;5], F[5;7;8], G[3;4;?], H[−7;8;3].

PŘÍKLAD 15: MP [10,5;11.5] Zobrazte průsečnici rovin α(a,b) a β(m,n). Přímky a=AB, b=CD jsou různoběžné, A[8;0;5], B[0;6;5], C[3;5;0], D[?;5;5]. Přímky m=EF, n=GH jsou různoběžné, E[−7;10;0], F[0;10;11], G[0;0;2], H[−4;?;2].

PŘÍKLAD 16: MP: O[10,5;12] Zobrazte průsek trojúhelníku ABC, KLM. A[8;4.5;8], B[−6;2;9], C[−2;8;3], K[7;1;2], L[5;8;9], M[−5;5,5;4]. Stanovte viditelnost v půdoryse i nárysе.

ZADÁNÍ PŘÍKLADŮ – PRŮSEČNICE ROVIN 3 (ROVNOBĚŽNÉ ROVINY)

Formát: A4 na výšku

PŘÍKLAD 17: MP O[10,5;13] Je dána rovina β(P,Q,R) a bod A. P[−7;7,5;5] Q[2;8;4] R[−3;6;6], A[−2;3;2]. Určete rovinu α, která prochází bodem A a je rovnoběžná s rovinou β.

PŘÍKLAD 18: MP: O[10,5;15] Je dána rovina β(8;9;4) a bod A[−2;4;2]. Určete rovinu α, která prochází bodem A a je rovnoběžná s rovinou β.

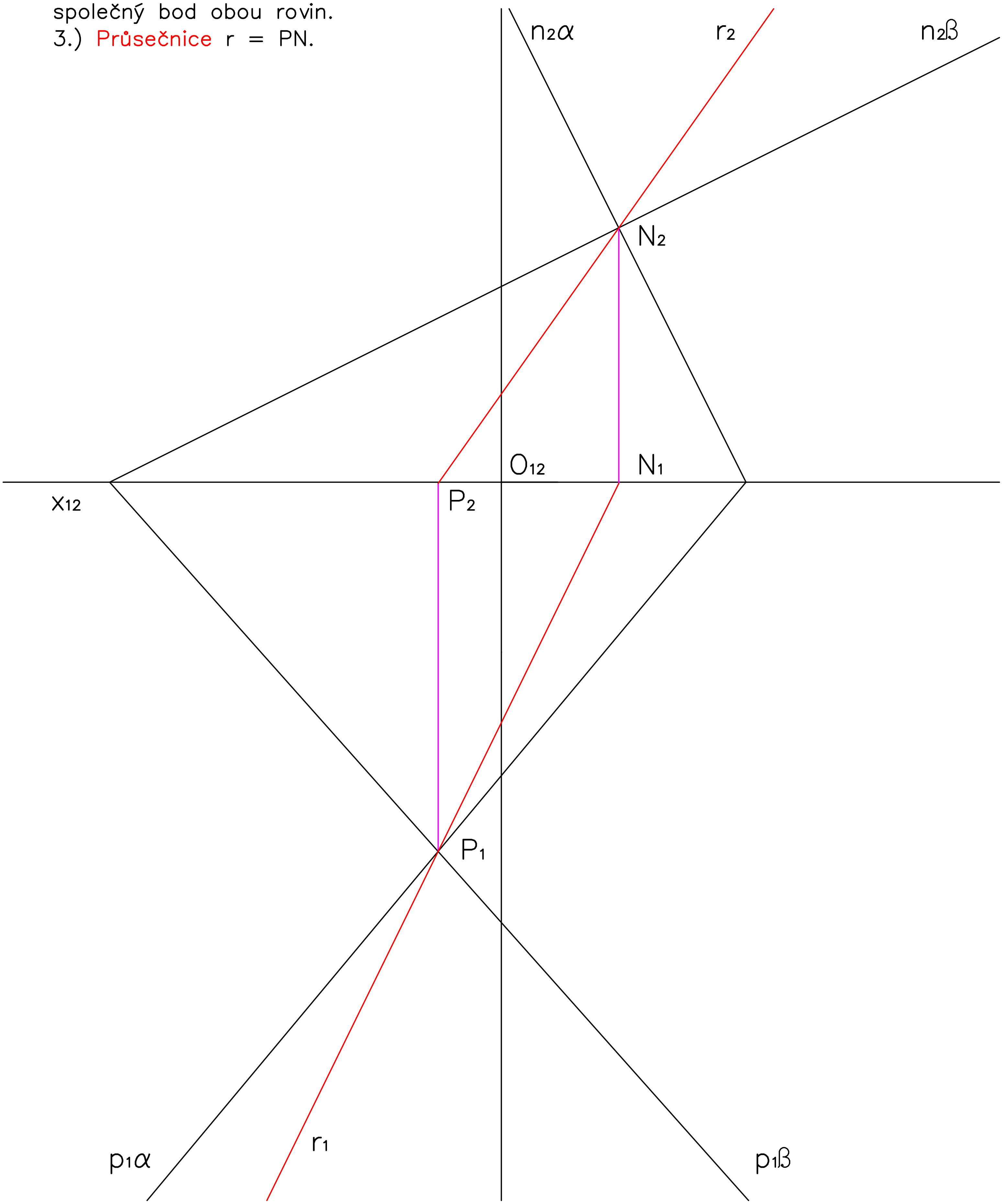
PŘÍKLAD 19: MP: O[10,5;15] Je dána rovina β(oo;9;5) a bod A[−2;4;4]. Určete rovinu α, která prochází bodem A a je rovnoběžná s rovinou β.

PŘÍKLAD 1: MP: O[10,5;15] Zobrazte průsečnici r rovin $\alpha(-5;6;10)$, $\beta(8;9;4)$.

1.) Průsečnice rovin je přímka společných bodů těchto rovin. Stačí určit dva různé body, které leží v obou rovinách. Tyto body pak jednoznačně určují průsečnici r.

2.) Půdorysné stopy rovin jsou různoběžné přímky, jejich průsečík P je společný bod obou rovin. Nárysné stopy rovin jsou různoběžné přímky, jejich průsečík N je společný bod obou rovin.

3.) Průsečnice r = PN.

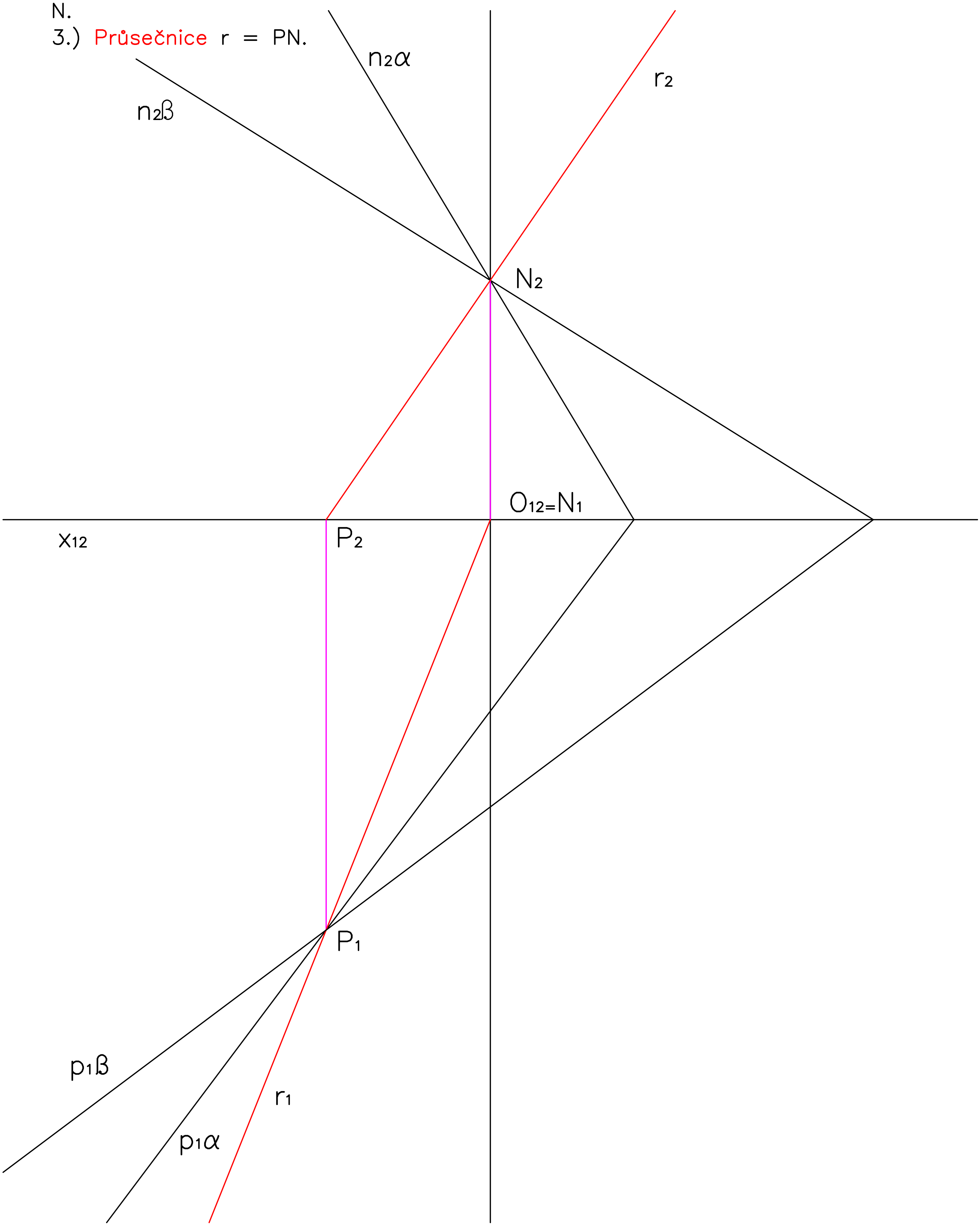


PŘÍKLAD 2: MP: O[10,5;15] Zobrazte průsečnici r rovin $\alpha(-3;4;5)$, $\beta(-8;6;5)$.

1.) Půdorysné stopy rovin α a β jsou různoběžné přímky, označíme jejich průsečík P.

2.) Nárysné stopy rovin α a β jsou různoběžné přímky, označíme jejich průsečík N.

3.) Průsečnice r = PN.

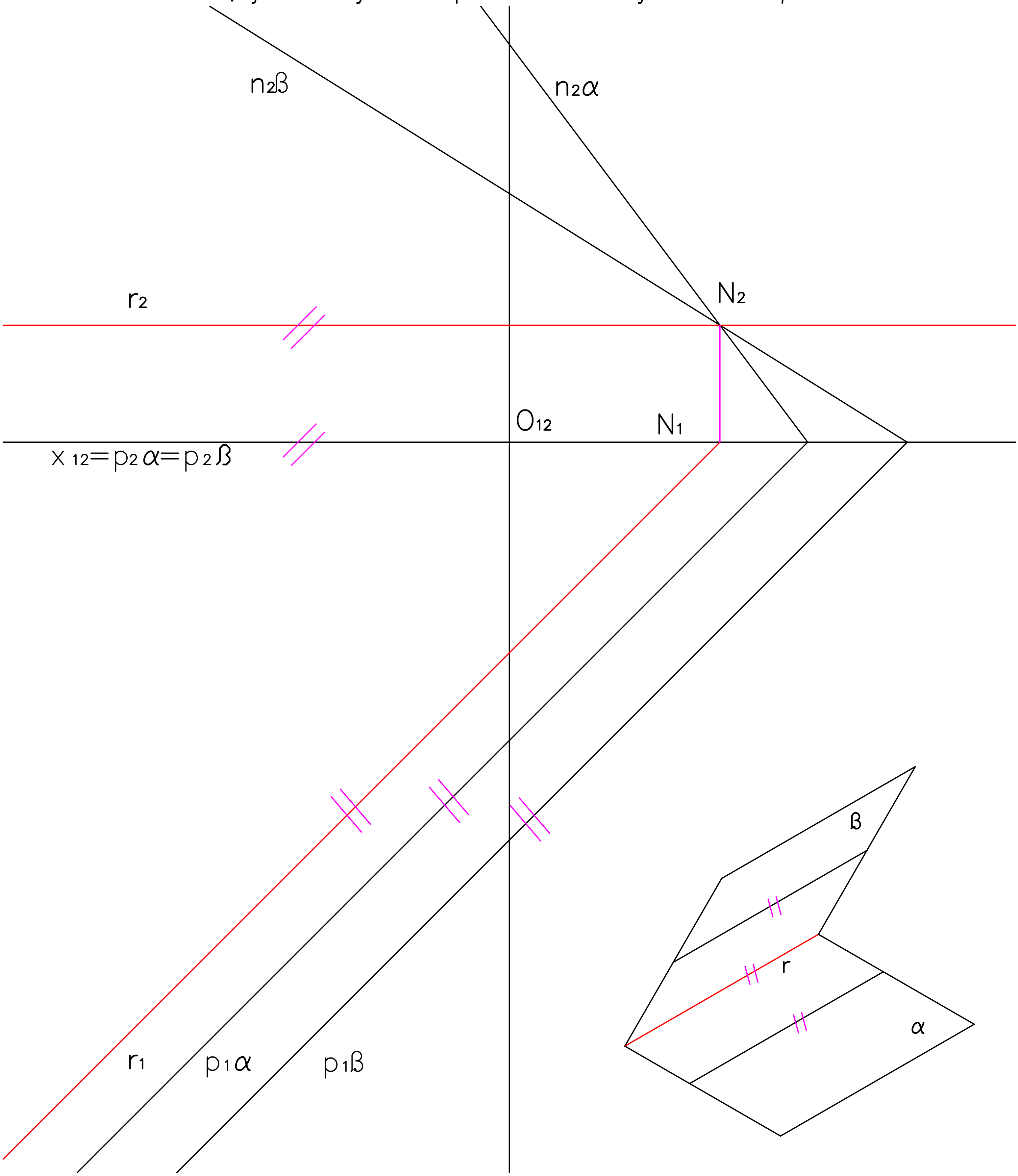


PŘÍKLAD 3: MP: O[10,5;15] Zobrazte průsečnici r rovin $\alpha(-6;6;8)$, $\beta(-8;8;5)$.

1.) Nárysné stopy rovin α a β jsou různoběžné přímky, označíme jejich průsečík N.

2.) Půdorysné stopy rovin α a β jsou rovnoběžné přímky. Pokud známe v různoběžných rovinách rovnoběžné přímky, je průsečnice rovin přímka rovnoběžná s těmito rovnoběžkami.

3.) Průsečnice r: N je bodem průsečnice r, $r \parallel p\alpha \parallel p\beta$. Průsečnice r je přímka rovnoběžná s π, je to tedy hlavní přímka 1. osnovy rovin α a β.

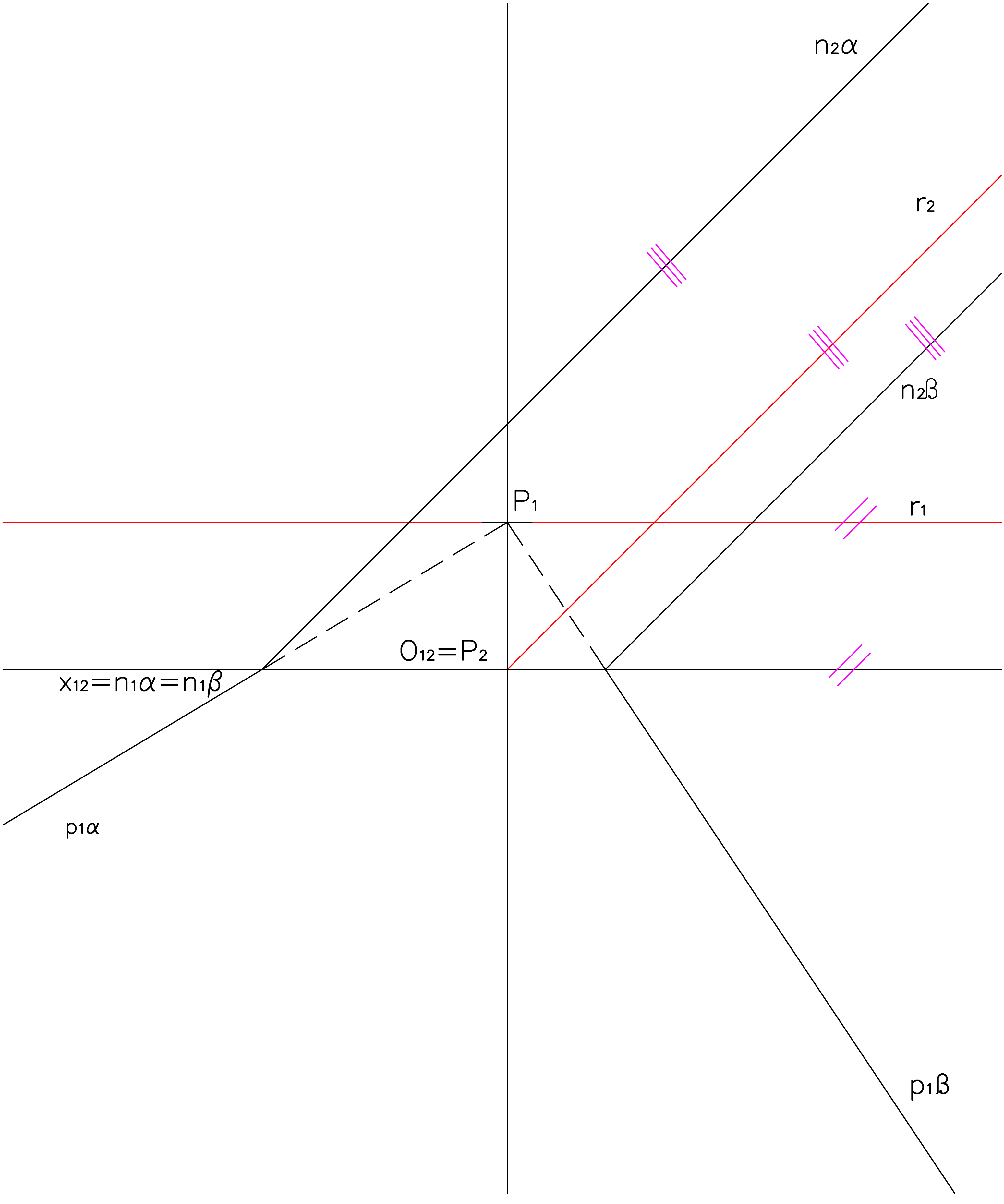


PŘÍKLAD 4: MP: O[10,5;11] Zobrazte průsečnici r rovin $\alpha(5;-3;5)$, $\beta(-2;-3;-2)$.

1.) Půdorysné stopy rovin α a β jsou různoběžné přímky, označíme jejich průsečík P.

2.) Nárysné stopy rovin α a β jsou rovnoběžné přímky.

3.) Průsečnice r: P je bodem průsečnice r, $r \parallel n\alpha \parallel n\beta$. Průsečnice r je přímka rovnoběžná s nárysnou, je to tedy hlavní přímka 2. osnovy roviny α i β.

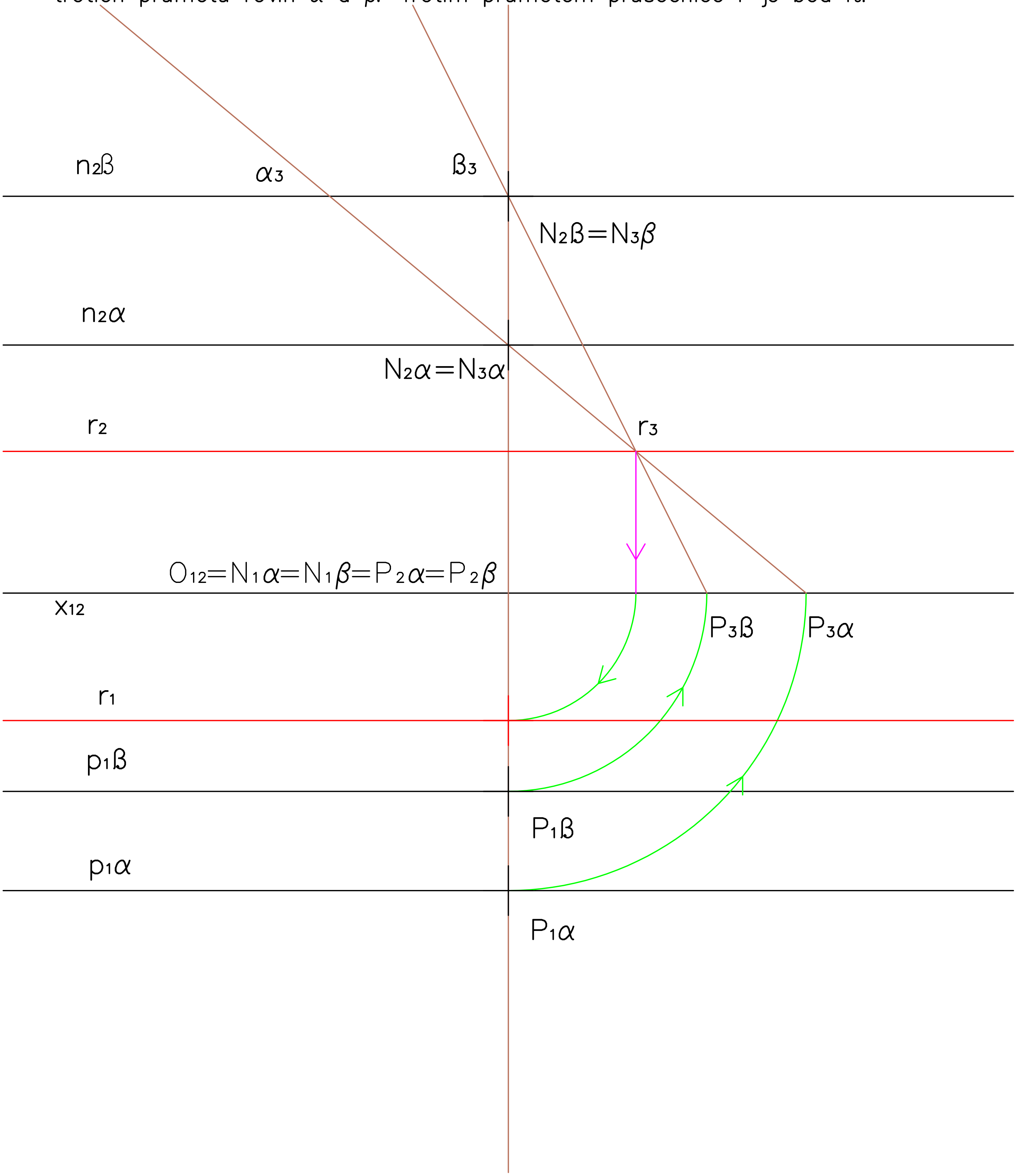


PŘÍKLAD 5: MP: O[10,5;12] Zobrazte průsečnici r rovin $\alpha(\infty;6;5)$, $\beta(\infty;4;8)$.

1.) Roviny jsou rovnoběžné s osou x. Pokud roviny α a β nejsou rovnoběžné, je průsečnice r přímka rovnoběžná s osou x. Stačí najít jen jeden společný bod rovin.

2.) Společný bod rovin α a β snadno získáme, vybereme-li si libovolnou přímku jedné roviny a určíme její průsečík s druhou rovinou. Vyzkoušejte si!

3.) Třetí průmět roviny rovnoběžné s osou x je přímka. Zde jsme využili právě třetích průmětů rovin α a β. Třetím průmětem průsečnice r je bod r_3.

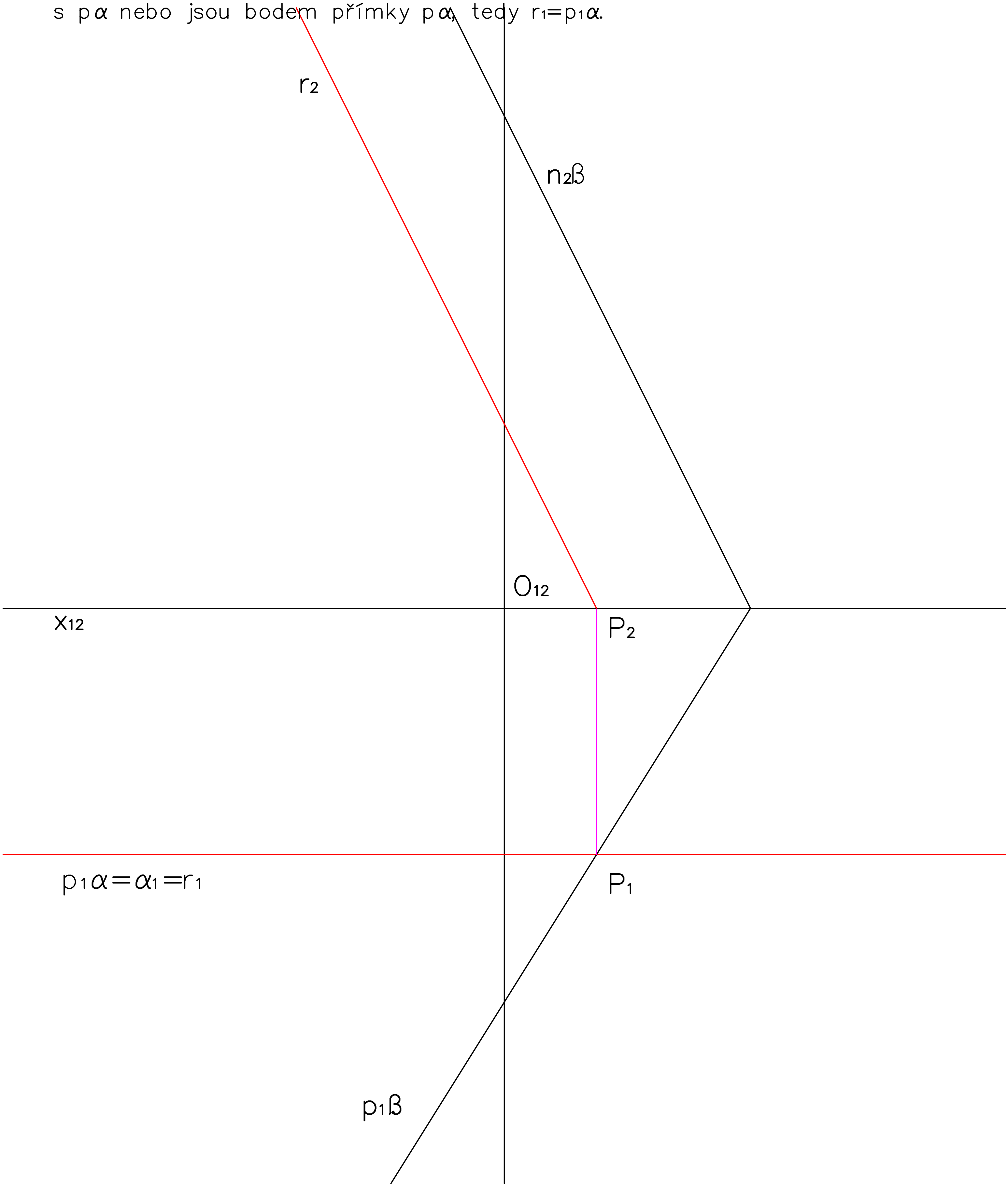


PŘÍKLAD 6: MP: O[10,5;12] Zobrazte průsečnici rovin $\alpha(oo;5;oo)$ a $\beta(-5;8;10)$.

1.) Půdorysné stopy rovin α a β jsou různoběžné přímky, označíme jejich průsečík P, P je bodem průsečnice r.

2.) Rovina α je rovnoběžná s nárysnou γ. Rovina β protíná rovnoběžné roviny α a γ v přímkách rovnoběžných: r‖nβ. Přímka r je hlavní přímka 2. osnovy roviny β.

Pozn. Rovina α je kolmá k půdorysně, půdorysy všech přímek roviny α splynou s pα nebo jsou bodem přímky pα, tedy $r_1 = p_1\alpha$.

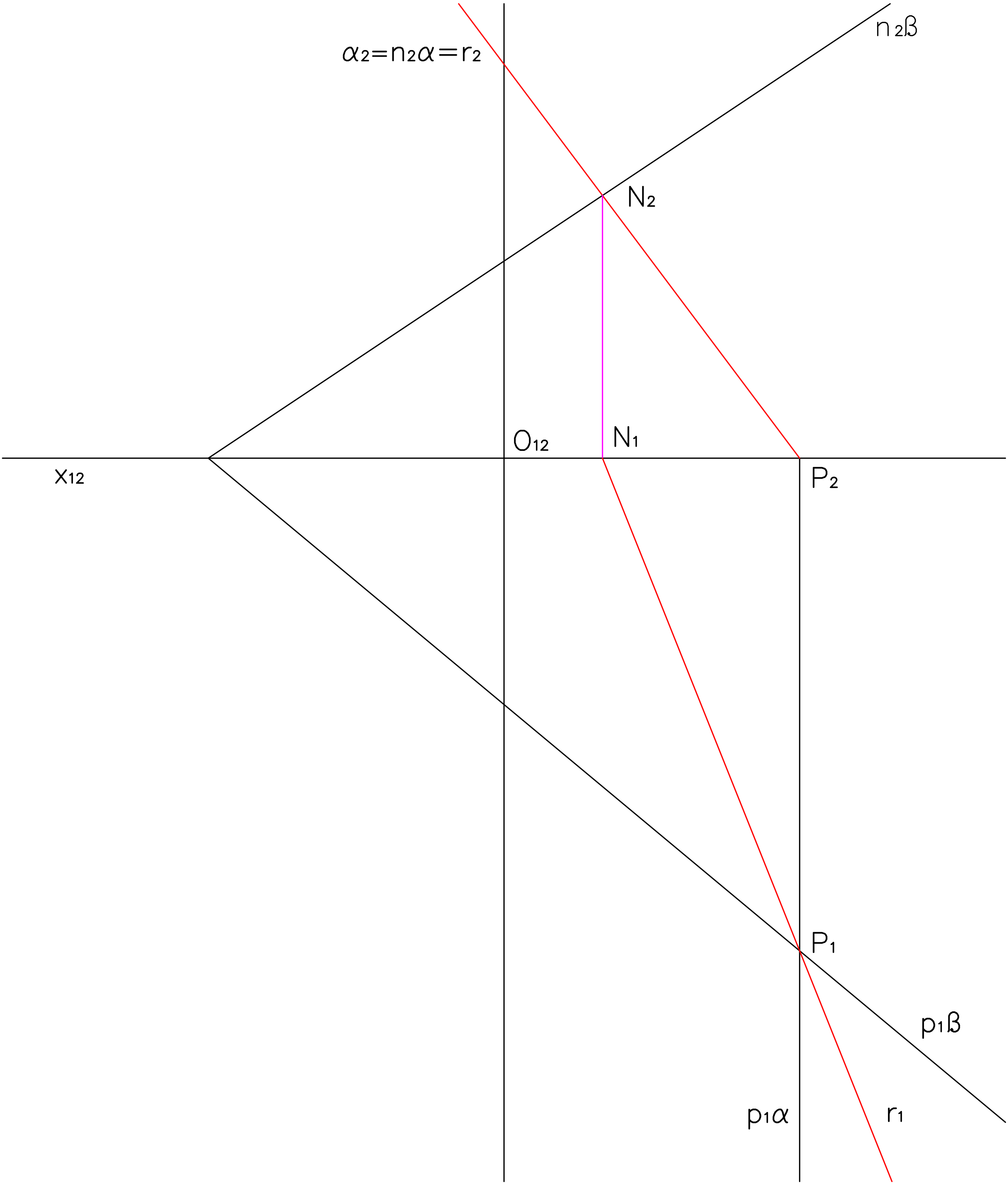


PŘÍKLAD 7: MP: O[10,5;15] Zobrazte průsečnici rovin $\alpha(-6;\infty;8)$, $\beta(6;5;4)$.

1.) Půdorysné stopy rovin α a β jsou různoběžné přímky, označíme jejich průsečík P.

2.) Nárysné stopy rovin α a β jsou různoběžné přímky, označíme jejich průsečík N.

3.) Průsečnice r=PN. Rovina α je kolmá k nárysně, nárysy všech přímek roviny α leží na přímce $n\alpha$. Je tedy $r_2=n_2\alpha$.

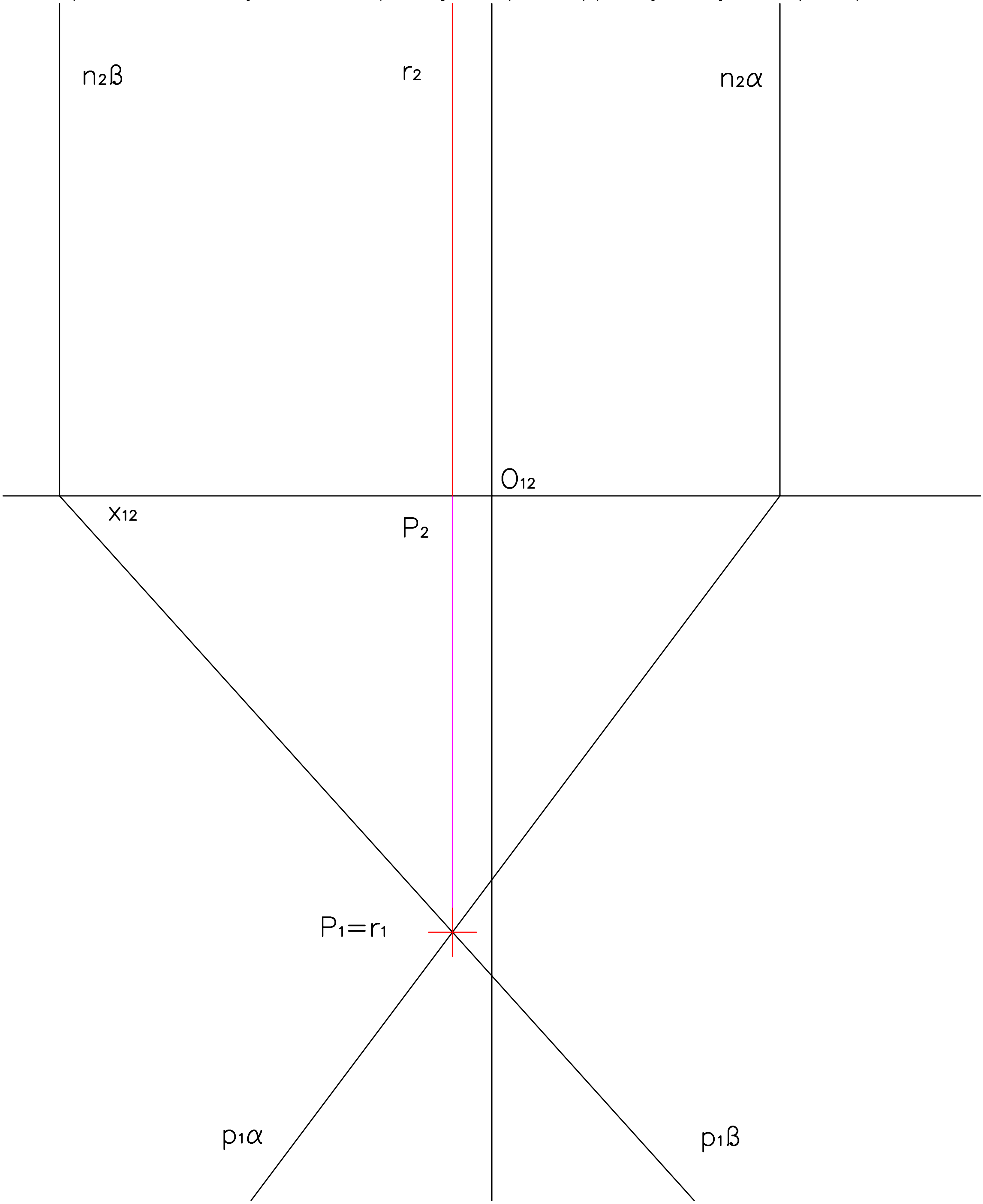


PŘÍKLAD 8: MP: O[10,5;15] Zobrazte průsečnici rovin $\alpha(-6;8;oo)$, $\beta(9;10;oo)$.

1.) Půdorysné stopy rovin α a β jsou různoběžné přímky, označíme jejich průsečík P.

2.) Nárysné stopy rovin α a β jsou rovnoběžné přímky.

3.) Průsečnice r je kolmá k půdorysně ($r \parallel n\alpha \parallel n\beta$), r_1 je tedy bod ($r_1=P_1$).



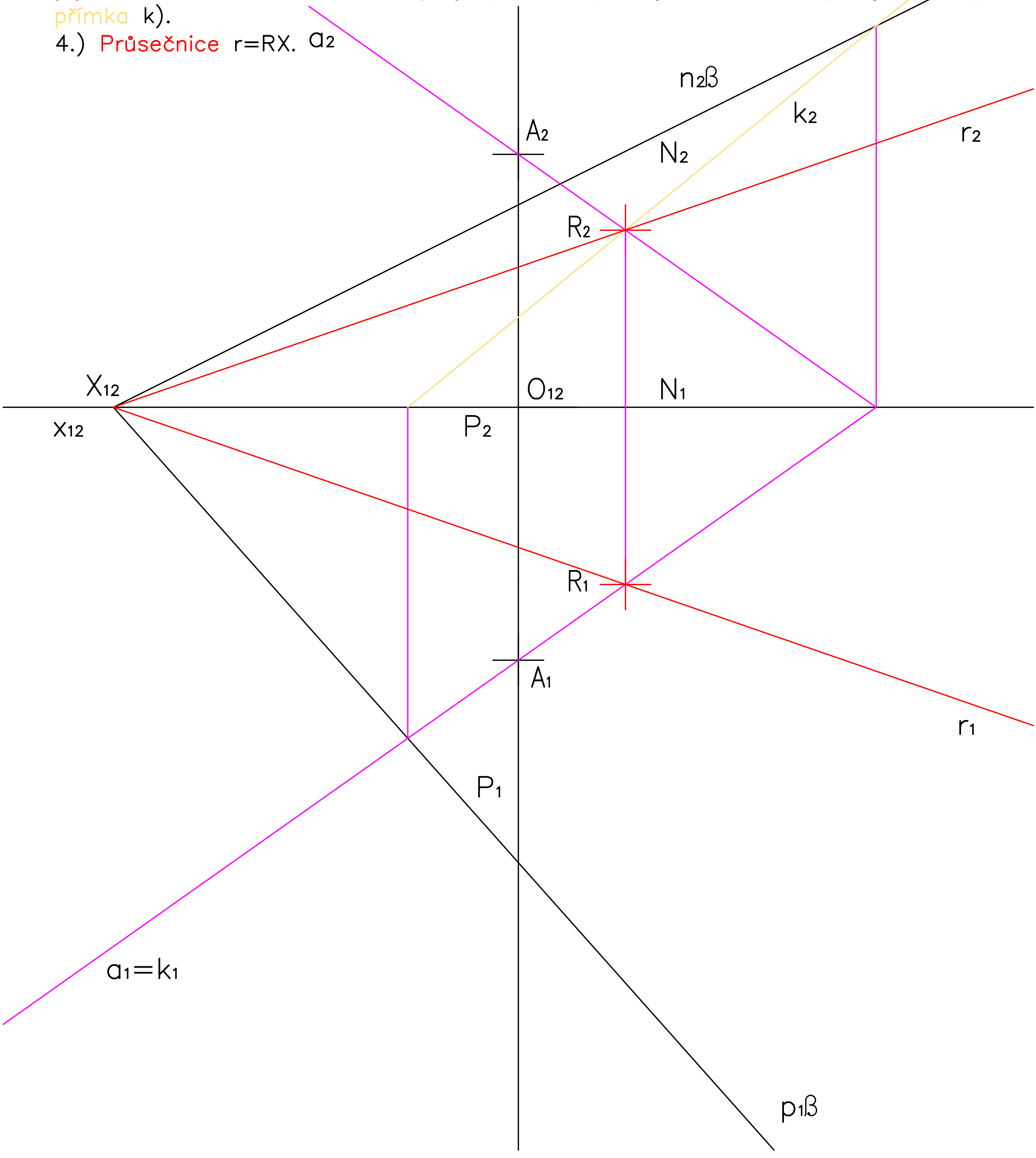
PŘÍKLAD 9: MP: O[10,5;15] Určete vzájemnou polohu rovin $\alpha(A,x)$ a $\beta(8;9;4)$, A[0;5;5]. V případě, že jsou roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

1.) Přímka x je zároveň půdorysná i nárysná stopa roviny α.

2.) Půdorysné stopy rovin jsou různoběžné přímky, jejich průsečík X je společný bod obou rovin. Nárysné stopy rovin jsou různoběžné přímky a protínají se také v bodě X.

3.) Musíme najít další společný bod rovin α a β. Ten získáme snadno, vybereme-li libovolnou přímku jedné roviny (zde a ležící v rovině α) a určíme její průsečík s druhou rovinou (R je průsečík přímky a s rovinou β, využita krycí přímka k).

4.) Průsečnice r=RX.



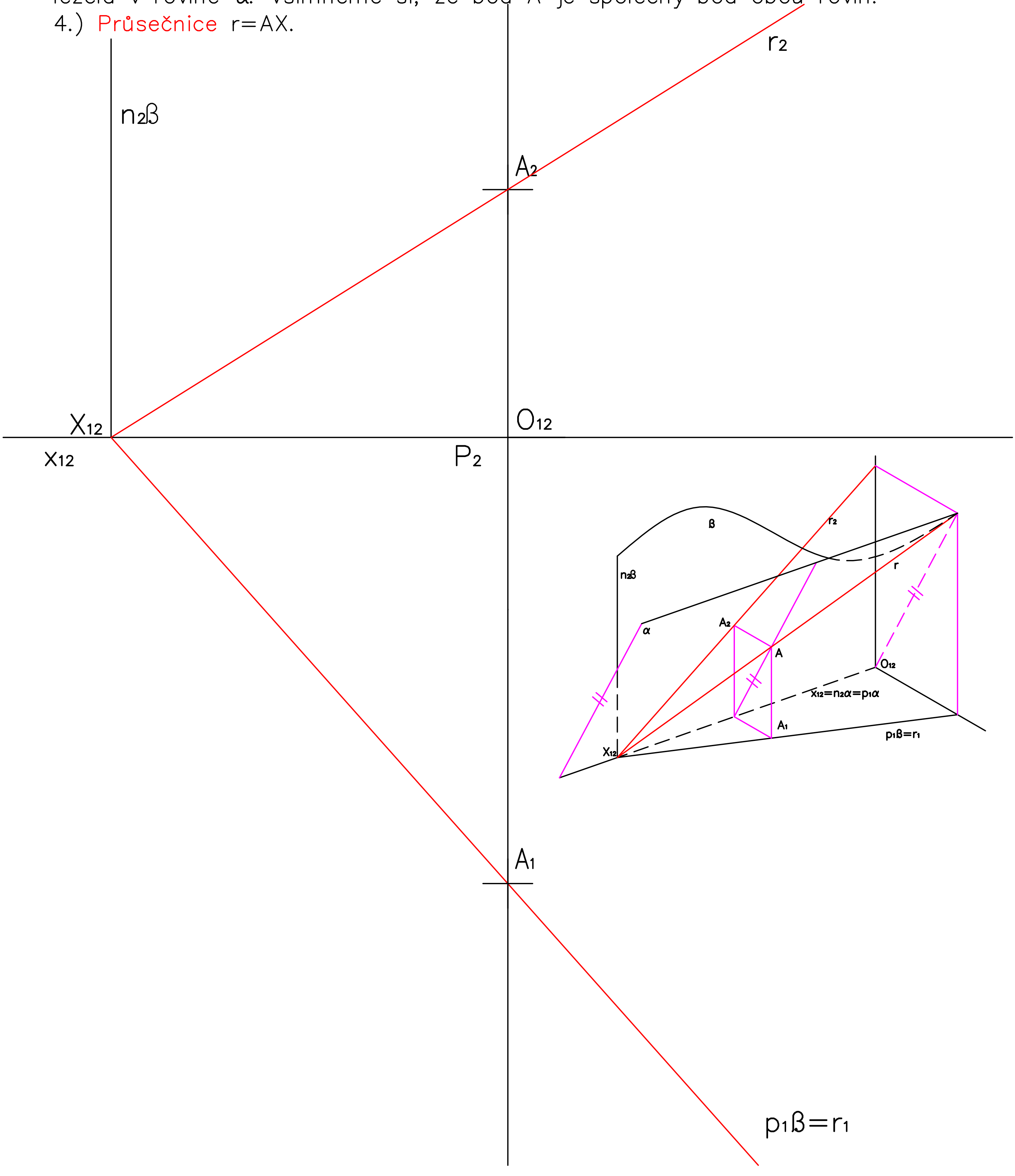
PŘÍKLAD 10: MP: O[10,5;15] Určete vzájemnou polohu rovin $\alpha(A,x)$ a $\beta(8;9;\infty)$, A[0;9;5]. V případě, že jsou roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

1.) Přímka x je zároveň půdorysná i nárysná stopa roviny α.

2.) Půdorysné stopy rovin jsou různoběžné přímky, označíme jejich průsečík X. Nárysné stopy rovin jsou různoběžné přímky a protínají se také v bodě X.

3.) Rovina β je kolmá k půdorysně, půdorysy všech přímek roviny β splynou s $p\beta$ nebo jsou bodem přímky $p\beta$, tedy $r_1=p_1\beta$. Průsečnici dourčíme tak, aby ležela v rovině α. Všimněme si, že bod A je společný bod obou rovin.

4.) Průsečnice r=AX.



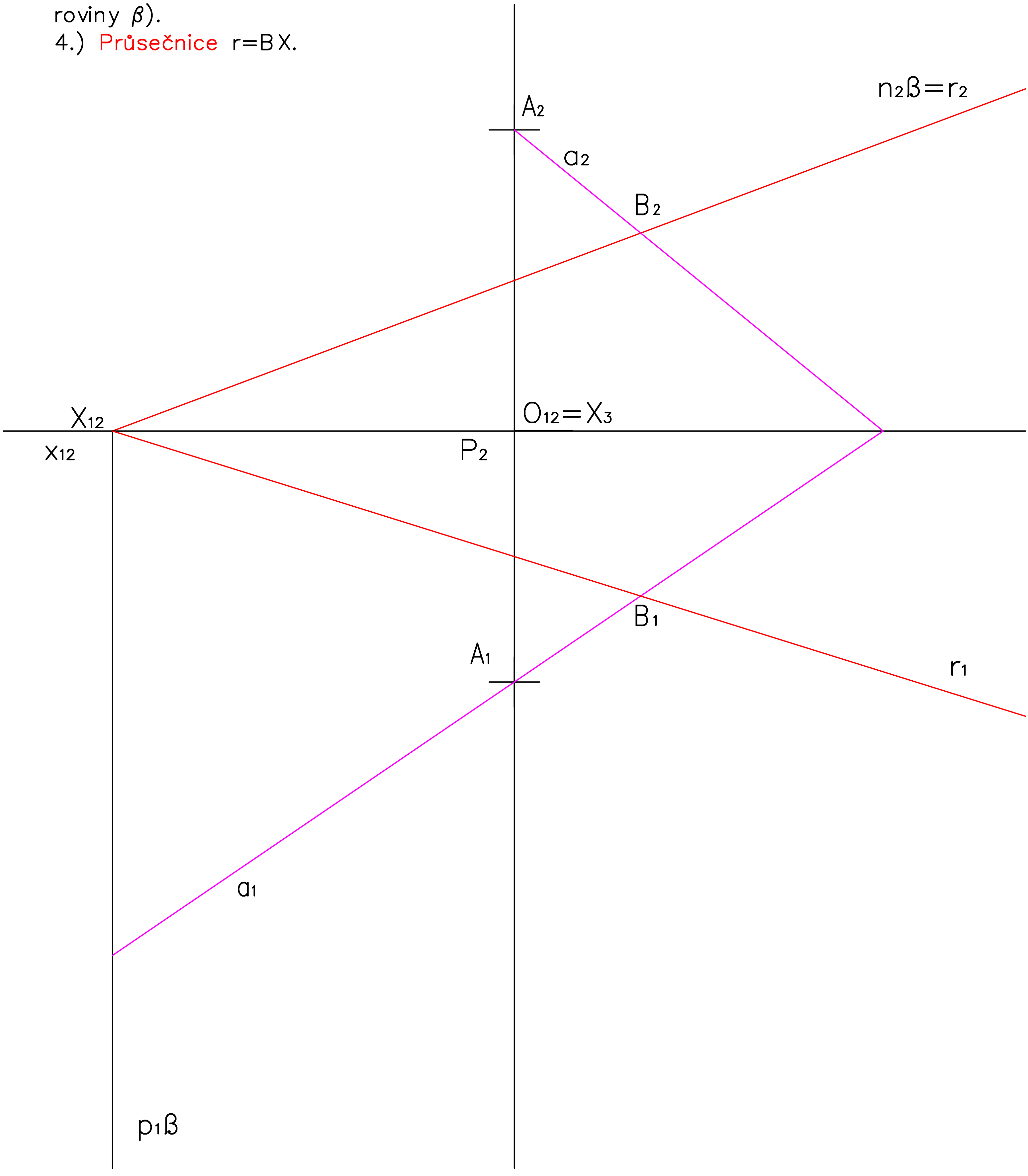
PŘÍKLAD 11: MP: O[10,5;15] Určete vzájemnou polohu rovin $\alpha(A,x)$ a $\beta(8;\infty;3)$, A[0;5;6]. V případě, že jsou roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

1.) Přímka x je zároveň půdorysná i nárysná stopa roviny α.

2.) Půdorysné stopy rovin jsou různoběžné přímky, označíme jejich průsečík X. Nárysné stopy rovin jsou různoběžné přímky a protínají se také v bodě X.

3.) Rovina β je kolmá k nárysně, nárysy všech přímek roviny β splynou s $n\beta$ nebo jsou bodem přímky $n\beta$, tedy $r_2=n_2\beta$. Průsečnici dourčíme tak, aby ležela v rovině α (zde pomocí libovolné přímky a ležící v rovině α, bod B je průsečík a a roviny β).

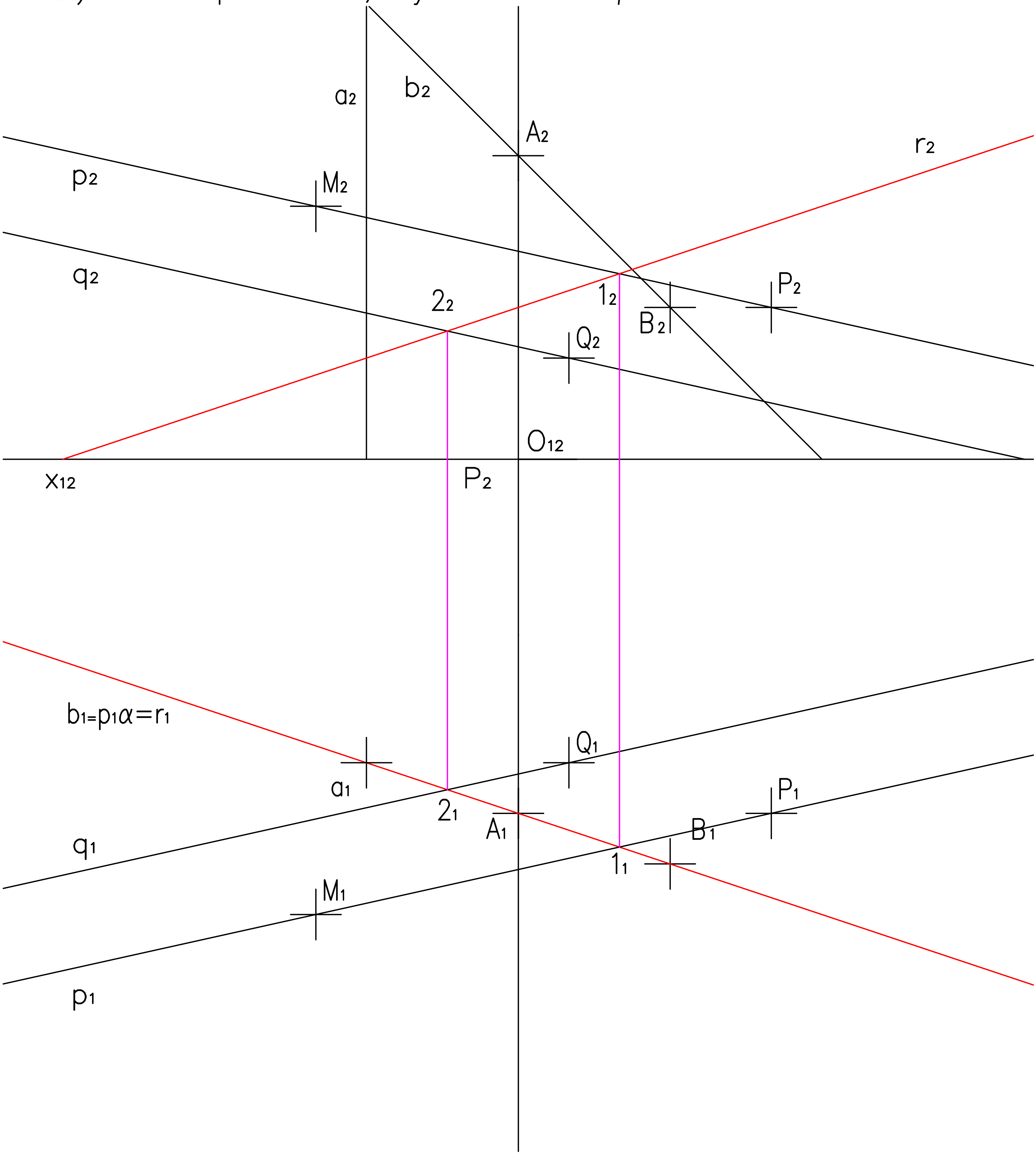
4.) Průsečnice r=BX.



PŘÍKLAD 12: MP: O[10,5;14] Určete vzájemnou polohu rovin $\alpha(a,b)$ a $\beta(p,q)$. Přímky a a b jsou různoběžné, b= AB, A[0;7;6] B[−3;8;3], přímka a je kolmá k π, $y_{a_1}=6$. Přímky p a q jsou rovnoběžné, p=PM, bod Q leží na q, P[−5;7;3] M[4;9;5] Q[−1;6;2]. V případě, že jsou roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

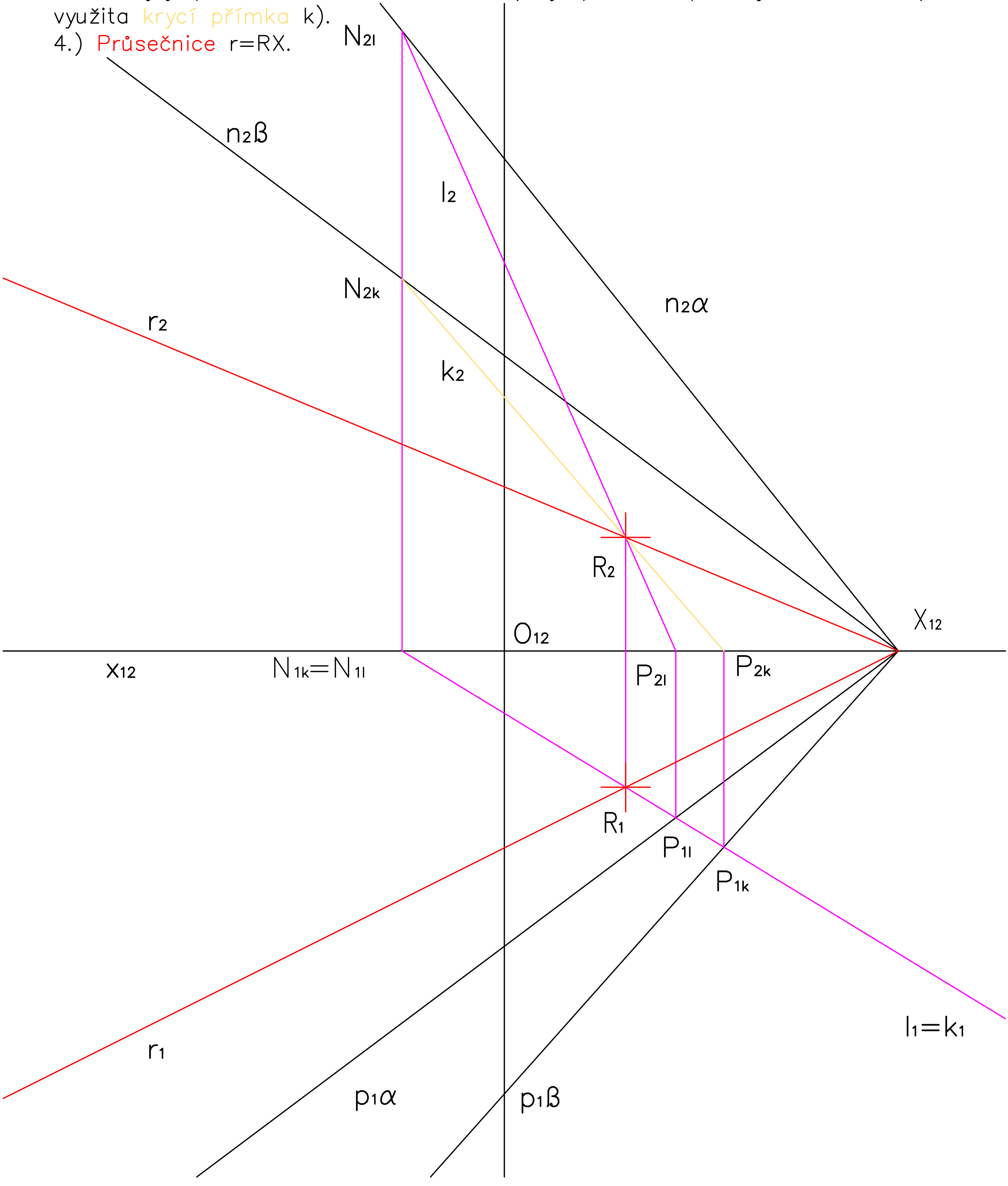
1.) Protože přímka a je kolmá k π, je rovina α kolmá k π. Půdorysy všech přímek roviny α splynou s $p\alpha$ nebo jsou bodem přímky $p\alpha$, tedy $r_1=p_1\alpha$.

2.) Dourčíme přímku r tak, aby ležela v rovině β.



PŘÍKLAD 13: MP: O[10,5;11] Zobrazte průsečnici rovin α (−8;6;10), β (−8;9;6).

1.) Půdorysné stopy rovin α a β jsou různoběžné přímky, označíme jejich průsečík X.
2.) Různoběžné nárysné stopy rovin α a β se protínají také v bodě X.
3.) Musíme najít další společný bod rovin α a β. Ten získáme snadno, vybereme−li libovolnou přímku jedné roviny (zde l, která leží v rovině α) a určíme její průsečík s druhou rovinou (R je průsečík přímky l s rovinou β, využita krycí přímka k).
4.) Průsečnice r=RX.

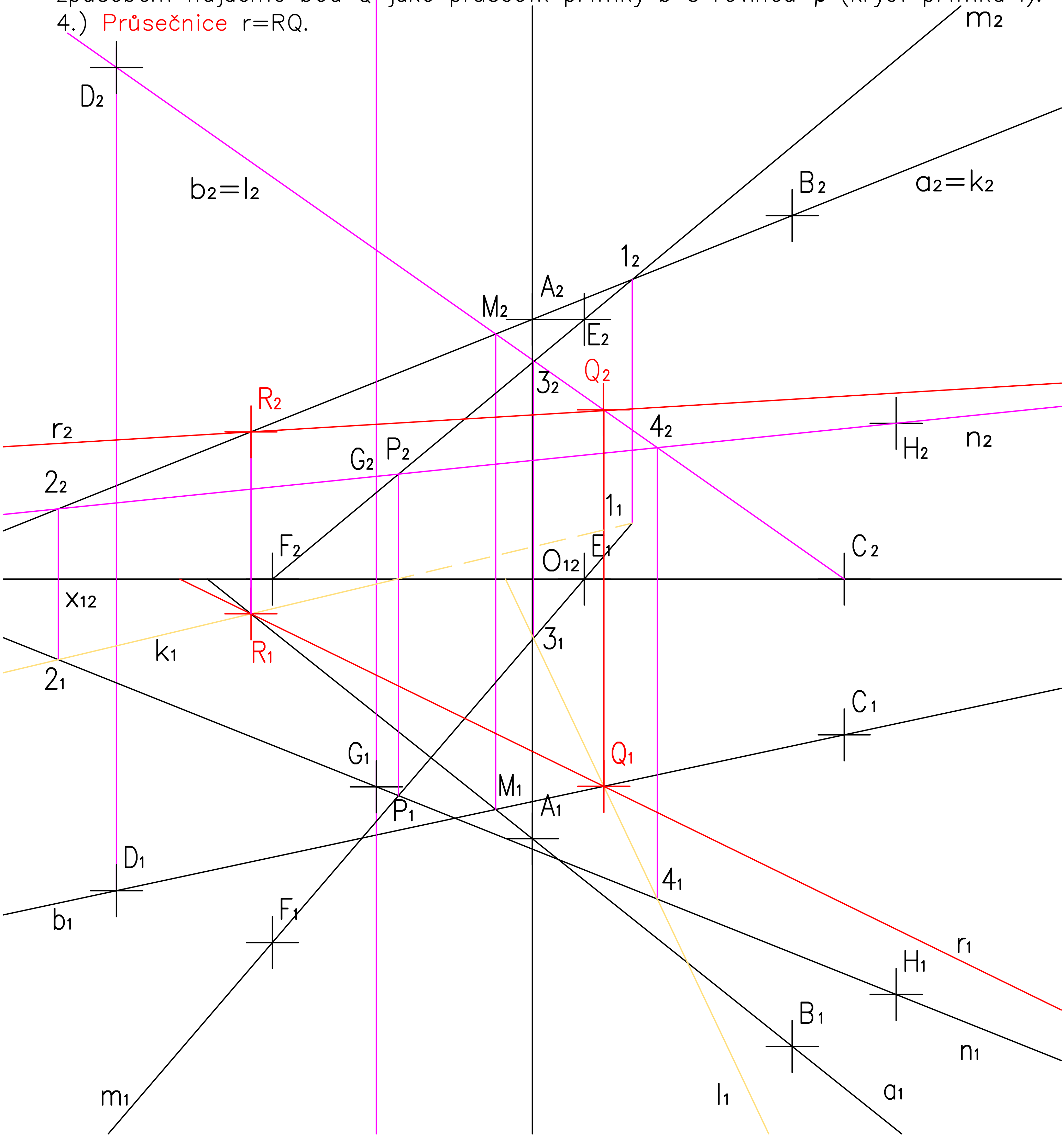


PŘÍKLAD 14: MP: O[10,5;11] Zobrazte průsečnici rovin α (a,b) a β(m,n). Přímky a=AB, b=CD jsou různoběžné přímky, přímky m=EF, n=GH jsou také různoběžné. A[0;5;5], B[−5;9;7], C[−6;3;0], D[8;6;?], E[−1;0;5], F[5;7;0], G[3;4;?], H[−7;8;3].

1.) Dourčíme přímku b pomocí společného bodu M přímek a,b. Dourčíme přímku n pomocí společného bodu P přímek m, n.

2.) Potřebujeme najít dva různé společné body rovin α a β. Vybereme libovolnou přímku jedné roviny (zde a ležící v rovině α) a určíme její průsečík s druhou rovinou (R je průsečík a a β, využili jsme krycí přímku k). Stejným způsobem najdeme bod Q jako průsečík přímky b s rovinou β (krycí přímka l).

4.) Průsečnice r=RQ.

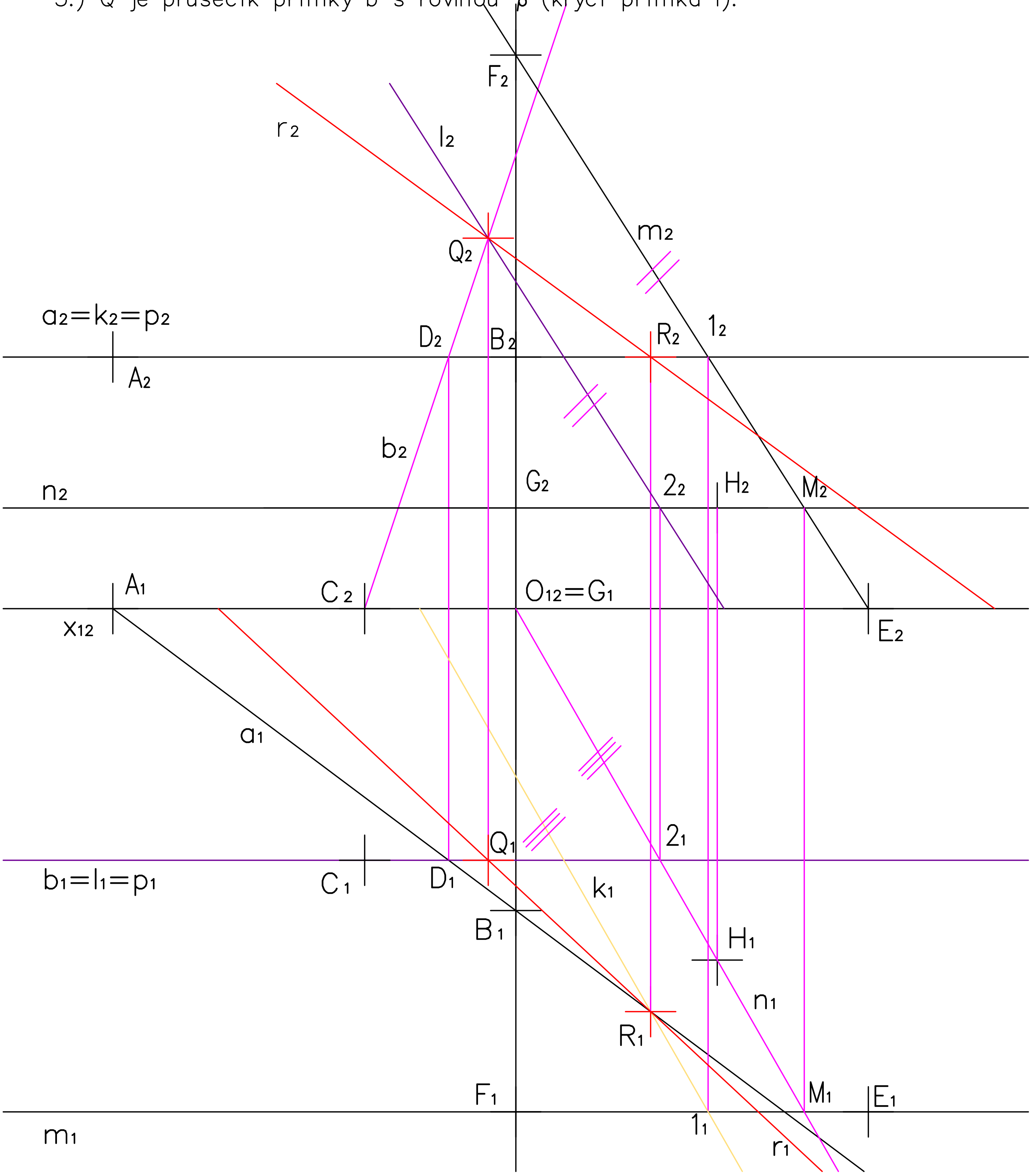


PŘÍKLAD 15: MP [10,5;11,5] Zobrazte průsečnici rovin $\alpha(a,b)$ a $\beta(m,n)$. Přímky a=AB, b=CD jsou různoběžné, A[8;0;5], B[0;6;5], C[3;5;0], D[?;5;5]. Přímky m=EF, n=GH jsou různoběžné, E[−7;10;0], F[0;10;11], G[0;0;2], H[−4;?;2].

1.) Potřebujeme najít dva různé společné body rovin α a β. Vybereme libovolnou přímku jedné roviny a určíme její průsečík s druhou rovinou. To uděláme dvakrát.

2.) R je průsečík přímky a s rovinou β (krycí přímka k).

3.) Q je průsečík přímky b s rovinou β (krycí přímka l).

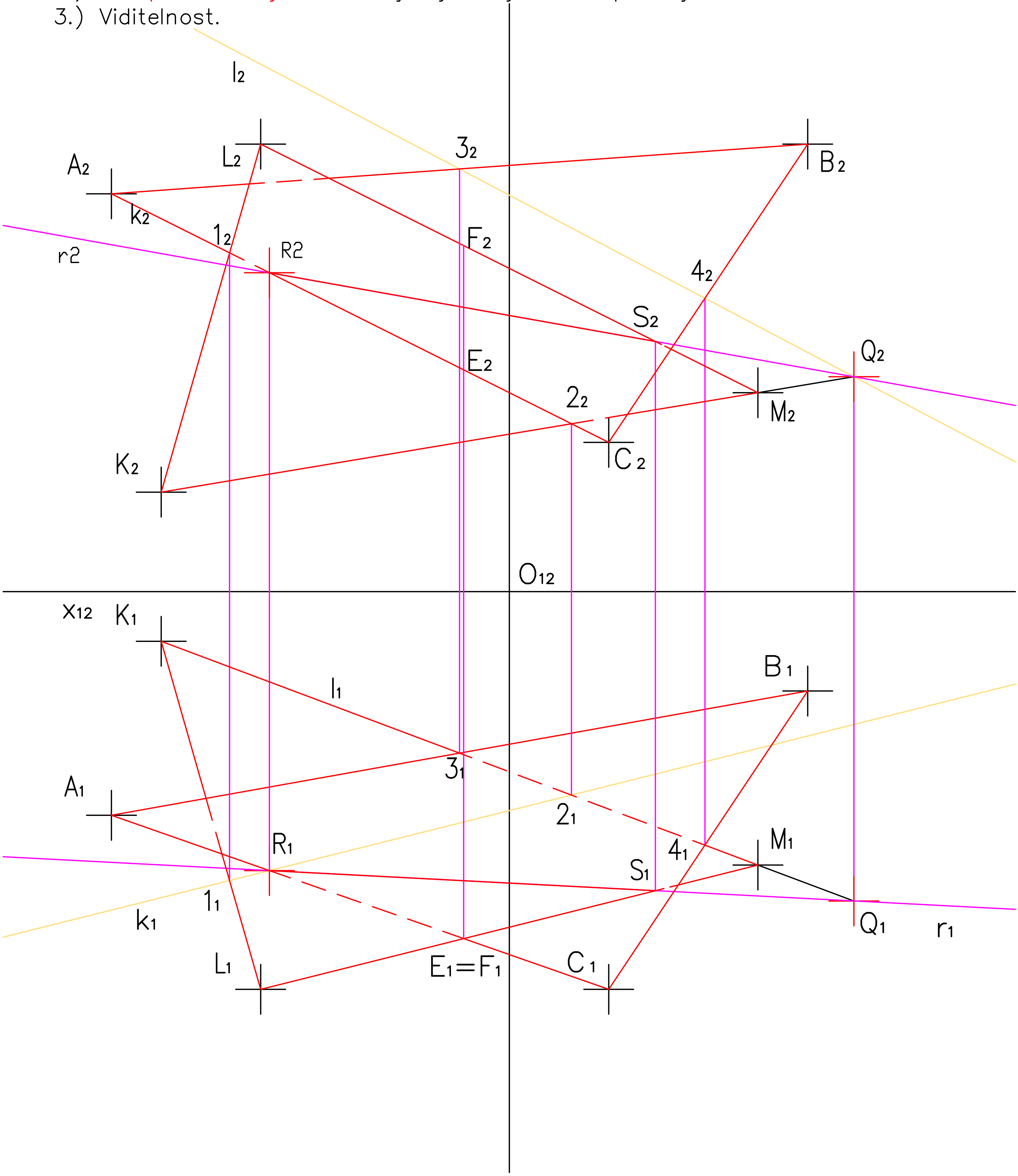


PŘÍKLAD 16: MP: O[10,5;12] Zobrazte průsek trojúhelníků ABC, KLM. A[8;4,5;8], B[−6;2;9], C[−2;8;3], K[7;1;2], L[5;8;9], M[−5;5,5;4]. Stanovte viditelnost v půdoryse i nárysе.

Zobrazíme průsečnici rovin α (A,B,C) a β (K,L,M), tj. najdeme dva společné body rovin α a β (zde R je průsečík AC s rovinou β a Q je průsečík KM s rovinou α. Průsečnice r=RQ).

2.) Pro průsek trojúhelníků využijeme jen část přímky r, zde úsečka RS.

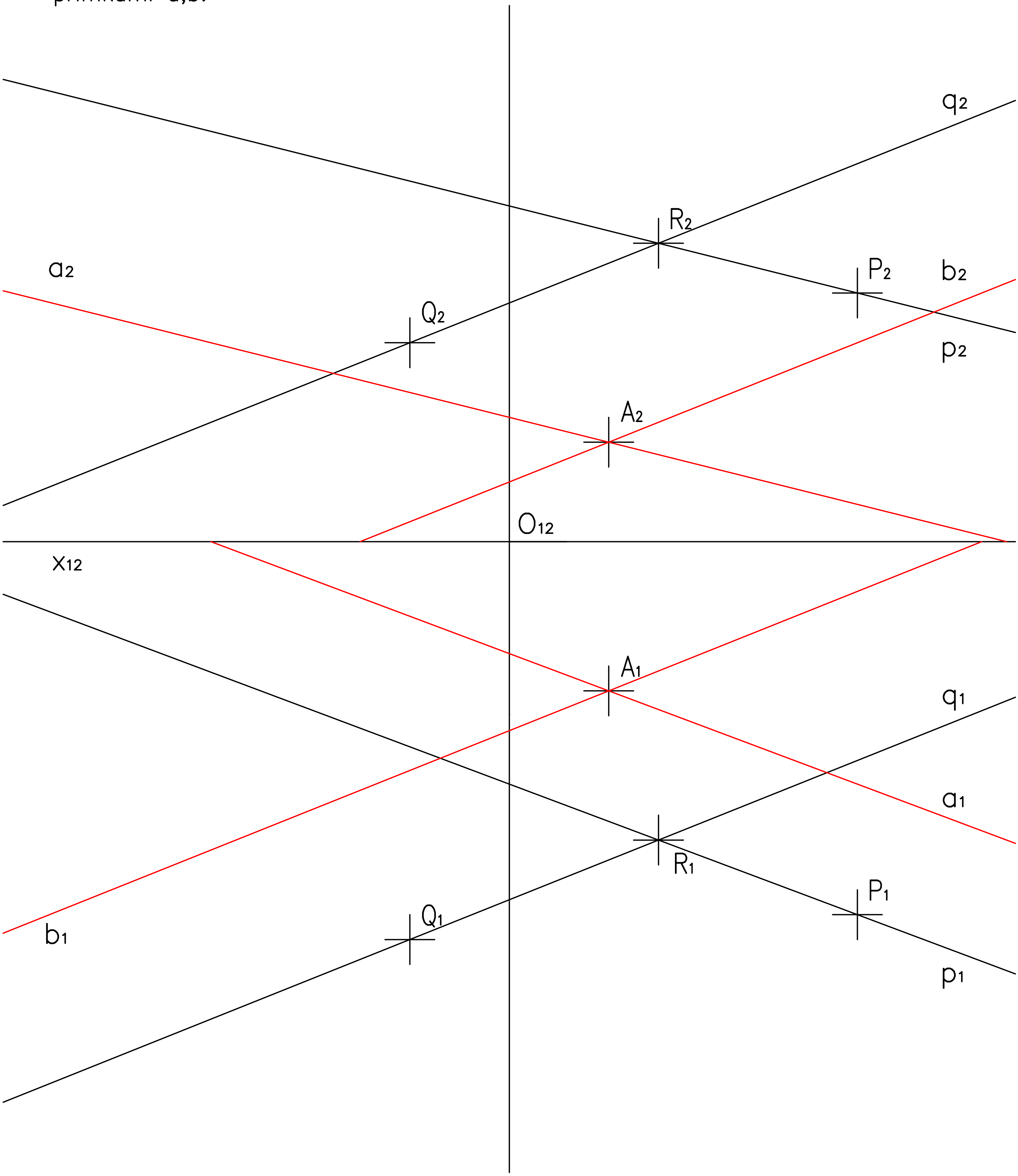
3.) Viditelnost.



PŘÍKLAD 17: MP O[10,5;13] Je dána rovina β (P,Q,R) a bod A. P[−7;7,5;5] Q[2;8;4] R[−3;6;6], A[−2;3;2]. Určete rovinu α, která prochází bodem A a je rovnoběžná s rovinou β.)

Rovina je rovnoběžná s danou rovinou, pokud obsahuje alespoň dvě různoběžné přímky, které jsou se zadanou rovinou rovnoběžné.

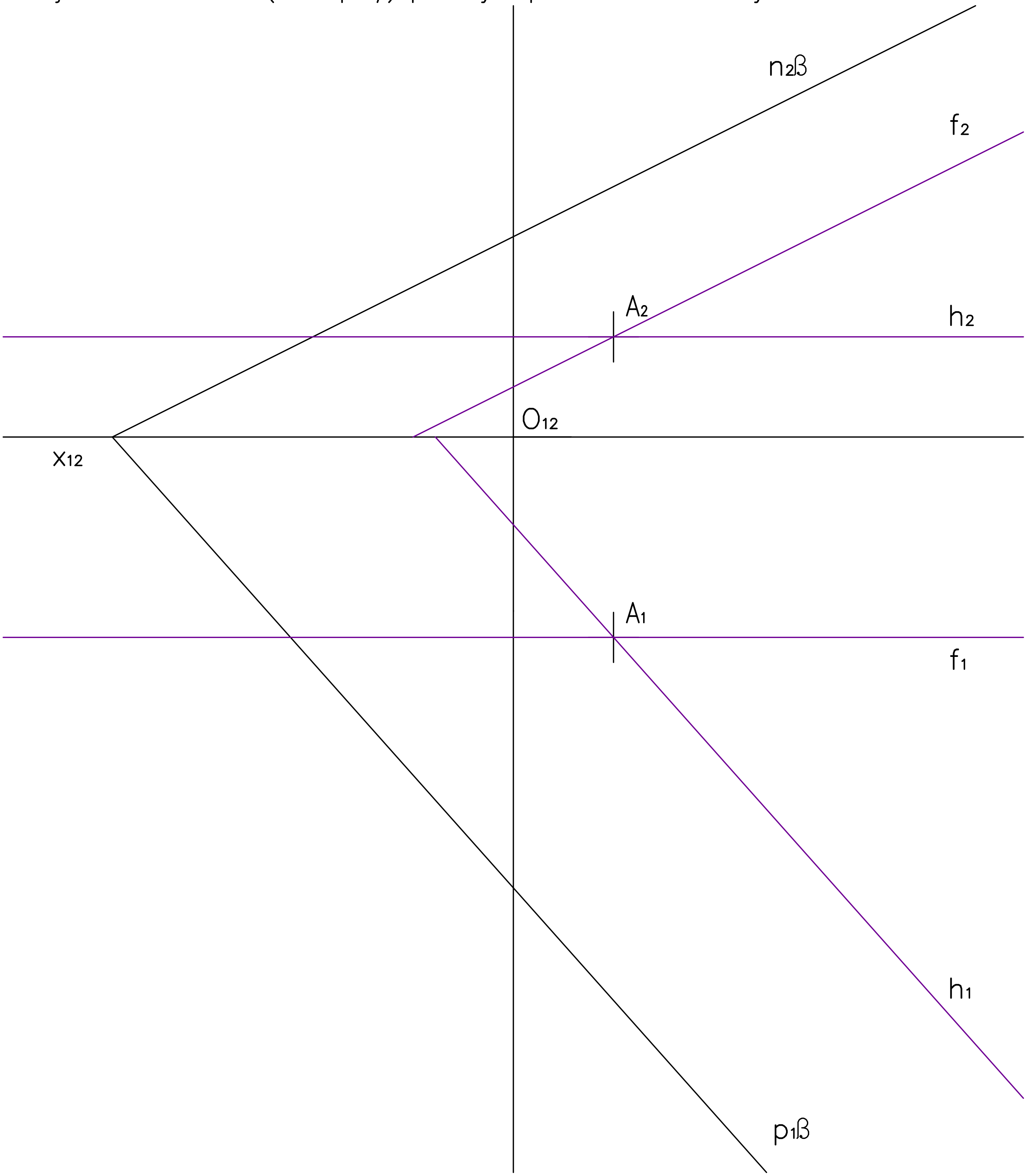
2.) Vybereme v rovině β dvě různoběžné přímky, zde jsme vybrali přímky p=PR a q=QR. Bodem A vedeme přímku a rovnoběžnou s přímkou p a přímku b rovnoběžnou s přímkou q. Rovina α je jednoznačně určena různoběžnými přímkami a,b.



PŘÍKLAD 18: MP: O[10,5;15] Je dána rovina $\beta(8;9;4)$ a bod A[−2;4;2]. Určete rovinu α, která prochází bodem A a je rovnoběžná s rovinou β.

1.) Vybereme v rovině β dvě různoběžné přímky, zde si vybereme stopy p_β a n_β. Bodem A vedeme přímku h rovnoběžnou s p_β a přímku f rovnoběžnou s n_β. Rovina α je jednoznačně určena přímkami h a f, jsou to její hlavní přímky.

2.) Pokud chceme zobrazit stopy, je půdorysná stopa roviny α rovnoběžná s p_β a nárysná stopa roviny α rovnoběžná s n_β, neboť dvě rovnoběžné roviny (α a β) jsou třetí rovinou (π resp. γ) proťaty v přímkách rovnoběžných.



PŘÍKLAD 19: MP: O[10,5;15] Je dána rovina $\beta(\infty;9;5)$ a bod A[−2;4;4]. Určete rovinu α, která prochází bodem A a je rovnoběžná s rovinou β.

1.) V rovině β můžeme vybrat dvě různoběžné přímky a bodem A vést přímky s nimi rovnoběžné.

2.) Protože rovina β je rovnoběžná s osou x, bude i rovina α rovnoběžná s osou x. Můžeme použít třetí průmětnu ζ, třetím průmětem roviny α i β jsou přímky, a to přímky rovnoběžné. Rovinu α určíme stopami.