1) A4 na výšku
MP 0=[10;13]
Určete skutečnou velikost úsečky AB, dále určete odchylky přímky AB od půdorysny a nárysny.
A[-4;2;5], B[5;8;2].

2) A4 na výšku
MP 0=[10;13]
Určete velikost úsečky AB a odchylky od průměten, A[0;5;8], B[5;10;3].

3) A4 na výšku
MP 0=[10;15]
Určete velikost úsečky AB. Dále určete odchylky přímky AB od půdorysny a nárysny. Zobrazte střed úsečky AB. A[5;2;7], B[5;9;2].

4] A4 na výšku
MP 0=[10,5;10]
1.) Zobrazte přímky a = AB, m=MN, p = PQ, A[3;1;2], B[0;4;2], M[0;2;4], N[-2;0;1], P[-4;5;0], Q[-4;5;5] Přímky a a m jsou k sobě kolmé, přímky a a p jsou k sobě kolmé. Rozmyslete se, kdy se přímky zobrazí jako kolmé přímky.

5) A4 na výšku
MP 0=[10;10]
Zobrazte přímku k, kolmou k rovině α (A,B,C), přímka k prochází bodem A. A[0;4;6], B[-4;7;2], C[8;2;1].

6) A4 na výšku
MP 0=[10;11]
Určete rovinu α, která prochází bodem A a je kolmá k přímce k = BC. A[3;4;7], B[3;8;3], C[-8;0;9]

7) A4 na výšku
MP 0=[10;11]
Zobrazte přímku, která prochází bodem C, je kolmá k přímce p =AB a je s přímkou p různoběžná.
A[7;4;3], B[-5;7;8], C[2,5;7;9,5]

8) A5 na šířku
MP 0=[10;7]
Zobrazte přímku k, která prochází bodem M a je kolmá k rovině α (A,B,C).
A[4;2;3], B[4;6;3], C[-3;4;7], M[0;5;2]

9) A4 na výšku
MP 0=[15;10]
Určete vzdálenost bodu C od roviny α, C[2;4;6,5], α(5,5;8;4).

10) A4 na výšku
MP 0=[10;12]
Určete vzdálenost bodu C od roviny α (K,L,M), C[2;4;8], K[7;3;7], L[2;8;4], M[-6;2;5].

11) A5 na šířku
MP 0=[7;7]
Zobrazte přímku k, která prochází bodem M a je kolmá k rovině α (A, x) a určete vzdálenost bodu M od roviny α. A[-5;3;5], M[0;5;2].

12) A5 na šířku
MP 0=[10;7]
Zobrazte rovnoběžné přímky a, m, a = AB, bod M náleží přímce m.
A[5;2;0], B[3;6;3], M[0;2;5]. Dále určete vzdálenost těchto přímek.

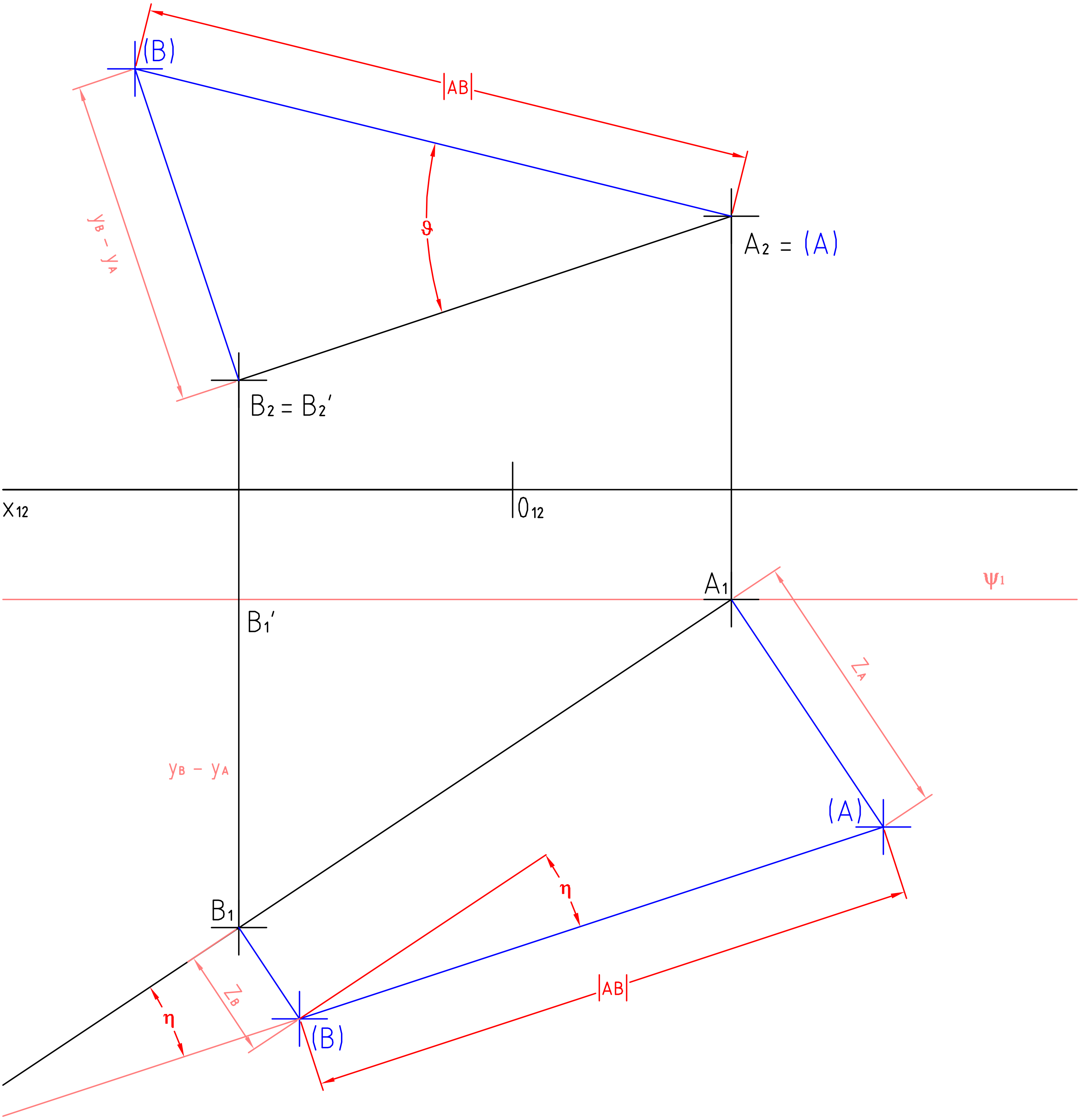
$\overline{13}$) A4 na výšku
MP 0=[10;9]
Zobrazte spádové přímky roviny α,které procházejí bodem A, bod A náleží rovině α(K,L,M). A[-3;3;?], K[0;4;1], L[4;1;1], M[0;2;6].

14) A4 na výšku
MP 0=[10;11]
Určete rovinu α, která je komlá k rovině β(R,P,Q) a obsahuje přímku a = AB
A[7;8;3], B[-5;1;3], R[6;6;2], P[0;8;8], Q[-3;1;4].

15] A4 na výšku
MP 0=[10,5;12]
1.) Určete vzdálenost dvou rovnoběžných rovin, α (7;6;4], $\beta \parallel \alpha$, bod A náleží rovině β. A[-5;2;3].

16) A4 na výšku
MP 0=[10;11]
1.) Určete rovinu α, která je kolmá k rovině β (A,B,C), a zároveň kolmá k rovině γ (P,Q,R). Bod T náleží rovině α. A[7;8;3], B[-5;1;4], C[3;3;8], R[6;6;2], P[0;8;8], Q[-8;1;2], T[-5;9;10].

1. A4 na výšku
MP 0=[10;13]
Určete skutečnou velikost úsečky AB, dále určete odchylky přímky AB od půdorysny a nárysny. A[-4;2;5], B[5;8;2].



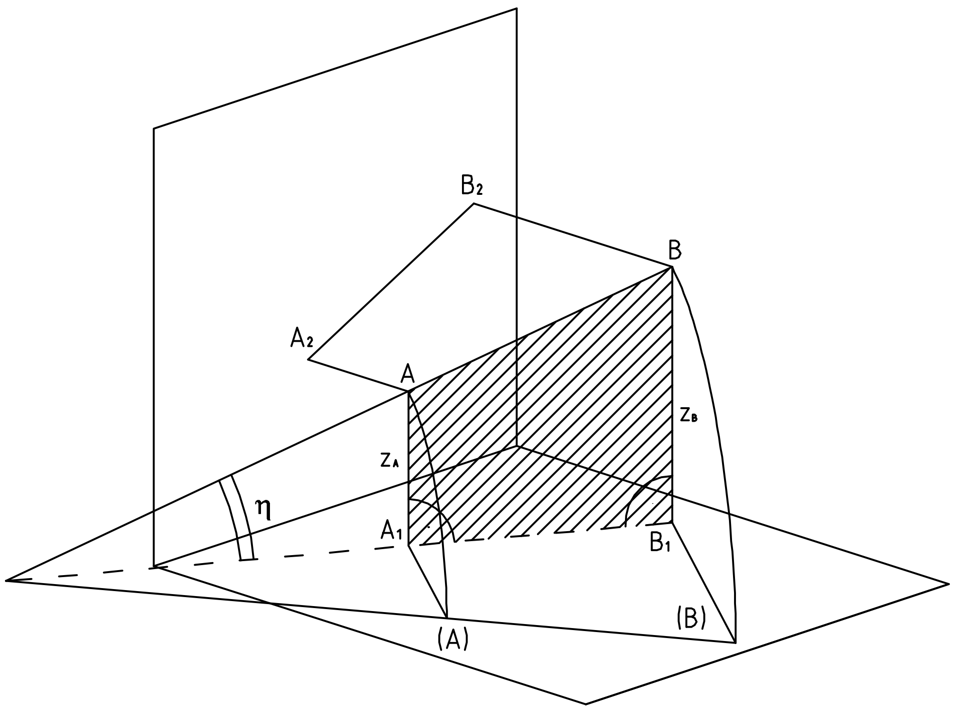
a) Skutečnou velikost úsečky AB zjistíme pomocí lichoběžníku A A_1B_1B (tzv. PROMÍTACÍ LICHOBĚŽNÍK). Velikost strany A_1B_1 máme v půdoryse, lichoběžník sestrojíme přímo k půdorysu úsečky AB. Vlastně sklápíme (otáčíme o 90°) rovinu lichoběžníka do půdorysny. Sklopené body A, B budeme označovat (A), (B). Skutečná velikost úsečky AB je velikost $|(A)(B)|$.

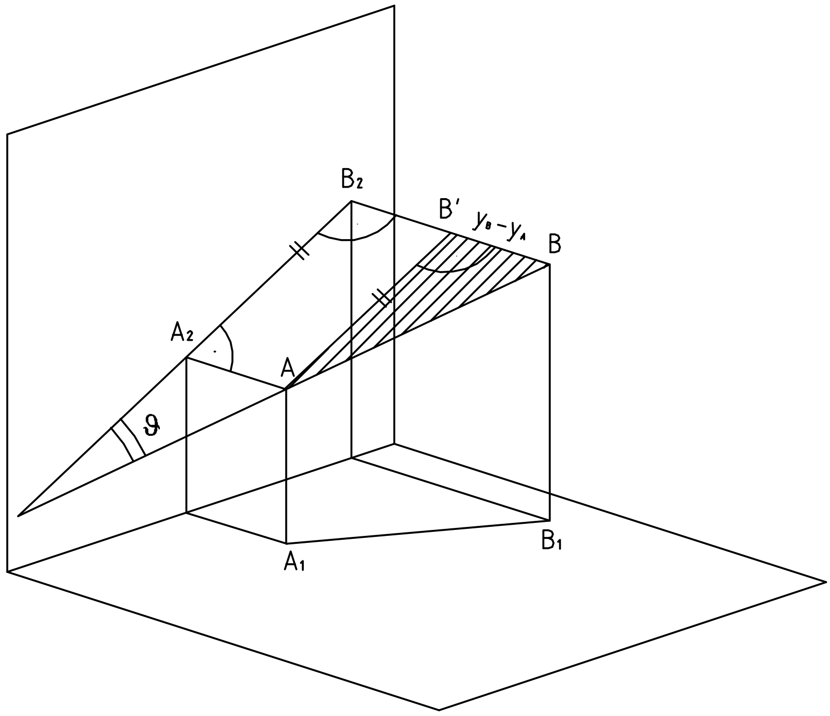
Odchylka přímky AB od půdorysny je odchylka přímek AB a A_1B_1. Odchylka přímky od půdorysny je také odchylka přímek A_1B_1 a (A)(B), úhel označíme η.

Skutečnou velikost úsečky můžeme také určit pomocí lichoběžníka A A_2B_2B (sklápíme rovinu lichoběžníka do nárysny).

b) Místo lichoběžníku lze také použít tzv. ROZDÍLOVÝ TROJÚHELNÍK ABB′, sklopíme rovinu trojúhelníka do roviny ψ procházející bodem A a rovnoběžné s nárysnou.

Odchylka přímky AB od nárysny je odchylka přímek AB a A_2B_2 a také odchylka přímek AB a AB′, úhel označíme ϑ. Pozn. Rozdílový trojúhelník lze pochopitelně použít i v půdoryse.

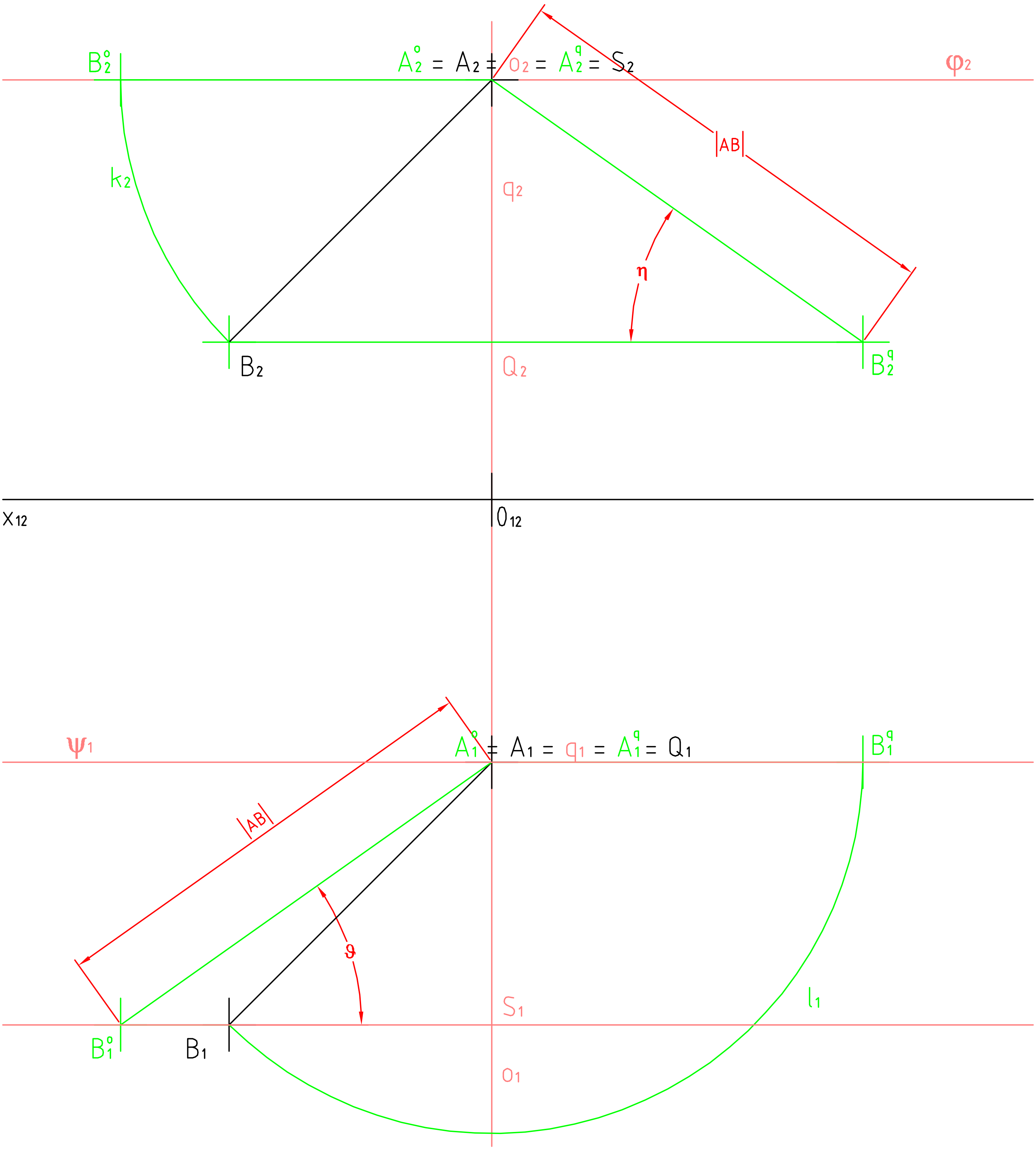




2. A4 na výšku

MP 0=[10;13]

Určete velikost úsečky AB a odchylky od průměten,   A[0;5;8], B[5;10;3]



a) Je-li úsečka AB rovnoběžná s půdorysnou, je skutečná velikost $|AB| = |A_1B_1|$. Je-li úsečka AB rovnoběžná s nárysnou je skutečná velikost $|AB| = |A_2B_2|$. Abychom určili skutečnou velikost úsečky, můžeme jí otočit, tak aby byla rovnoběžná s půdorysnou nebo nárysnou.

b) Otočíme úsečku AB do roviny φ rovnoběžné s půdorysnou. Osu otáčení o vedeme jedním z krajních bodů úsečky kolmo k nárysně, zde osa o prochází bodem A. Bod B se otáčí po kružnici $k(S; |SB|)$, jejím nárysem je kružnice. Bod $B°$ je jeden z průsečíků kružnice k a roviny φ. Skutečná vvelikost úsečky je $|AB| = |AB°| = |A_1B_1°|$.

c) Otočíme úsečku AB do roviny ψ rovnoběžné s nárysnou. Osu otáčení q vedeme jedním z krajních bodů úsečky kolmo k půdorysně, zde osa q prochází bodem A. Bod B se otáčí po kružnici $l(Q; |QB|)$, jejím půdorysem je kružnice. Bod B^q je jedním z průsečíků kružnice l a roviny ψ. Skutečná velikost úsečky je $|AB| = |AB^q| = |A_2B_2^q|$.

3. A4 na výšku

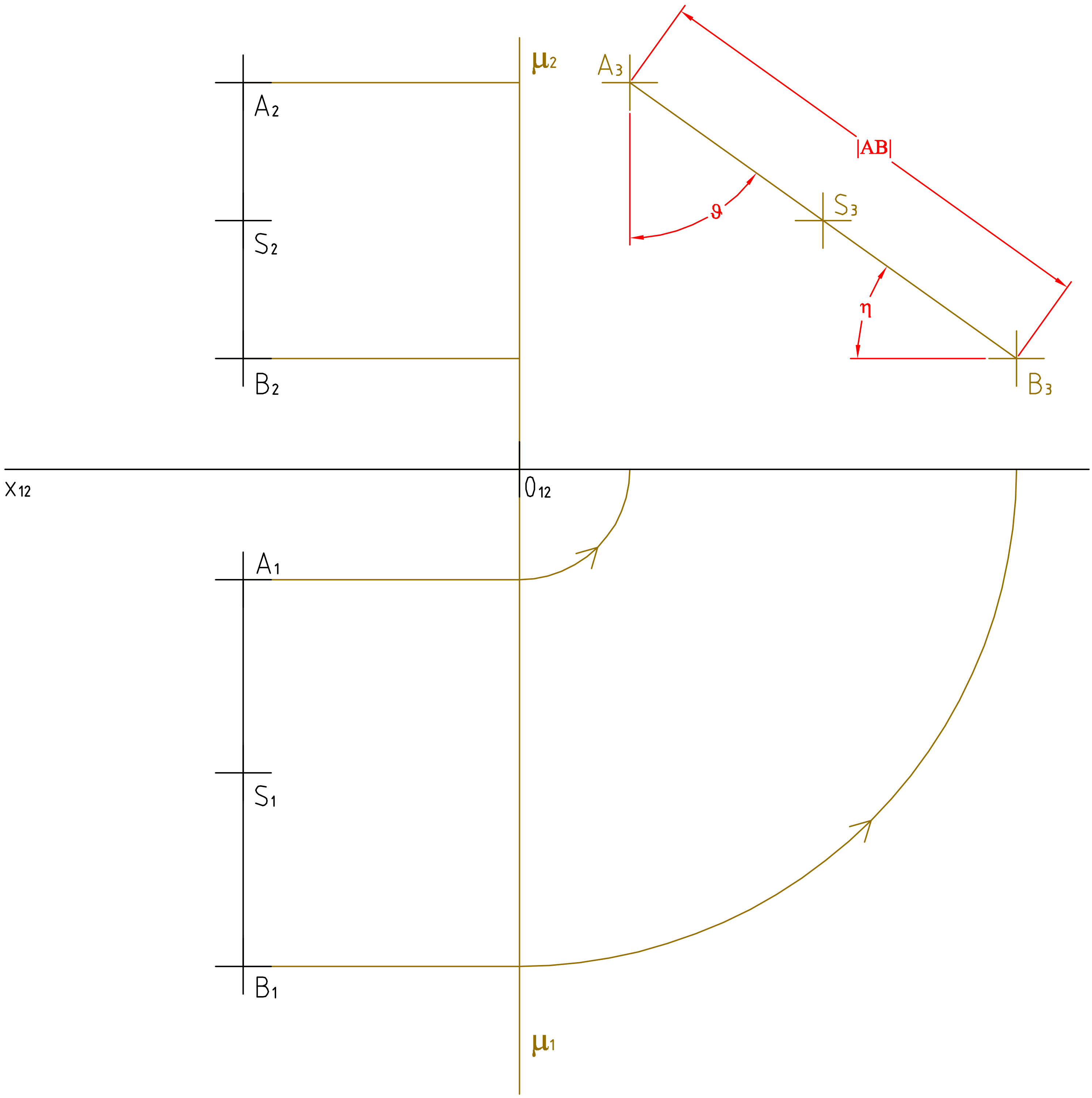
MP 0=[10;12]

Určete velikost úsečky AB. Dále určete odchylky přímky AB od půdorysny a nárysny. Zobrazte střed úsečky AB. A[5;2;7], B[5;9;2].

a) Úlohu můžeme řešit pomocí promítacího lichoběžníku či rozdílového trojúhelníku. Použijeme-li lichoběžník, rychle určíme i stopníky přímky AB, Vyzkoušejte si.

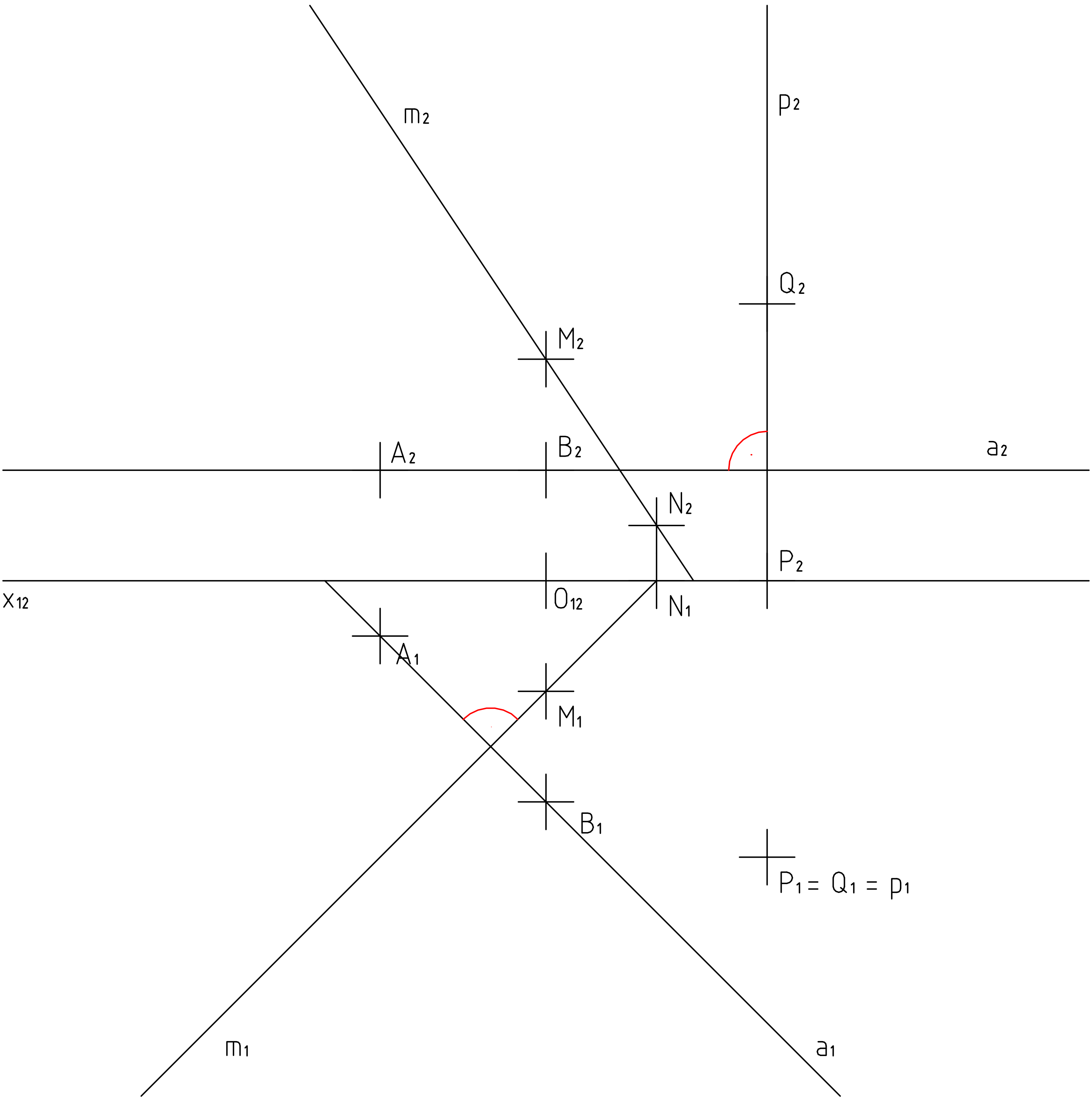
b) Přímka AB je kolmá k ose x, je tedy rovnoběžná s bokorysnou μ. Skutečná velikost úsečky AB je rovna velikosti úsečky A_3B_3. Použili jsme tedy bokorys.

c) Dělící poměr se v rovnoběžném promítání zachovává; půdorys středu S úsečky AB je střed půdorysu úsečky, nárys bodu S je střed nárysu úsečky (a bokorys středu S je střed bokorysu úsečky).



4. A4 na výšku
MP 0=[10,5;10]
Zobrazte přímky a = AB, m=MN, p = PQ, A[3;1;2], B[0;4;2], M[0;2;4], N[-2;0;1], P[-4;5;0], Q[-4;5;5] Přímky a a m jsou k sobě kolmé, přímky a a p jsou k sobě kolmé. Rozmyslete se, kdy se kolmé přímky zobrazí jako kolmé přímky.

a) Půdorysem kolmých přímek jsou kolmé přímky, pokud aspoň jedna z nich je rovnoběžná s půdorysnou a druhá není kolmá k půdorysně. V našem případě přímka a je rovnoběžná s π a m není kolmá k π, tedy $a_1 \perp m_1$.
b) Nárysem kolmých přímek jsou kolmé přímky, pokud aspoň jedna z nich je rovnoběžná s nárysnou a druhá není kolmá k nárysně. V našem případě přímka p je rovnoběžná s nárysnou a přímka a není kolmá k nárysně, tedy $a_2 \perp p_2$.



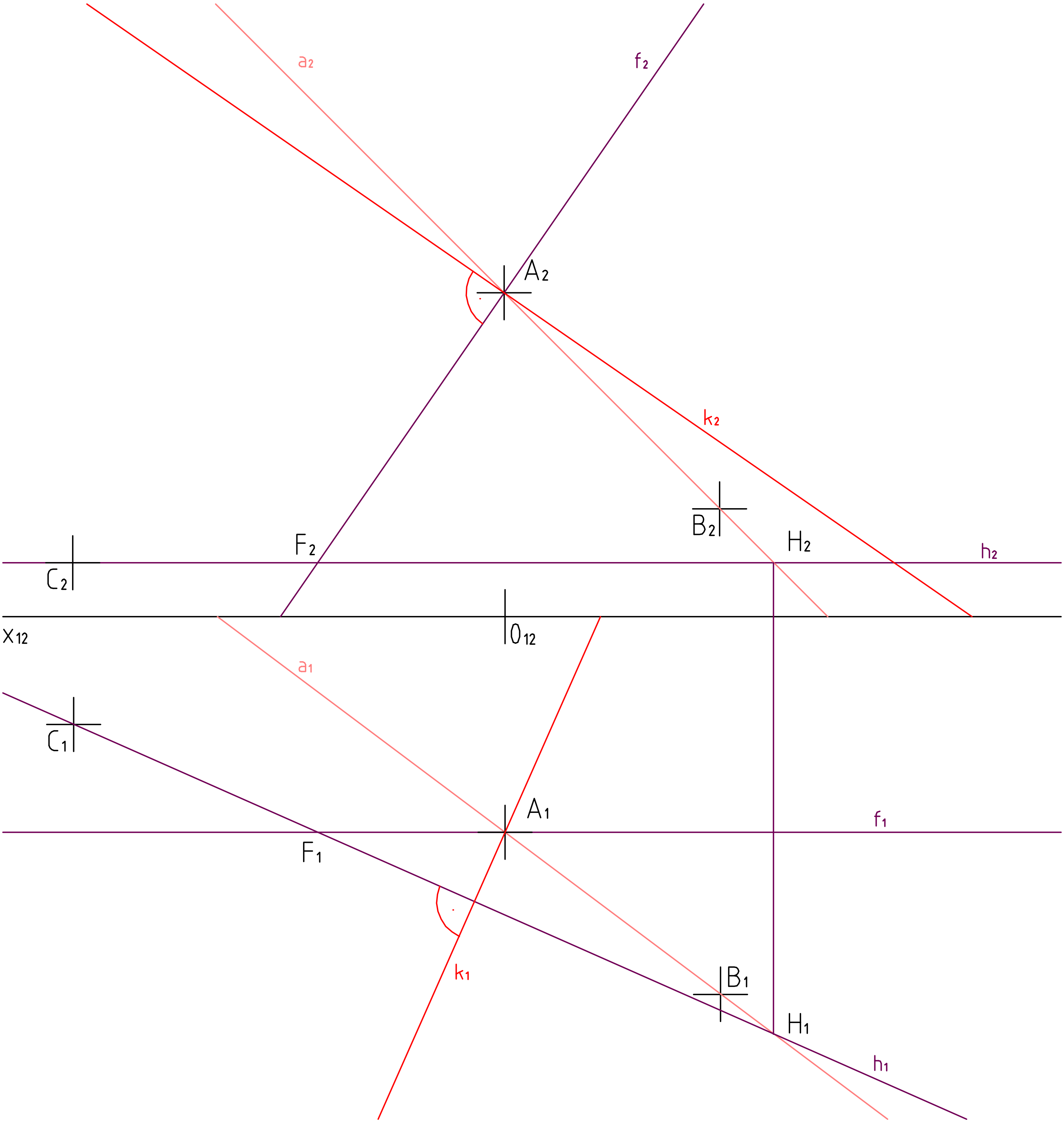
5. A4 na výšku

MP $0=[10;10]$

Zobrazte přímku k, kolmou k rovině α (A,B,C), přímka k prochází bodem A.

$A[0;4;6]$, $B[-4;7;2]$, $C[8;2;1]$,

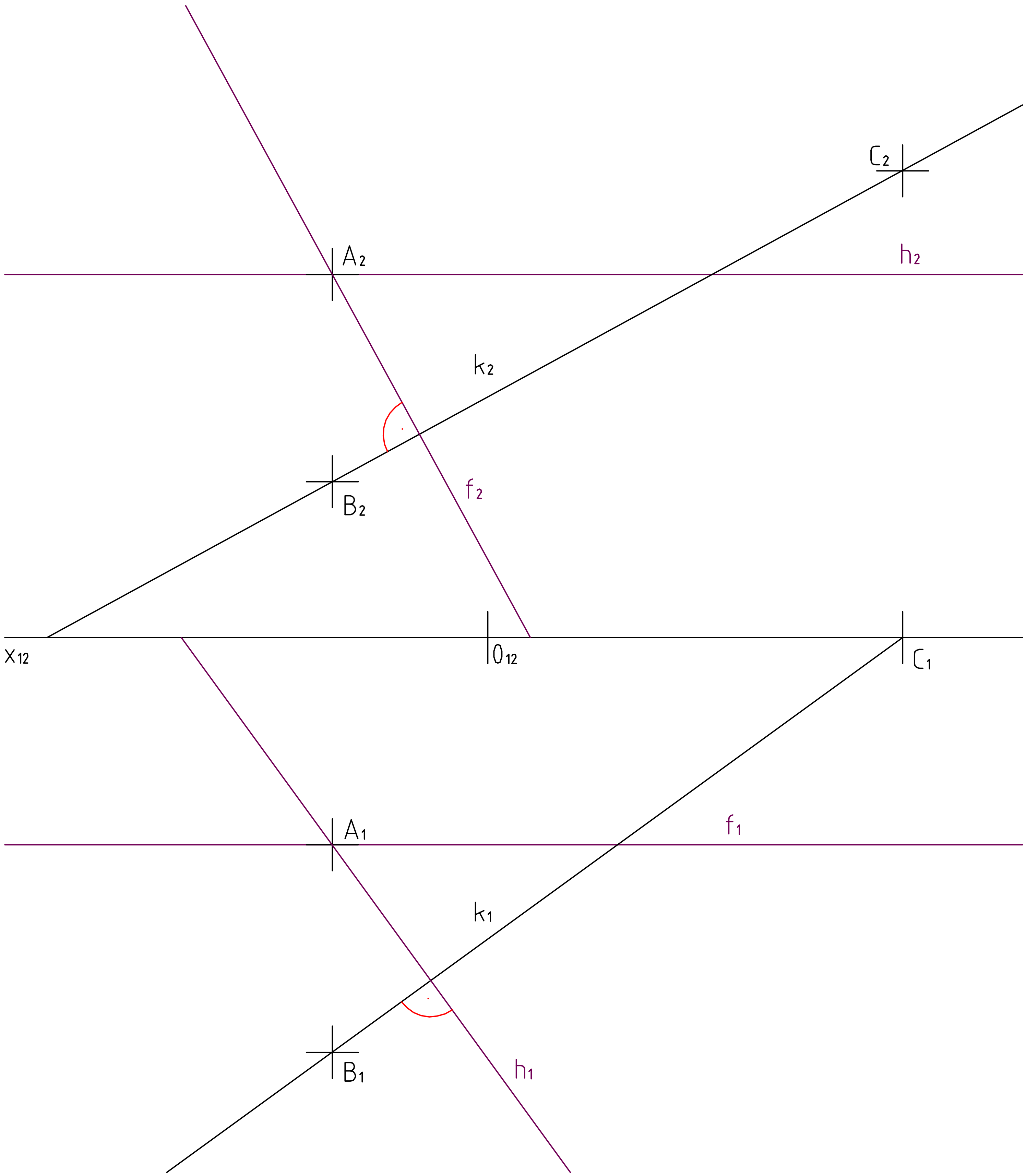
Přímka k je kolmá k rovině α, pokud je kolmá ke dvěma různoběžkám roviny α. Můžeme si tedy vybrat dvě různoběžky roviny α a zajistit, aby přímka k k nim byla kolmá. Nejvhodnější je vybrat v rovině α libovolnou přímku rovnoběžnou s půdorysnou a libovolnou přímku rovnoběžnou s nárysnou, tedy hlavní přímky (pokud jsou různoběžné). Horizontální přímka h je rovnoběžná s půdorysnou, pro půdorys přímky k musí platit $k_1 \perp h_1$. Frontální přímka f je rovnoběžná s nárysnou, pro nárys přímky k musí platit $k_2 \perp f_2$.



6\. A4 na výšku
MP 0=[10;11]
Určete rovinu α, která prochází bodem A a je kolmá k přímce k = BC. A[3;4;7], B[3;8;3], C[−8;0;9]

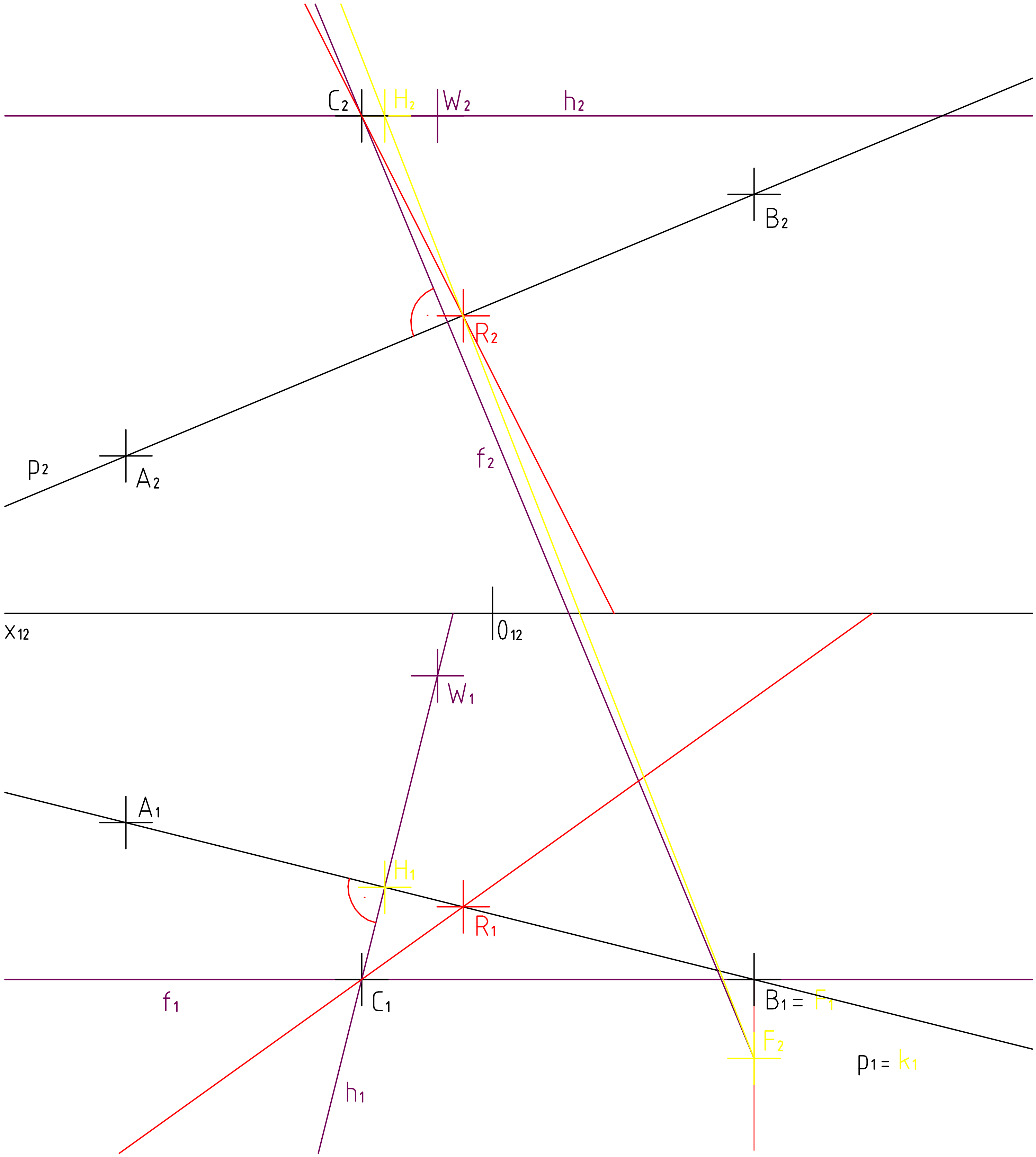
a) Rovinu α určíme různoběžkami, které budou kolmé k přímce k. Určíme různoběžky, které jsou rovnoběžné s půdorysnou a nárysnou, tedy hlavní přímky roviny α. Musí platit $k_1 \perp h_1$, $k_2 \perp f_2$.

b) Rovina α je jednoznačně určena horizontální hlavní přímkou h a frontální hlavní přímkou f.



7. A4 na výšku
MP 0=[10;11]
Zobrazte přímku, která prochází bodem C, je kolmá k přímce p =AB a je s přímkou p různoběžná. A[7;4;3], B[-5;7;8], C[2,5;7;9,5]

a) Všechny přímky procházející bodem C a kolmé k přímce p, leží v rovině kolmé k této přímce. Tuto rovinu α určíme hlavními přímkami h a f procházejícími bodem C, $h_1 \perp p_1$, $f_2 \perp p_2$.,($f_1 \parallel x_{12} \parallel h_1$).
b) Určíme průsečík R přímky p a roviny α. (krycí přímka k)
c) Hledaná přímka je přímka CR.



8. A5 na šířku

MP 0=[10;7]

Zobrazte přímku k, která prochází bodem M a je kolmá k rovině α (A,B,C).

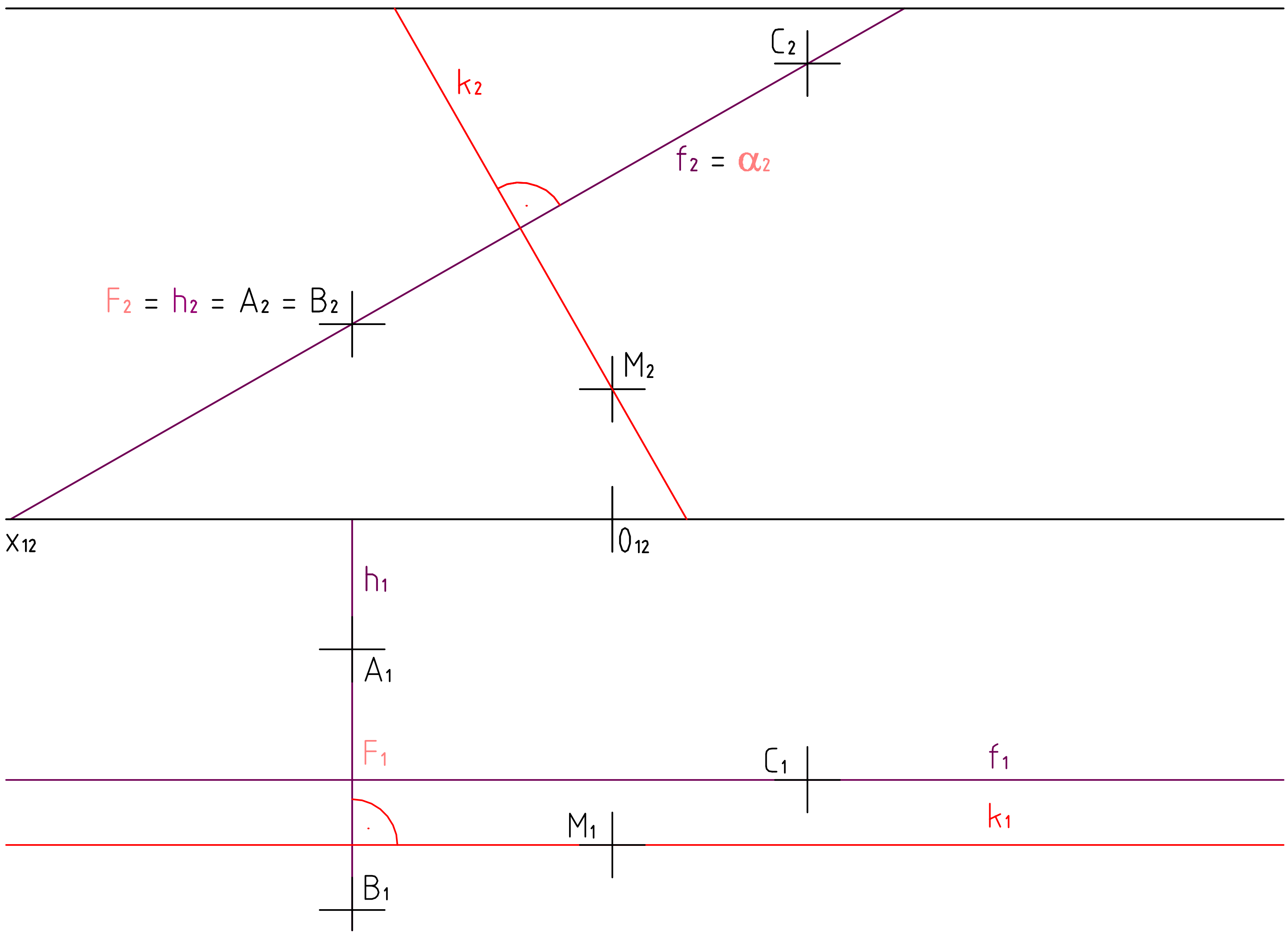
A[4;2;3], B[4;6;3], C[-3;4;7], M[0;5;2]

a) Přímka k musí být kolmá k dvěma různoběžkám roviny α, vybereme si opět hlavní přímky.

b) Přímka AB je rovnoběžná s půdorysnou, je to tedy horizontální hlavní přímka h. Půdorys hledané kolmice k je přímka procházející bodem M_1 a kolmá k h_1.

c) Zobrazíme frontální hlavní přímku f procházející bodem C, f = FC. Nárys hledané kolmice k je přímka procházející bodem M_2 a kolmá k f_2.

Pozn. Protože přímka AB roviny α je kolmá k nárysně, je rovina α kolmá k nárysně. Nárysem roviny α je přímka $\alpha_2 = A_2C_2$. Hledaná kolmice je tedy přímka rovnoběžná s nárysnou, její nárys je přímka kolmá k α_2.



9. A4 na výšku

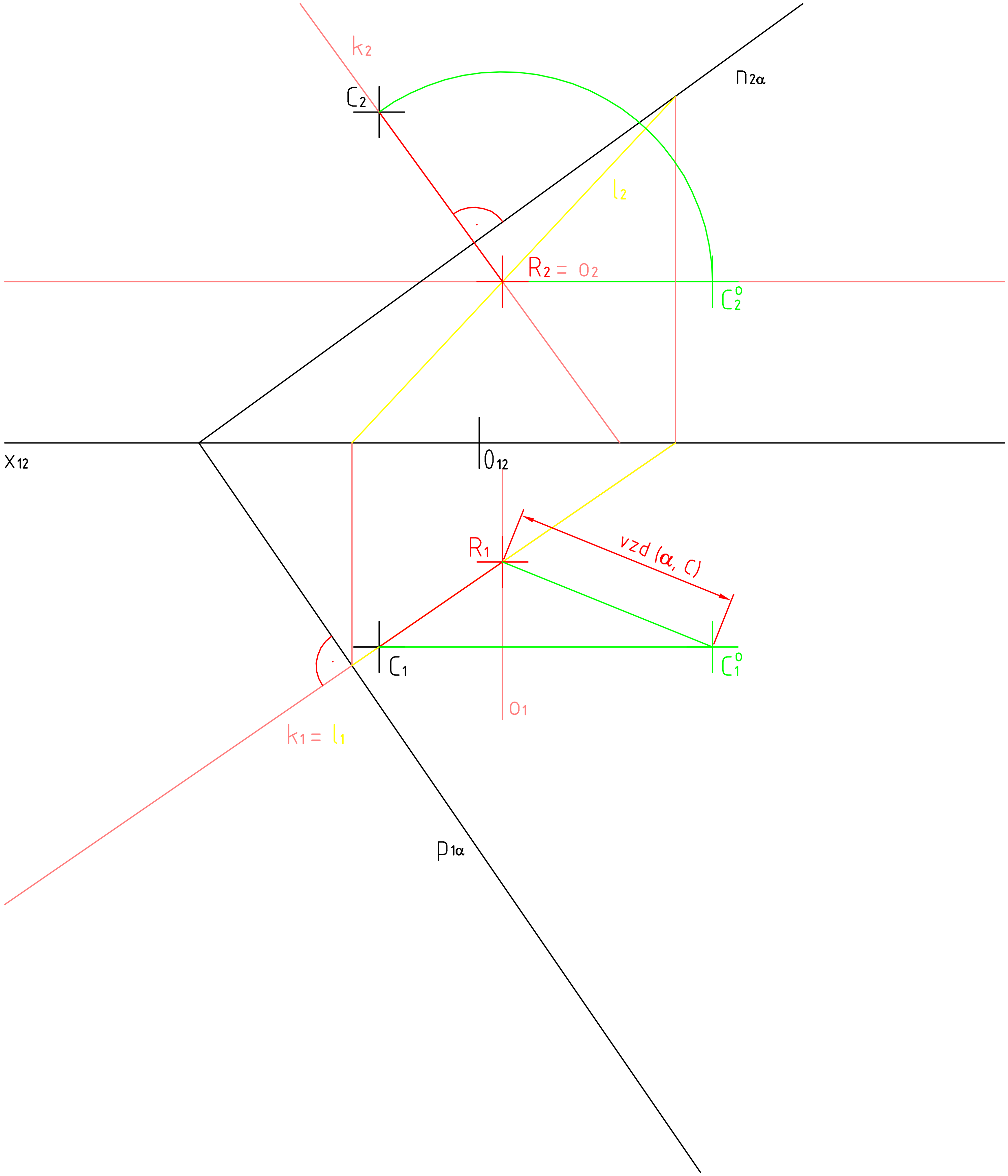
MP 0=[10;15]

Jrčete vzdálenost bodu C od roviny α, C[2;4;6,5] α(5,5;8;4)

a) Zobrazíme přímku k procházející bodem C a kolmou k rovině α.

b) Určíme bod R, průsečík přímky k a roviny α (využijeme krycí přímku l).

c) Určíme skutečnou velikost úsečky $|RC|$ = vzdálenost (C,α) zde jsme využili otočení RC do roviny rovnoběžné s půdorysnou.



10.) A4 na výšku

MP $0=[10;12]$

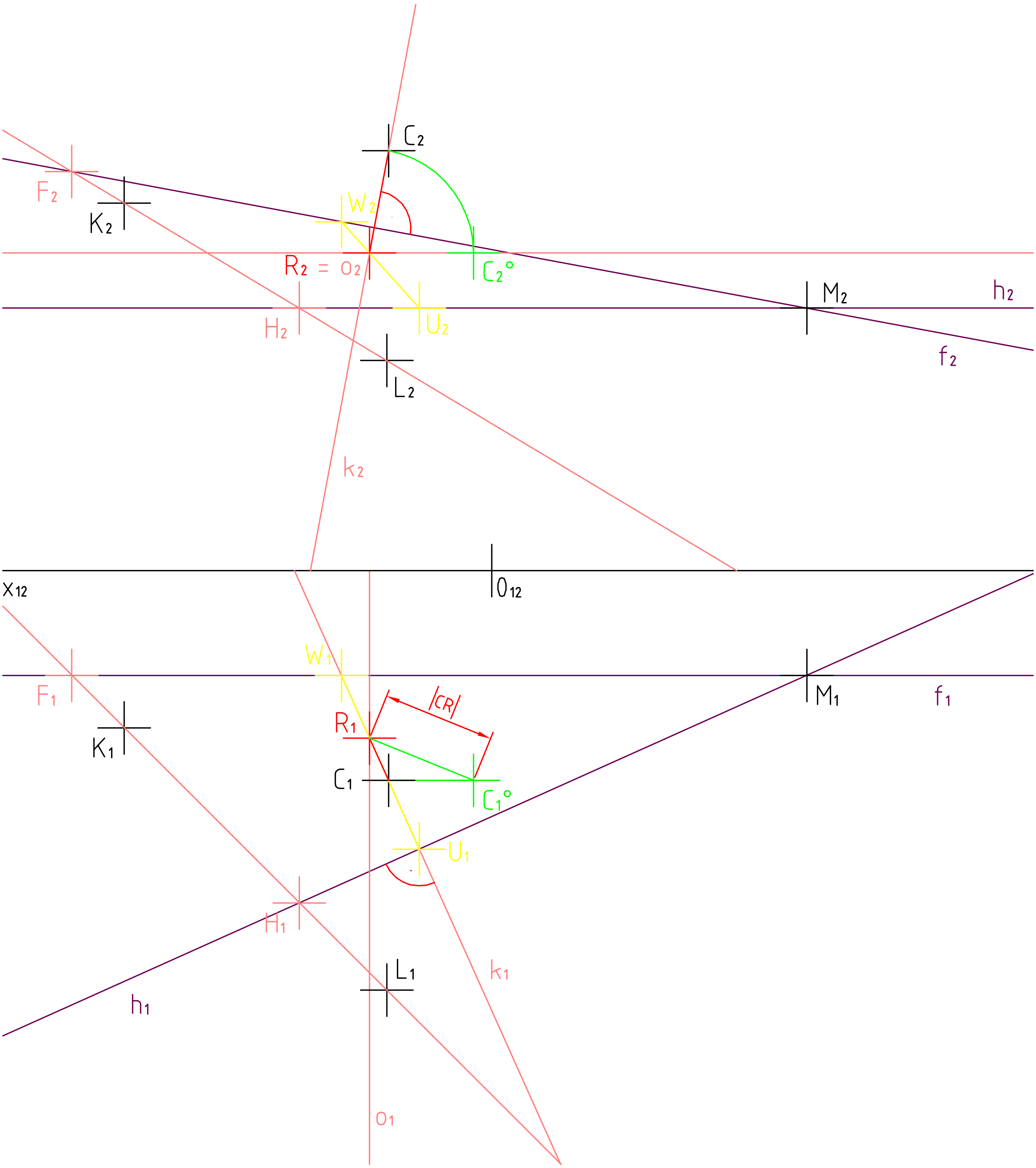
Určete vzdálenost bodu C od roviny α (K,L,M), $C[2;4;8]$, $K[7;3;7]$, $L[2;8;4]$, $M[-6;2;5]$,

a) Zobrazíme hlavní přímky roviny α.

b) Bodem C proložíme přímku k, kolmou k rovině α (kolmou k hlavním přímkám roviny α).

c) Pomocí krycí přímky UW určíme průsečík R roviny α a přímky k.

d) Skutečná velikost úsečky CR je rovna vzdálenosti bodu C od roviny α.



11.) A5 na šířku

MP 0=[7;7]

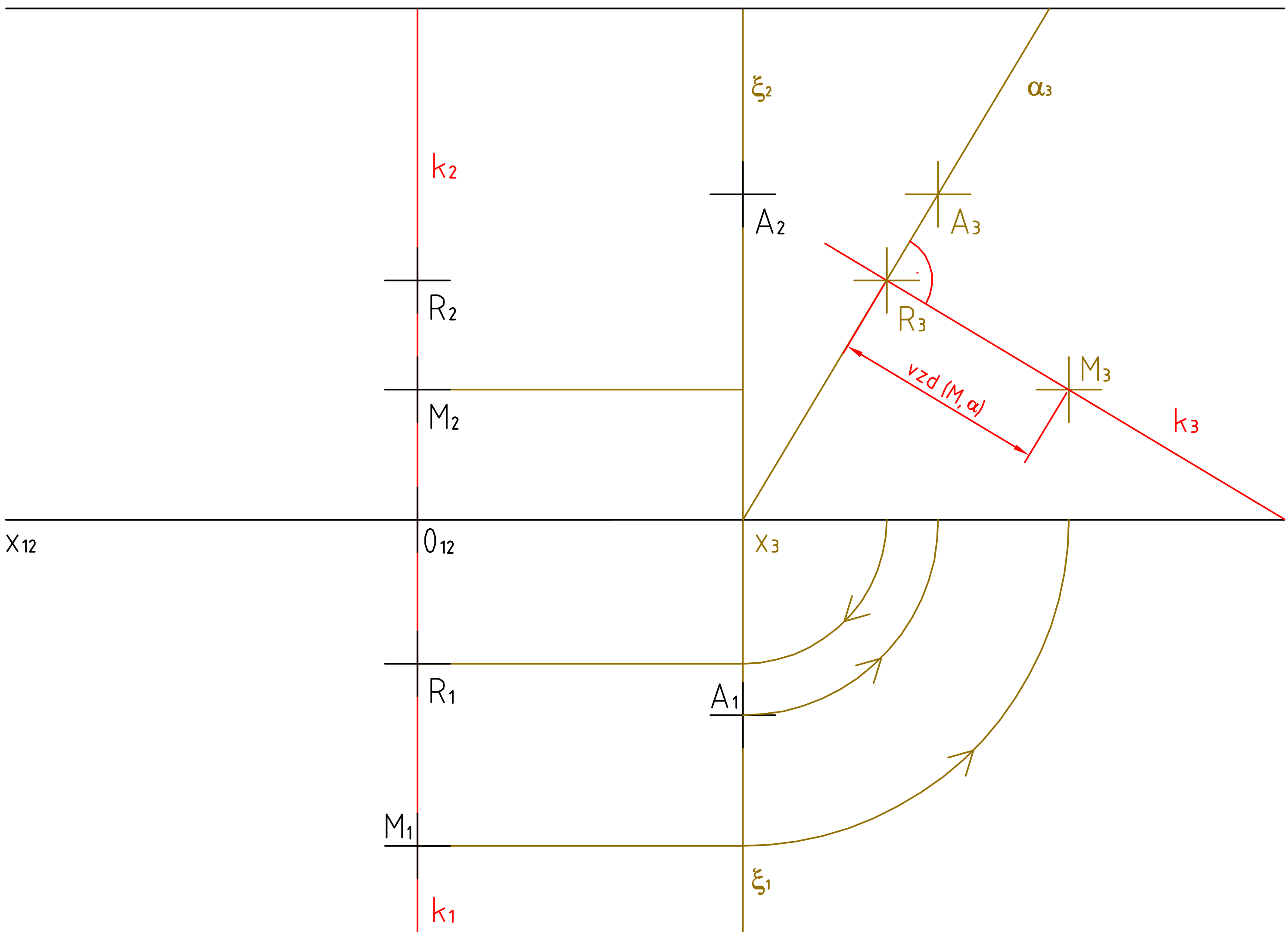
Zobrazte přímku k, která prochází bodem M a je kolmá k rovině $\boldsymbol{\alpha}$ (A, x) a určete vzdálenost bodu M od roviny $\boldsymbol{\alpha}$. A[-5;3;5], M[0;5;2]

a) Protože rovina α prochází osou x (třetím průmětem roviny α je přímka), použijeme třetí průmětnu ξ.

b) Třetí průmět přímky k je kolmice k α_3.

c) Určíme průsečík R přímky k a roviny α, vzd. (M, α) = $|RM| = |R_3M_3|$.

Půdorys a nárys přímky k je určen jednoznačně půdorysy a nárysy bodů R a M.



12.) A5 na šířku

MP 0=[10;7]

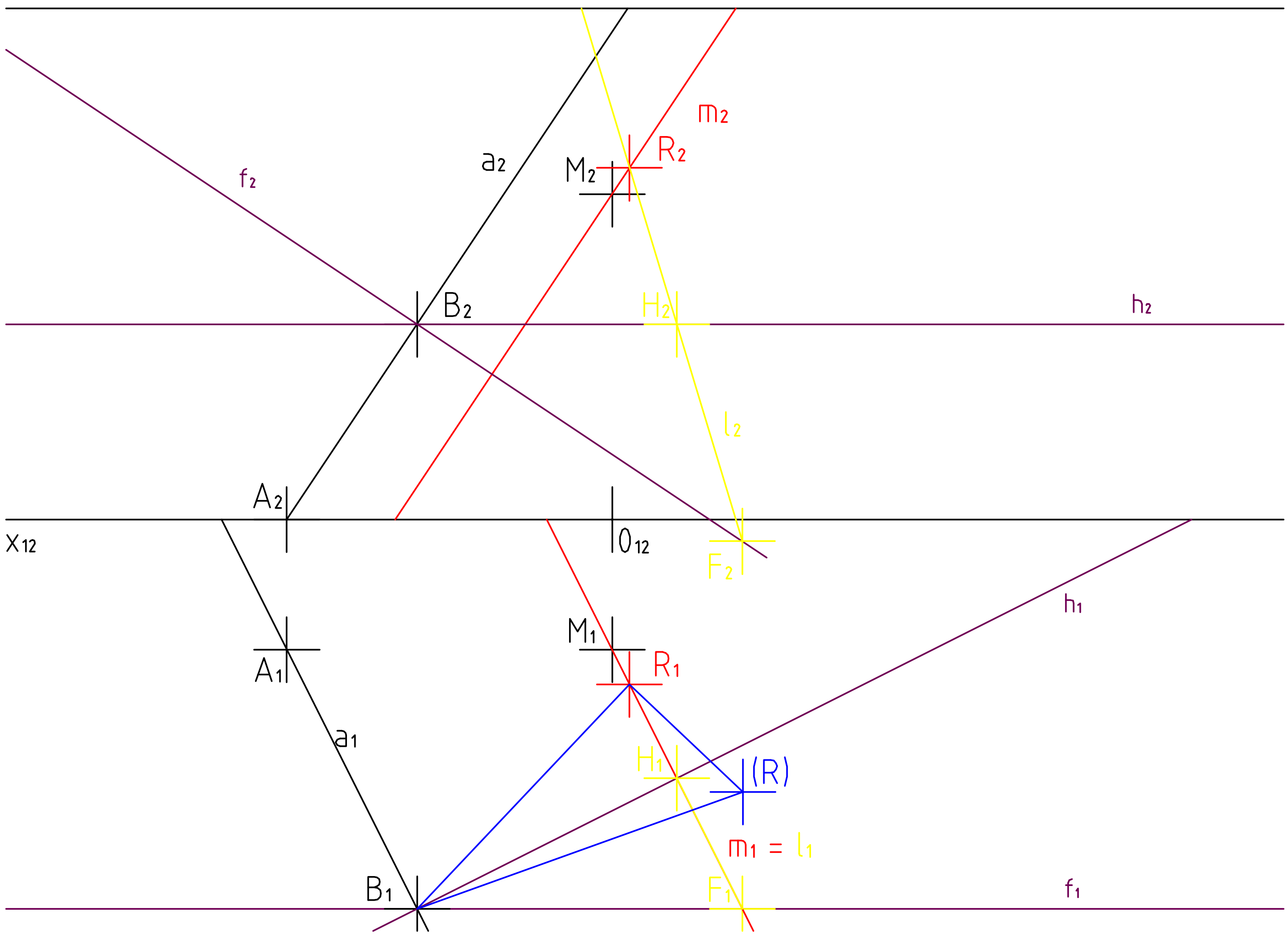
Zobrazte rovnoběžné přímky a, m, a = AB, bod M náleží přímce m.
A[5;2;0], B[3;6;3], M[0;2;5] dále určete vzdálenost těchto přímek.

a) Vzdálenost dvou rovnoběžných přímek je vzdálenost libovolného bodu jedné přímky od přímky druhé. Například určíme vzdálenost bodu B od přímky m.

b) Bodem B vedeme rovinu α kolmou k přímce m, určíme ji hlavními příkami f a h.

c) Průsečík R přímky m s rovinou α určíme pomocí krycí přímky l = HF

d) Určíme skutečnou velikost úsečky BR sklopením, $|BR|$ = vzd (a, m).

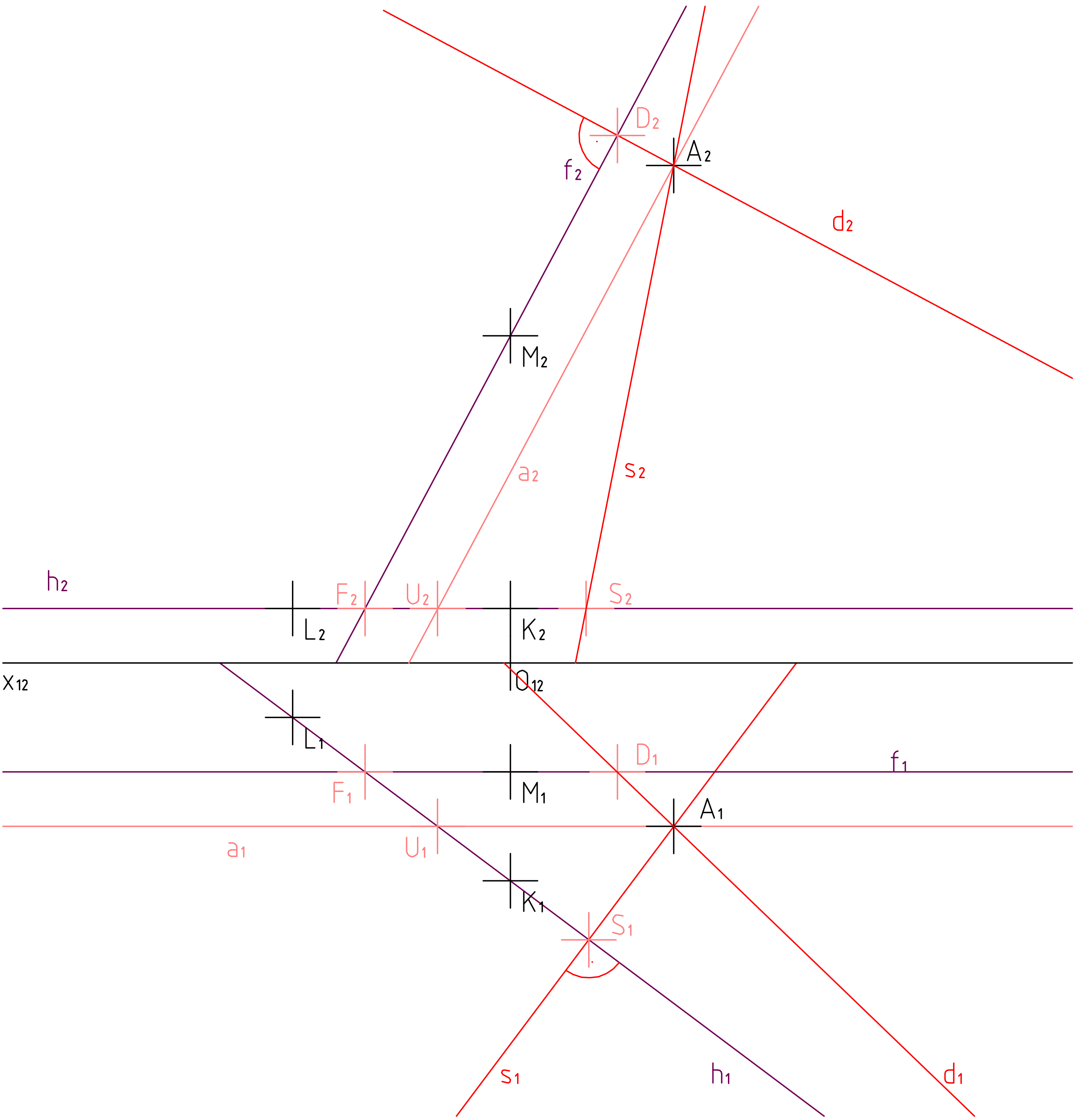


13.) A4 na výšku
MP 0=[10;9]
Zobrazte spádové přímky roviny α, které procházejí bodem A, bod A náleží rovině α(K,L,M). A[−3;3;?], K[0;4;1], L[4;1;1], M[0;2;6]

a) Zobrazíme hlavní přímky roviny α.

b) Pomocí libovolné přímky a dourčíme bod A tak, aby náležel rovině α.

c) Spádové přímky 1. osnovy roviny α jsou přímky roviny α, které jsou kolmé k horizontálním přímkám roviny α. Půdorys spádové přímky s 1. osnovy je kolmý k půdorysu libovolné horizontální přímky. Nárys dourčíme tak, aby přímka s ležela v rovině α. Spádové přímky 2. osnovy roviny α jsou přímky roviny α, které jsou kolmé k frontálním přímkám roviny α. Nárys spádové přímky d 2. osnovy je kolmý k nárysu libovolné frontální přímky. Půdorys dourčíme tak, aby přímka d ležela v rovině α.



14.) A4 na výšku

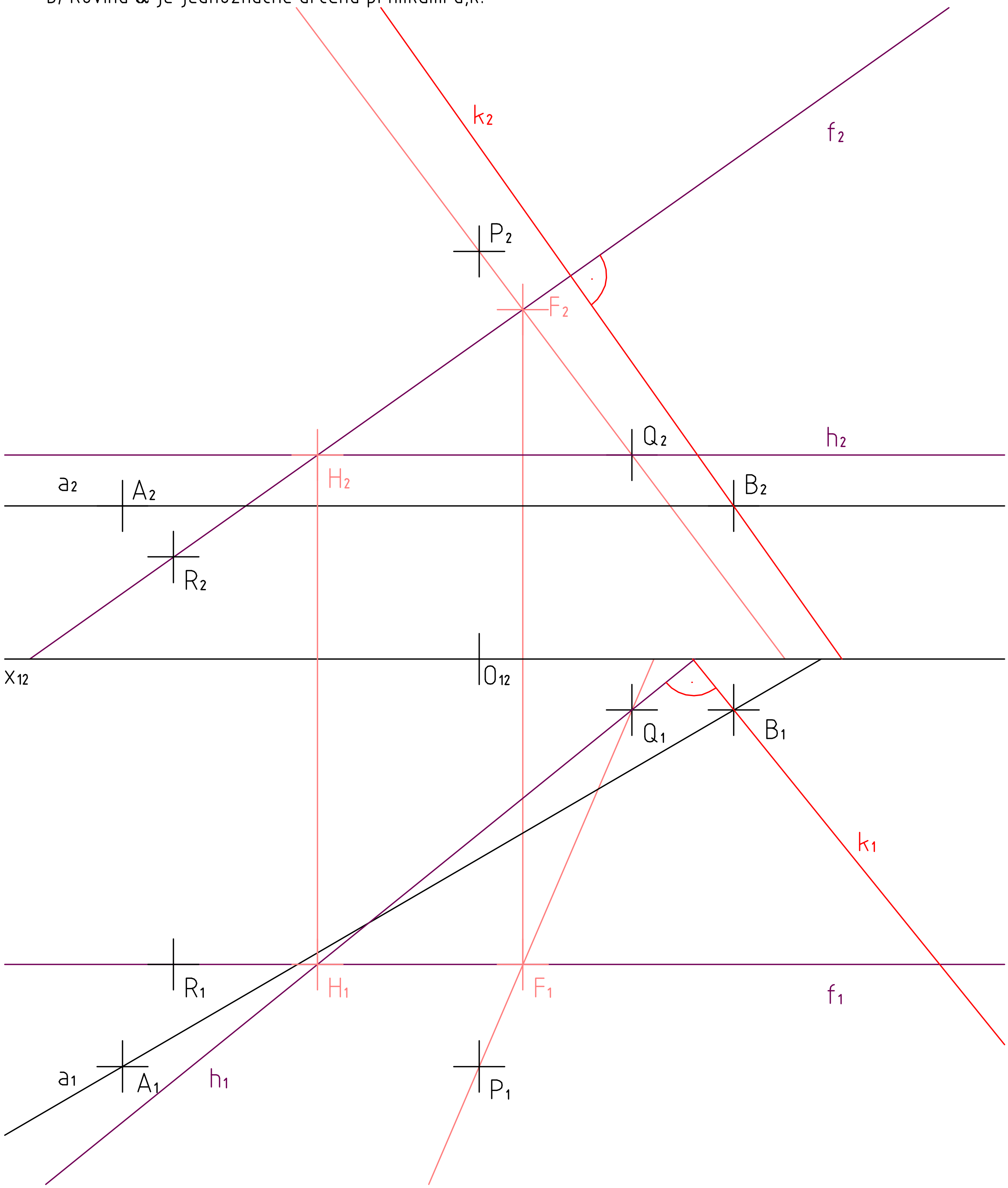
MP O=[10;11]

Určete rovinu α, která je kolmá k rovině β(R,P,Q) a obsahuje přímku a = AB

A[7;8;3], B[-5;1;3], R[6;6;2], P[0;8;8], Q[-3;1;4].

a) Aby rovina α byla kolmá k rovině β, musí obsahovat přímku kolmou k rovině β. Zobrazíme přímku k kolmou k β procházející libovolným bodem přímky a (zde bodem B).

b) Rovina α je jednoznačně určena přímkami a,k.



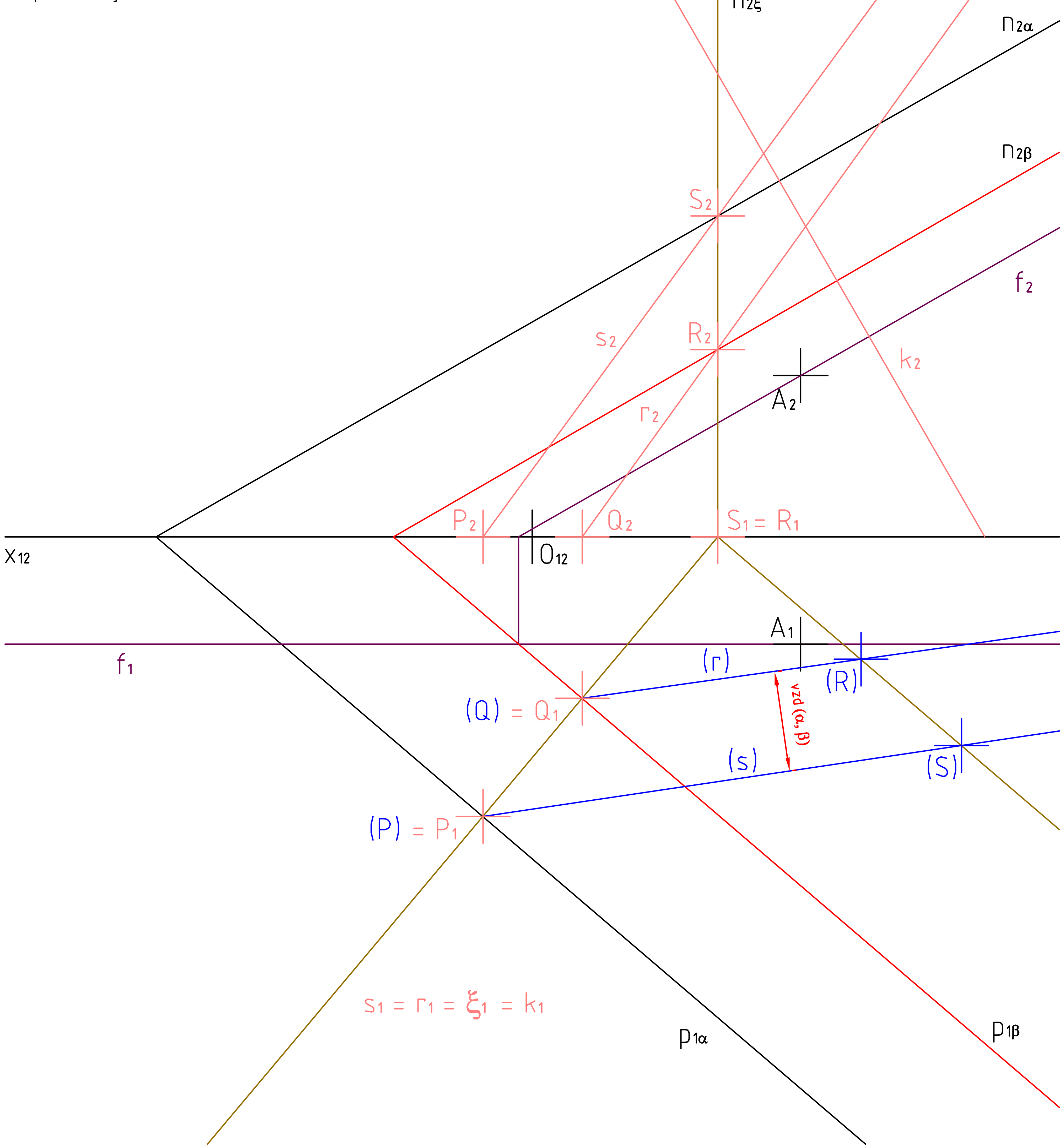
15.) A4 na výšku

MP 0=[10,5;12]

Určete vzdálenost dvou rovnoběžných rovin, α (7;6;4), $\beta \parallel \alpha$, bod A náleží rovině β. A[-5;2;3]

a] Určíme vzdálenost libovolného bodu jedné roviny od roviny druhé (Vyzkoušejte si, třeba vzdálenost bodu A od roviny α)

b) Dourčíme stopy roviny β. Využijeme speciální třetí průmětnu ξ kolmou k rovinám α a β a zároveň kolmou k některé z průměten (zde $\xi \perp \pi$). Rovina ξ obsahuje libovolnou přímku k kolmou k α (β). Vzdálenost rovin α a β je vzdálenost přímek $s = \alpha \cap \xi$ a $r = \beta \cap \xi$. Skutečnou vzdálenost přímek s a r určíme sklopením roviny ξ do průmětny π.



16. A4 na výšku

MP 0=[10;11]

Určete rovinu α, která je kolmá k rovině β (A,B,C), a zároveň kolmá k rovině γ (P,Q,R). Bod T náleží rovině α. A[7;8;3], B[-5;1;4], C[3;3;8], R[6;6;2], P[0;8;8], Q[-8;1;2], T[-5;9;10]

Úlohu můžeme řešit dvěma způsoby.

a) Určíme průsečnici r zadaných rovin β a γ. Rovina α prochází bodem T a je kolmá k přímce r, dourčíme je hlavními přímkami. Vyzkoušejte si.

b) Aby byla rovin α kolmá k rovině β, musí obsahovat přímku k kolmouk rovině β. Aby byla rovina α kolmá k rovině γ, musí obsahovat přímku l kolmou k rovině γ. Rovina α je jednoznačně určena přímkami k a l, které procházejí bodem T.