PA - ŘEZY TĚLES

A/ ŘEZ HRANOLU

1. A4 na výšku
PA: ΔXYZ, X [5; 12], izometrie: IXYI = IYZI = IXZI = 11
Je dán kosý trojboký hranol ABC$\overline{A}$ $\overline{B}$ $\overline{C}$ s pravidelnou podstavou ABC o středu S [5; 0; 7] a vrcholu A [2; 0; 3] v nárysně ν (x, z), $\overline{S}$ [3; 12; 9] je střed druhé podstavy.
Zobrazte řez hranolu rovinou ρ (4; 5; -12), stanovte viditelnost.

2. A4 na výšku
PA: ΔXYZ, X [7; 11], IXYI = 10, IYZI = 9, IXZI = 8
Je dán pravidelný šestiboký hranol s podstavou ABCDEF v půdorysně π (x, y), A [0; 2,5; 0], B [3; 0; 0]; označíme-li střed této podstavy S, je y_s>0. Bod $\overline{A}$ [0; 2,5; 14,5] je vrchol druhé podstavy.
Zobrazte řez hranolu rovinou ρ (7,5; 5; -10), stanovte viditelnost.

3. A4 na výšku
PA: ΔXYZ, X [4,5; 12], dimetrie: IXYI = IXZI = 10, IYZI = 11
Je dán kosý pětiboký hranol s pravidelnou podstavou o středu S [0; 8; 8] a vrcholu A [0; 5; 1,5] v bokorysně μ (y, z). Bod $\overline{S}$ [12; 9; 3] je střed druhé podstavy.
Zobrazte řez hranolu rovinou ρ (8; 7; -13), stanovte viditelnost.

4. A4 na šířku!
PA: ΔYXZ, Y [9; 7], dimetrie: IYXI = 10, IXZI = IYZI = 11, PODHLED!
Je dán pravidelný šestiboký hranol s podstavou o středu S [2; 6; 7] a vrcholu A [2; 3; 0] v rovině α rovnoběžné s bokorysnou μ (y, z), bod $\overline{S}$ [15,5; 6; 7] je střed druhé podstavy.
Zobrazte řez hranolu rovinou ρ (12; 24; 14), stanovte viditelnost.

5. A4 na výšku
PA: ΔXYZ, X [4; 9], IXYI = 10; IYZI = 11; IXZI = 9,
Je dán pravidelný sedmiboký hranol s podstavou o středu S [6; 3; 8] a vrcholu A [2; 3; 2] v rovině α rovnoběžné s nárysnou ν (x, z).
Výška hranolu je 9. Označíme-li $\overline{S}$ střed druhé podstavy, je $y_{\overline{S}}$>0.
Zobrazte řez hranolu rovinou ρ (10; 5; -11), stanovte viditelnost.

6. A4 na výšku

PA: ∆YXZ, Y [7; 10], dimetrie: IYXI = IYZI = 9, IXZI = 11, PODHLED!
Je dán kosý osmiboký hranol s pravidelnou podstavou o středu S [7; 3; -3] a vrcholu A [3; 5; -3] v rovině α rovnoběžné s půdorysnou π (x, y). Bod $\overline{S}$ [0; 0; 11] je střed druhé podstavy.
Zobrazte řez hranolu rovinou ρ (-5; 7; 4), stanovte viditelnost.

B/ ŘEZ VÁLCE

7. A4 na výšku

PA: ∆YXZ, Y [6; 12], dimetrie: IXYI = IYZI = 9, IXZI = 10, PODHLED!
Je dán kosý kruhový válec s podstavnou kružnicí *k* o středu S [6; 0; 7] a poloměru r = 4,5 v nárysně ν (x, z). Bod $\overline{S}$ [9; 11; 3] je střed druhé podstavy.
Válec zobrazte (tj. sestrojte tečny elips daného směru a všechny body dotyku). Dále zobrazte řez válce rovinou ρ (9; 8; -12), sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

8. A4 na výšku

PA: ∆XYZ, X [5; 9], IXYI = 9, IYZI = 10, IXZI = 11
Je dán rotační válec s podstavnou kružnicí *k* o středu S [7; 7; 0] a poloměru r = 5 v půdorysně π (x, y). Výška válce je 15, z-ová souřadnice středu $\overline{S}$ druhé podstavy je kladná.
Válec zobrazte. Dále zobrazte řez válce rovinou ρ (∞; 10,5; 9), sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

9. A4 na výšku

PA: ∆XYZ, X [4; 10], dimetrie:IXYI = 10, IYZI = IXZI = 12
Je dán kosý kruhový válec s podstavnou kružnicí *k* o středu S [0; 6; 7] a poloměru r = 6 v bokorysně μ (y, z). Bod $\overline{S}$ [8; 4; 0] je střed druhé podstavy.
Válec zobrazte (sestrojte tečny elips daného směru a všechny body dotyku). Dále zobrazte řez válce rovinou ρ (5; 9; -5,5), sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

10. A4 na výšku
<u>PA</u>: ∆YXZ, Y [5; 10], IYXI = 10, IYZI = 11, IXZI = 12, PODHLED!
Je dán kosý kruhový válec s podstavnou kružnicí *k* o středu S [6; 4; 0] a poloměru r = 5,5 v půdorysně π (x, y). Bod $\overline{S}$ [9; 5; 11] je střed druhé podstavy.
Válec zobrazte (sestrojte tečny elips daného směru a všechny body dotyku). Dále zobrazte řez válce rovinou ρ (∞; 10; 12), sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

11. A4 na výšku
<u>PA</u>: ∆XYZ, X [5; 11], izometrie: IXYI = 11
Je dán rotační válec s podstavnou kružnicí k o středu S [7; 3; 11] a poloměru r = 4,5 v rovině α rovoběžné s nárysnou ν (x, z).
Výška je 13, y-ová souřadnice středu $\overline{S}$ druhé podstavy je kladná.
Válec zobrazte. Dále zobrazte řez válce rovinou ρ (4; 5; -7), sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

12. A4 na výšku
<u>PA</u>: ∆XYZ, X [4; 9], dimetrie: IXYI = IYZI = 11, IXZI = 9
Je dán eliptický válec s podstavnou elipsou *k* o středu S [-2; 8, 7], vedlejším vrcholu C [-2; 8, 10] a velikostí hlavní poloosy a = 6 v rovině α rovnoběžné s bokorysnou μ (y, z). Bod $\overline{S}$ [15; 8, 7] je střed druhé podstavy.
Válec zobrazte (sestrojte tečny elips daného směru a všechny body dotyku), dále zobrazte řez válce rovinou ρ (8,5; ∞; 11), sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

C/ ŘEZ KULOVÉ PLOCHY

13. A4 na výšku
PA: ΔXYZ, X [6,5; 10], IXYI = 8, IYZI = 9, IXZI = 10
Je dána kulová plocha κ (S, r = 9), S [2,5; 1,5; 4].
Zobrazte řez kulové plochy rovinou ρ (∞; ∞; 8). Sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

14. A4 na výšku
PA: ΔXYZ, X [7; 12], dimetrie: IXYI = 10, IXZI = 12, IYZI = 11
Zobrazte přímku q, která prochází bodem S [1,5; 0; 4] a je kolmá k rovině ρ (15; 4; 7).

15. A4 na výšku
PA: ΔXYZ, X [4; 12], dimetrie: IXYI = 12, IYZI = IXZI = 10
Je dána kulová plocha κ o středu S [0; 0; 2] a poloměru r = 6.
Zobrazte řez kulové plochy rovinou ρ (∞; 3; 9), sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

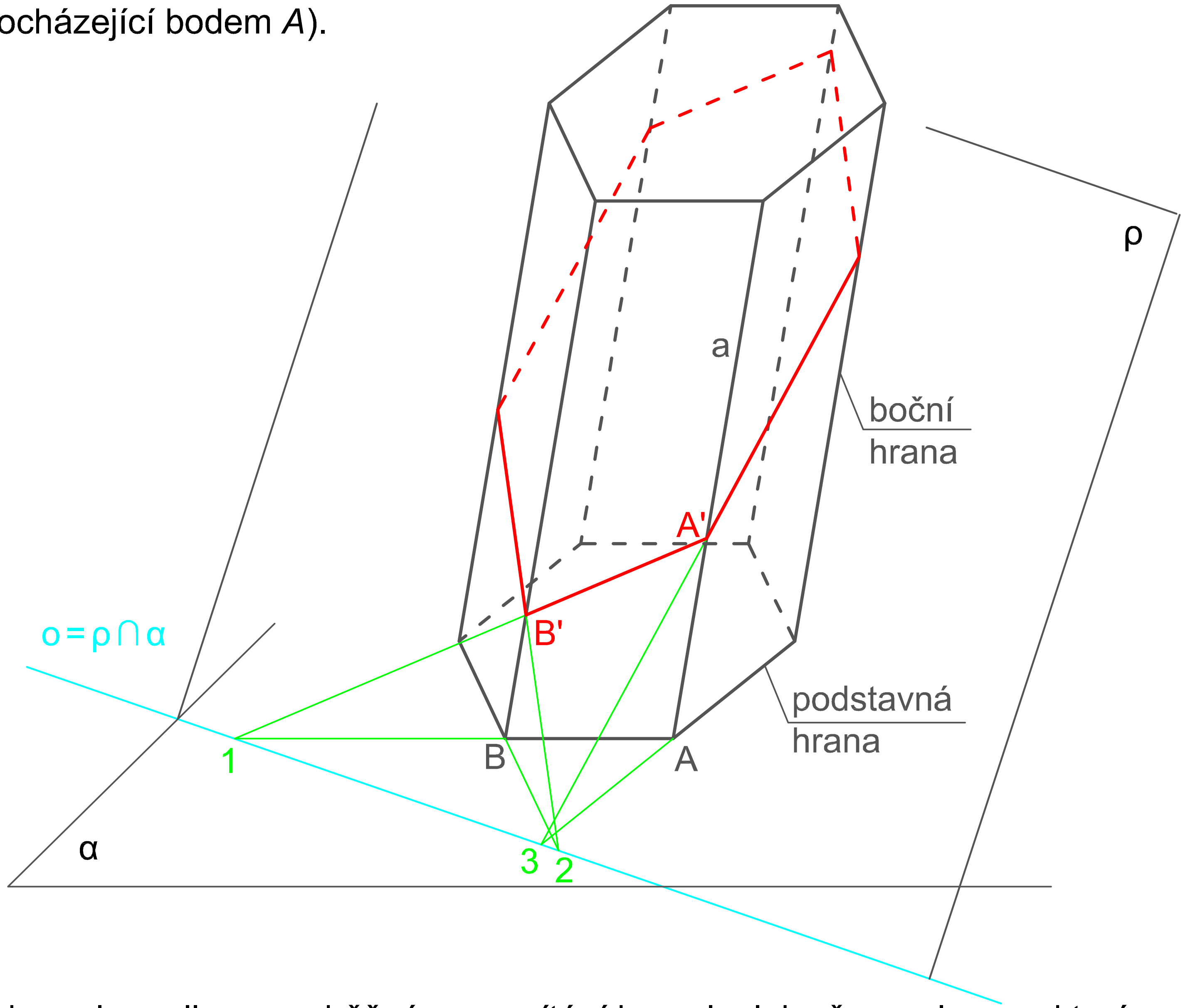
16. A4 na výšku
PA: ΔXYZ, X [6,5; 13,5], dimetrie: IXYI = IXZI = 8, IYZI = 9,5,
Je dána kulová plocha κ o středu S [6,5; 7; 6,5] a poloměru r = 6.
Zobrazte řez kulové plochy rovinou ρ (10,5; 3; -13), sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

OBECNÝ POSTUP PRO ŘEZ HRANOLU

Je dán libovolný hranol a rovina ρ, která není rovnoběžná s boční hranou hranolu. Je-li průnik hranolu a roviny ρ neprázdný, je mezi podstavou hranolu a řezem hranolu vztah prostorové afinity:

osa afinity o: průsečnice roviny podstavy α a roviny řezu ρ

dvojice odpovídajících si bodů: vrchol podstavy $A \in \alpha$, který neleží na ose afinity $\leftrightarrow$ průsečík A' přímky a s rovinou ρ (a je boční hrana hranolu procházející bodem A).



Zobrazujeme-li v rovnoběžném promítání hranol a jeho řez rovinou ρ, která není rovnoběžná s boční hranou hranolu, využíváme osovou afinitu v rovině, která je vlastně "obrazem" prostorové afinity (rovnoběžným průmětem prostorové afinity):

osa afinity o = průmět průsečnice roviny podstavy α a roviny řezu ρ,

dvojice odpovídajících si bodů: průmět vrcholu podstavy A (A neleží na ose o) $\leftrightarrow$ průmět průsečíku A' přímky a s rovinou ρ.

Toto nefunguje vždy. Pokud nastanou některé speciální případy (např. průmětem podstavy je úsečka nebo průmětem roviny řezu je přímka), nelze afinitu použít.

1. A4 na výšku

PA: ∆XYZ, X [5; 12], izometrie: IXYI = IYZI = IXZI = 11

Je dán kosý trojboký hranol ABC$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$ s pravidelnou podstavou ABC o středu S [5; 0; 7] a vrcholu A [2; 0; 3] v nárysně v (x, z), $\overline{S}$ [3; 12; 9] je střed druhé podstavy.

Zobrazte řez hranolu rovinou ρ (4; 5; -12), stanovte viditelnost.

Řešení: 1. Určíme osovou afinitu:

osa afinity = průsečnice roviny řezu ρ a roviny podstavy v = n^{ρ},

dvojice odpovídajících si bodů A↔A' = A$\overline{A}$ ∩ ρ (krycí přímka k).

Pozn.: Lze užít i jinou afinitu:

osa afinity = průsečnice roviny řezu ρ a roviny α druhé podstavy = q,

dvojice odpovídajících si bodů: $\overline{A}$↔A' = A$\overline{A}$ ∩ ρ.

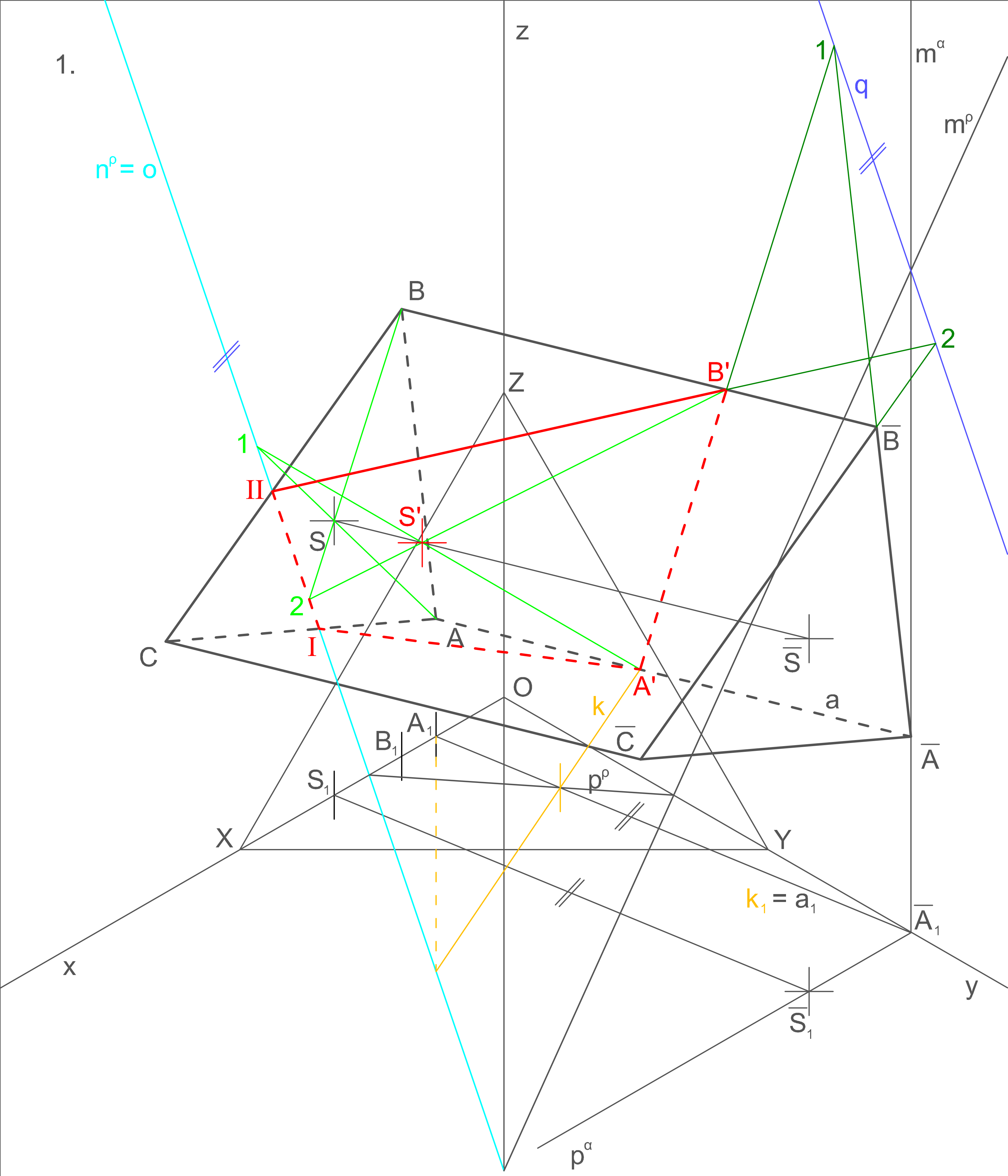
Afinitu vztahující se k té či oné podstavě si vybíráme podle konkrétního příkladu, zde si vyzkoušejte obě.

2. Osa afinity protíná podstavné hrany AC a BC v bodech I a II.

Úsečka I II je částí řezu hranolu. Další body řezu můžeme sestrojit jako bod A' nebo využijeme afinitu. Zde jsme použili afinitu, body 1 a 2 jsou samodružné body, bod S' je pomocný.

3. Řezem hranolu je čtyřúhelník I A' B' II, stanovíme viditelnost.

1.



z
m^α
m^ρ
1
q
2
$n^\rho = o$
B
B'
Z
$\overline{B}$
1
II
S'
S
2
C
I
A
$\overline{S}$
A'
a
O
k
$\overline{C}$
$\overline{A}$
A_1
B_1
S_1
p^ρ
X
Y
$k_1 = a_1$
$\overline{A}_1$
x
y
$\overline{S}_1$
p^α

2. A4 na výšku

PA: ΔXYZ, X [7; 11], IXYI = 10, IYZI = 9, IXZI = 8

Je dán pravidelný šestiboký hranol s podstavou ABCDEF v půdorysně π (x, y), A [0; 2,5; 0], B [3; 0; 0]; označíme-li střed této podstavy S, je y_s>0. Bod $\overline{A}$ [0; 2,5; 14,5] je vrchol druhé podstavy.

Zobrazte řez hranolu rovinou ρ (7,5; 5; -10), stanovte viditelnost.

Řešení: 1. Určíme osovou afinitu:

osa afinity = průsečnice roviny řezu ρ a roviny podstavy π = p^ρ, dvojice odpovídajících si bodů A↔A' = A$\overline{A}$ ∩ ρ (A' leží na bokorysné stopě roviny ρ) nebo také B↔B' = B$\overline{B}$ ∩ ρ (B' leží na nárysné stopě roviny ρ). Body A' a B' jsou mimo těleso, neuplatní se v řezu.

2. Osa afinity protíná podstavné hrany BC a AF v bodech I a II.

Úsečka I II je částí řezu hranolu.

V dalším využijeme známé poučky pro afinitu:

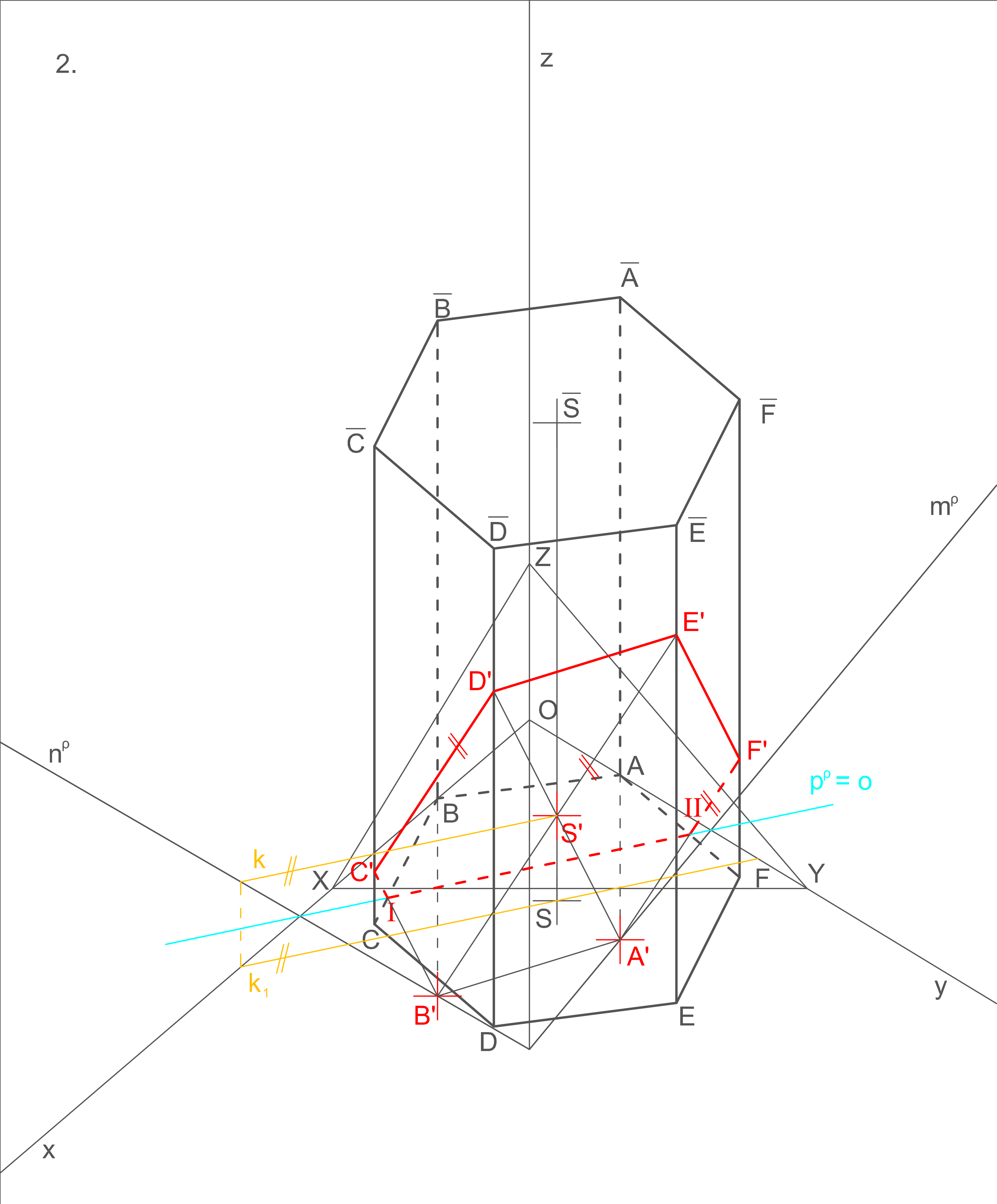
- dělící poměr se v afinitě zachovává,
- rovnoběžnost se v afinitě zachovává.

Za tím účelem zobrazíme ještě pomocný bod S' = S$\overline{S}$ ∩ ρ (krycí přímka k). S využitím bodu S' sestrojíme body D' = A'S' ∩ D$\overline{D}$ a E' = B'S' ∩ E$\overline{E}$.

Protože BE ‖ AF ‖ CD, musí být také B'E' ‖ A'F' ‖ C'D'.

3. Řezem hranolu je šestiúhelník I II F' E' D' C', stanovíme viditelnost.

2.



3. A4 na výšku

PA: ΔXYZ, X [4,5; 12], dimetrie: IXYI = IXZI = 10, IYZI = 11

Je dán kosý pětiboký hranol s pravidelnou podstavou o středu S [0; 8; 8] a vrcholu A [0; 5; 1,5] v bokorysně μ (y, z). Bod $\overline{S}$ [12; 9; 3] je střed druhé podstavy.

Zobrazte řez hranolu rovinou ρ (8; 7; -13), stanovte viditelnost.

Řešení: 1. Určíme osovou afinitu:

osa afinity = průsečnice roviny ρ řezu a roviny podstavy μ = m^{ρ},

pár odpovídajících si bodů B↔B' = B$\overline{B}$ ∩ ρ (krycí přímka k).

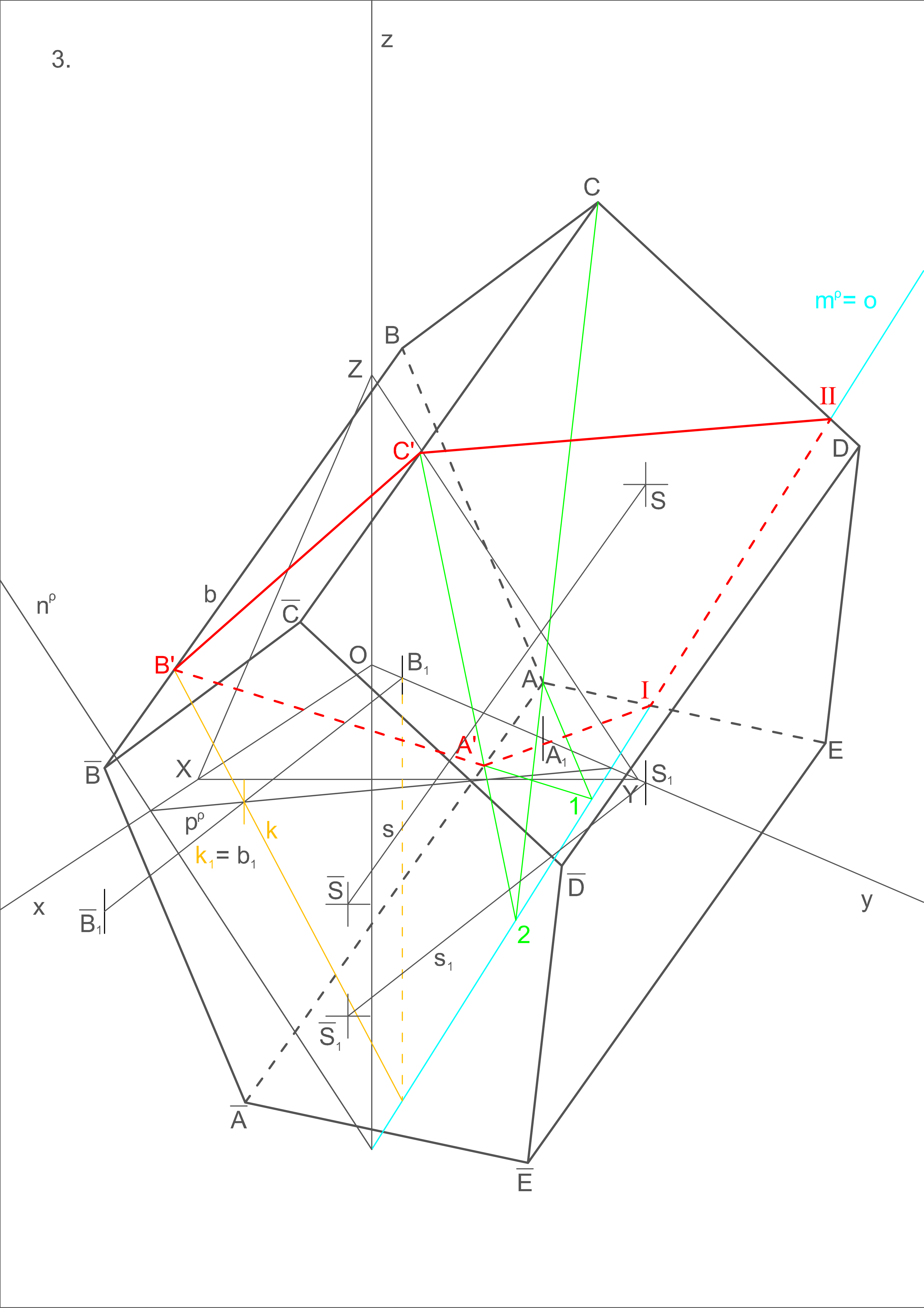
Osa afinity protíná podstavné hrany AE a CD v bodech I a II.

Úsečka I II je částí řezu hranolu.

2. Další body řezu jsme sestrojili s využitím afinity, body 1 a 2 jsou samodružné body.

3. Řez hranolu rovinou je pětiúhelník I II C' B' A', stanovíme viditelnost.

3.


z
C
B
Z
$m^\rho = o$
II
C'
D
S
b
n^ρ
$\overline{C}$
B'
O
B_1
A
I
A'
A_1
E
$\overline{B}$
X
S_1
Y
1
p^ρ
k
$k_1 = b_1$
s
$\overline{D}$
x
$\overline{S}$
y
$\overline{B}_1$
2
s_1
$\overline{S}_1$
$\overline{A}$
$\overline{E}$

4. A4 na šířku!

PA: ΔYXZ, Y [9; 7], dimetrie: $|YX| = 10$, $|XZ| = |YZ| = 11$, PODHLED!

Je dán pravidelný šestiboký hranol s podstavou o středu S [2; 6; 7] a vrcholu A [2; 3; 0] v rovině α rovnoběžné s bokorysnou μ (y, z), bod $\overline{S}$ [15,5; 6; 7] je střed druhé podstavy.

Zobrazte řez hranolu rovinou ρ (12; 24; 14), stanovte viditelnost.

Řešení: 1. Určíme osovou afinitu:

osa afinity = průsečnice roviny řezu ρ a roviny podstavy α = o,

dvojice odpovídajících si bodů A↔A' = $A\overline{A} \cap \rho = A\overline{A} \cap p^{\rho}$.

2. Osa afinity protíná podstavné hrany BC a EF v bodech I a II.

Úsečka I II je částí řezu hranolu.

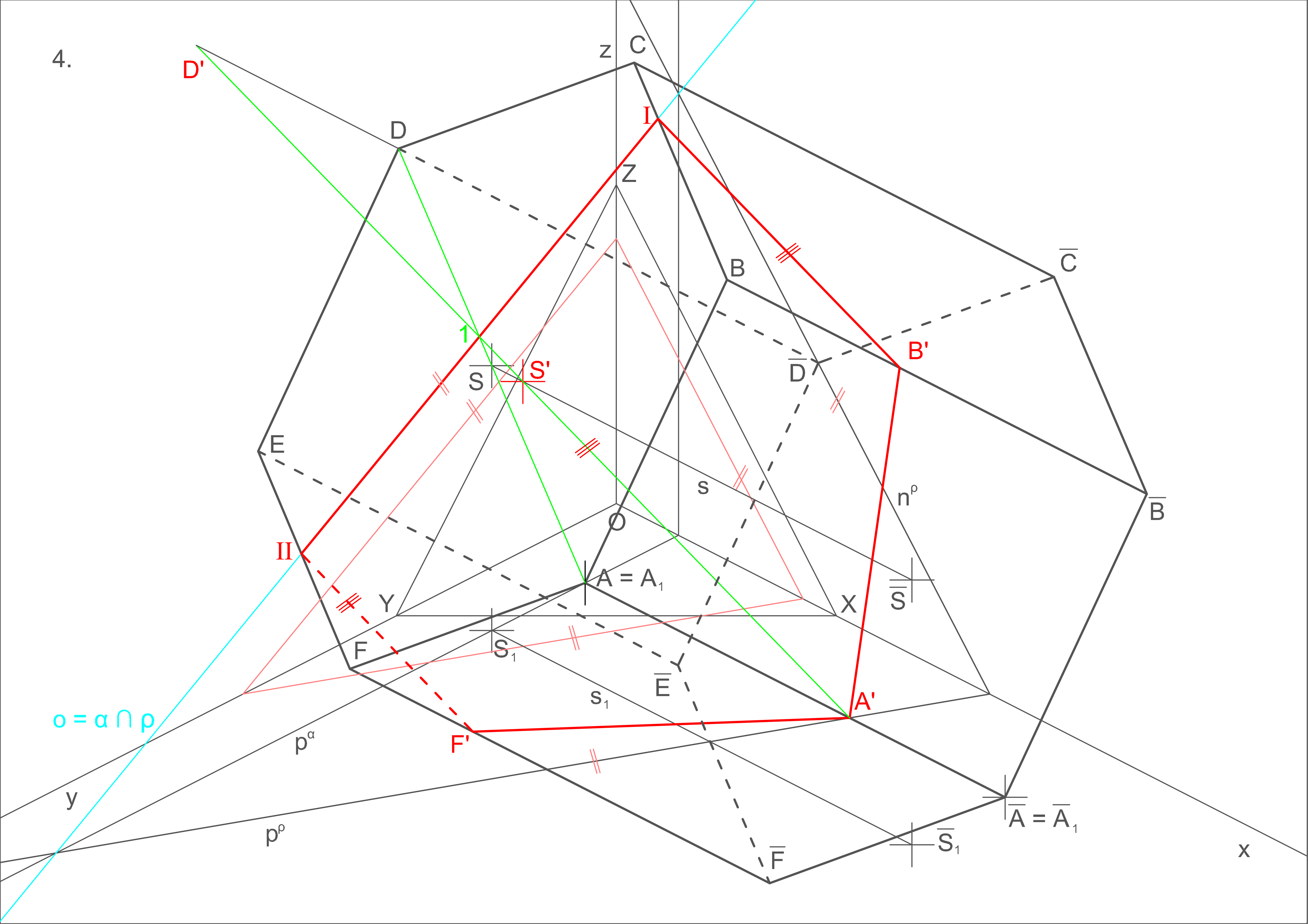
Dále jsme s využitím afinity zobrazili bod S' (samodružný bod 1).

Bod D' je mimo těleso, neuplatní se v řezu.

Pro dourčení dalších bodů řezu využijeme rovnoběžnost, která se v afinitě zachovává: A'S' ‖ IB' ‖ IIF'.

3. Řezem hranolu je pětiúhelník I II F' A' B', stanovíme viditelnost.

4.


D'
z
C
D
I
Z
B
C̄
1
S
S'
B'
D̄
E
s
n^ρ
O
B̄
II
A = A₁
Y
X
S̄
F
S₁
Ē
s₁
A'
o = α ∩ ρ
p^α
F'
y
Ā = Ā₁
p^ρ
S̄₁
F̄
x

5. A4 na výšku

PA: ΔXYZ, X [5; 9], IXYI = 10; IYZI = 11; IXZI = 9,

Je dán pravidelný sedmiboký hranol s podstavou o středu S [6; 3 ;8] a vrcholu A [2; 3; 2] v rovině α rovnoběžné s nárysnou v (x, z).

Výška hranolu je 9. Označíme-li $\overline{S}$ střed druhé podstavy, je $y_{\overline{S}}>0$.

Zobrazte řez hranolu rovinou ρ (10; 5; -11), stanovte viditelnost.

Řešení: 1. Určíme osovou afinitu:

osa afinity = průsečnice roviny řezu ρ a roviny podstavy α = o,

dvojice odpovídajících si bodů A↔A' = $A\overline{A}$ ∩ ρ (krycí přímka k) .

2. Osa afinity protíná podstavné hrany EF a AG v bodech I a II.

Úsečka I II je částí řezu hranolu.

Dále jsme s využitím afinity zobrazili bod B' (samodružný bod 1), bod C' (samodružný bod 2).

Dále využijeme rovnoběžnost: IE' ∥ A'C', A'D' ∥ B'C'.

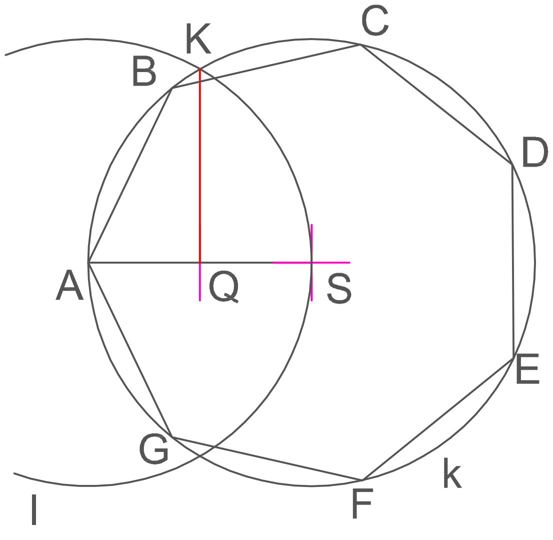
3. Řezem hranolu je sedmiúhelník I II A' B' C' D' E', stanovíme viditelnost.

KONSTRUKCE PRAVIDELNÉHO SEDMIÚHELNÍKA

Uvedená konstrukce je jen přibližná, přesná konstrukce s využitím pravítka a kružítka neexistuje.

Sestrojte pravidelný sedmiúhelník o středu S a vrcholu A.

- Vrcholy pravidelného sedmiúhelníka leží na kružnici k (S; r = |SA|).
- Označme Q střed úsečky SA.
- Označme K jeden z průsečíků kružnice k a kružnice l (A; r = |SA|).
- Velikost úsečky |KQ| je přibližně velikost strany sedmiúhelníku.

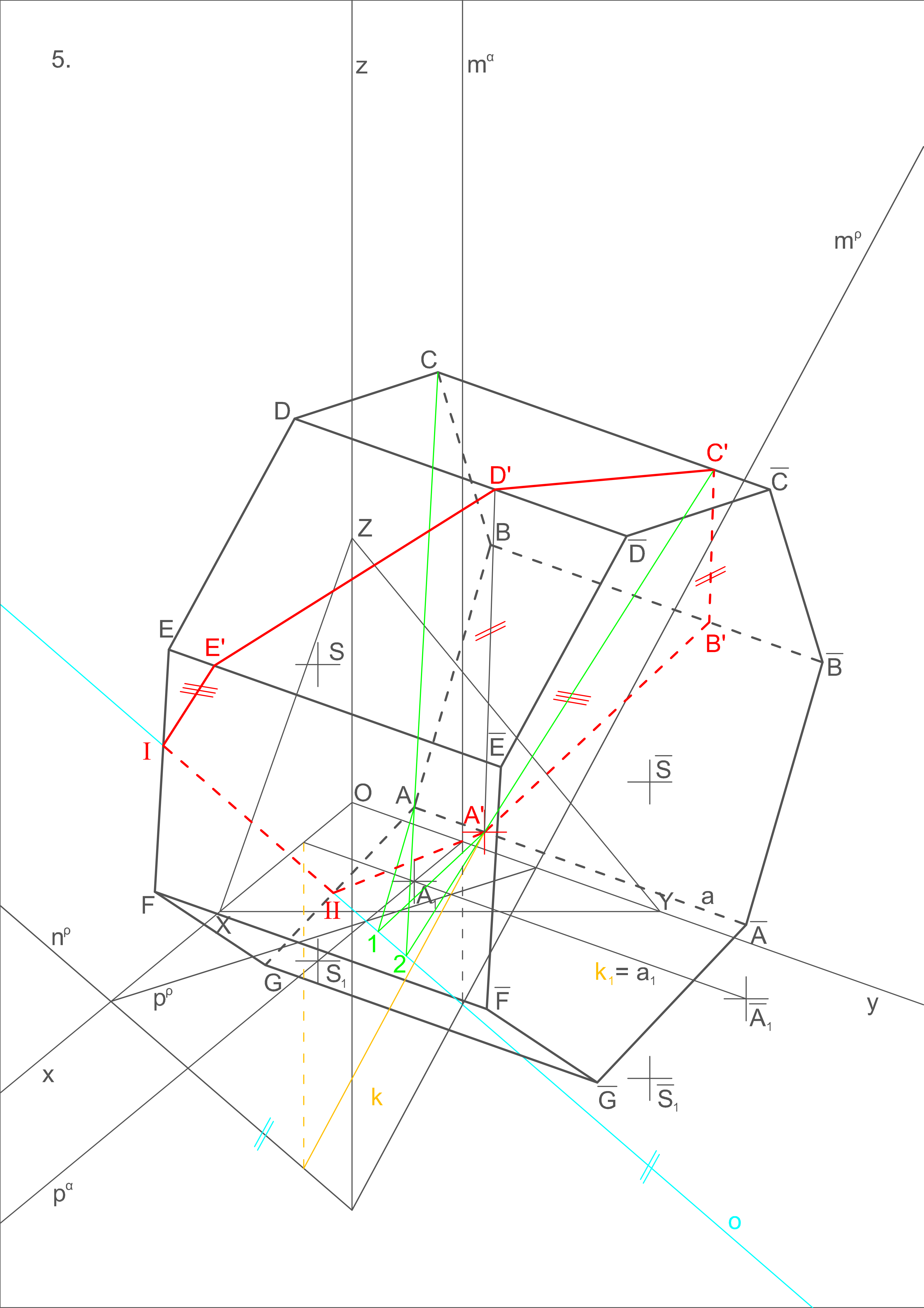


V pravidelném sedmiúhelníku je

AB ∥ CG ∥ DF,

BC ∥ AD ∥ EG atd.

5.


z
m^{α}
m^{ρ}
C
D
C'
D'
$\overline{C}$
Z
B
$\overline{D}$
E
E'
S
B'
$\overline{B}$
I
$\overline{E}$
$\overline{S}$
O
A
A'
A_1
F
II
Y
a
X
$\overline{A}$
n^{ρ}
1
2
G
S_1
$k_1 = a_1$
$\overline{F}$
$\overline{A}_1$
y
p^{ρ}
x
$\overline{G}$
$\overline{S}_1$
k
p^{α}
o

6. A4 na výšku

PA: ∆YXZ, Y [7; 10], dimetrie: IYXI = IYZI = 9, IXZI = 11, PODHLED!

Je dán kosý osmiboký hranol s pravidelnou podstavou o středu S [7; 3; -3] a vrcholu A [3; 5; -3] v rovině α rovnoběžné s půdorysnou π (x, y). Bod $\overline{S}$ [0; 0; 11] je střed druhé podstavy.

Zobrazte řez hranolu rovinou ρ (-5; 7; 4), stanovte viditelnost.

Řešení: 1. Určíme osovou afinitu:

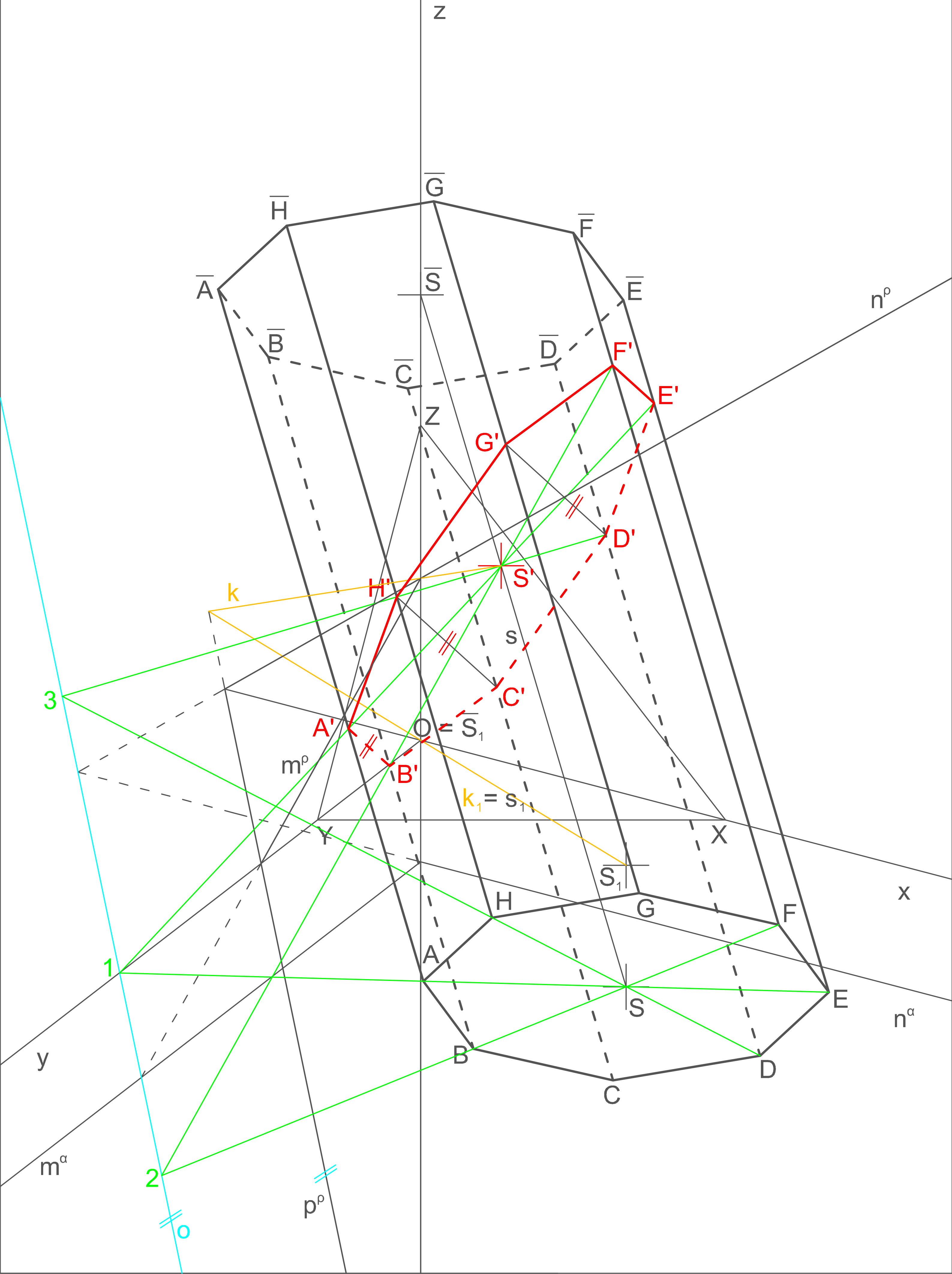
osa afinity = průsečnice roviny řezu ρ a roviny podstavy α = o,

dvojice odpovídajících si bodů S↔S' = S$\overline{S}$ ∩ ρ (krycí přímka k) .

2. Pomocí afinity zobrazíme body A', E' (samodružný bod 1), bod B', F' (samodružný bod 2) a D', H' (samodružný bod 3). Body C' a G' dourčíme pomocí rovnoběžnosti, která se v afinitě zachovává: A'B'‖H'C'‖G'D'‖F'E' (nebo B'C'‖A'D'‖H'E'‖G'F' atd.)

3. Řezem hranolu je omsmiúhelník A' B' C' D' E' F 'G' H', stanovíme viditelnost.

6.


z
G
H
F
A
S
E
nρ
B
D
C
F'
E'
Z
G'
D'
S'
H'
k
s
3
C'
A'
O = S1
mρ
B'
k1 = s1
Y
X
S1
x
H
G
F
A
1
E
S
nα
y
B
D
C
mα
2
pρ
o

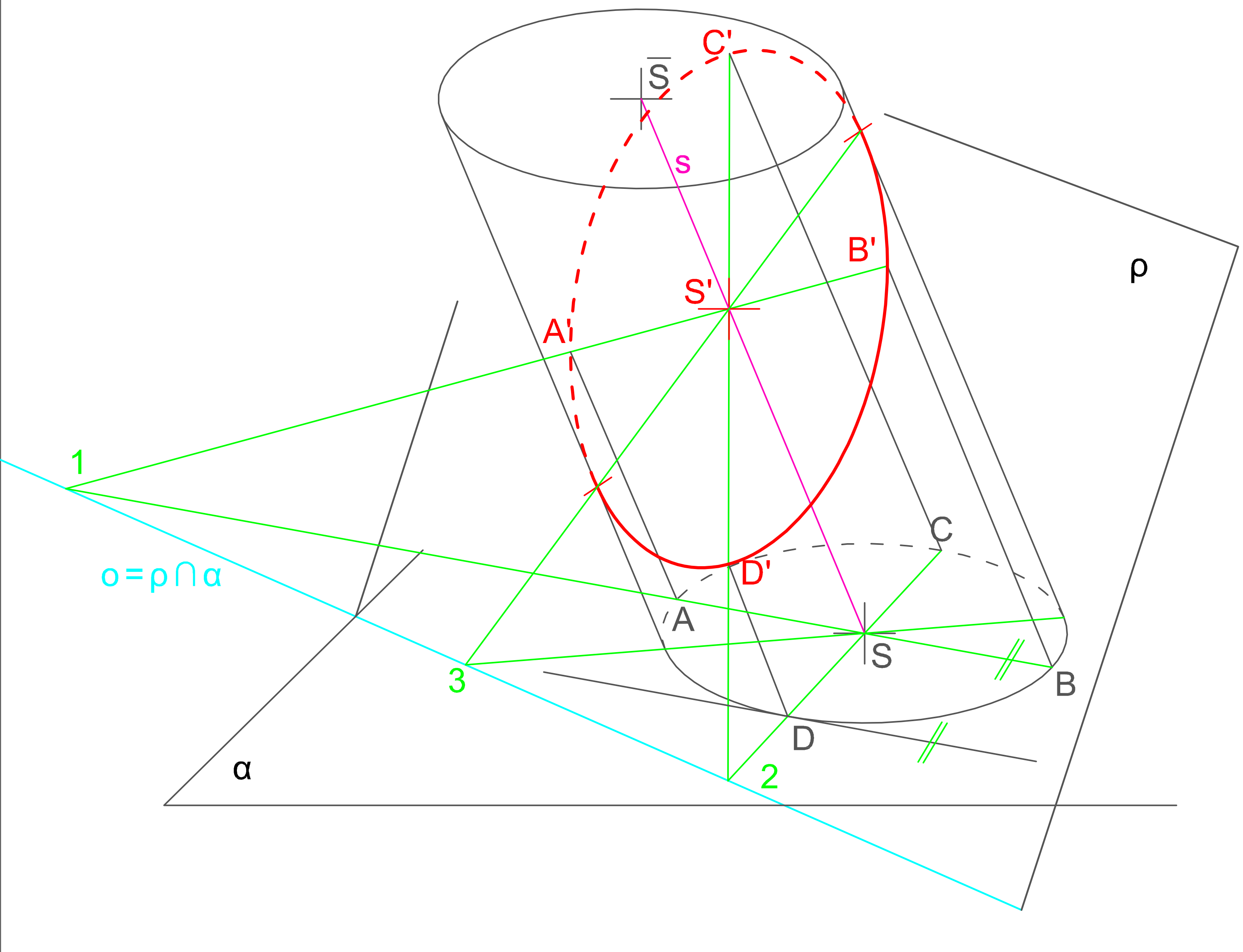
OBECNÝ POSTUP PRO ŘEZ VÁLCE

Je dán libovolný kruhový válec a rovina ρ, která není rovnoběžná se střednou válce. Středná *s* je spojnice středů podstav válce, u rotačního válce ji nazýváme osa.
Je-li průnik válce a roviny ρ neprázdný, je mezi podstavou válce a řezem válce vztah prostorové afinity:

osa afinity *o*: průsečnice roviny podstavy α a roviny řezu ρ,

dvojice odpovídajících si bodů: střed podstavy v rovině α (pokud neleží na ose afinity) $\leftrightarrow$ průsečík S' středné s rovinou ρ.

Obrazem kružnice v afinitě je elipsa, řezem příslušné válcové plochy je vždy elipsa, řezem válce je elipsa (nebo její část) a její vnitřek (nebo jeho část). Jak určíme tuto elipsu? Bod S' je střed této elipsy. Vybereme sdružené průměry AB, CD kružnice k ($AB \perp CD$) a body A, B, C, D zobrazíme v afinitě. Získáme sdružené průměry $A'B'$, $C'D'$ elipsy řezu.



Zobrazujeme-li v rovnoběžném promítání válec a jeho řez rovinou ρ, která není rovnoběžná se střednou válce, využíváme osovou afinitu v rovině, která je vlastně "obrazem" prostorové afinity (rovnoběžným průmětem prostorové afinity):

osa afinity o = průmět průsečnice roviny podstavy α a roviny řezu ρ,

dvojice odpovídajících si bodů: průmět středu S podstavy v rovině α (S neleží na ose o) $\leftrightarrow$ průmět průsečíku S' středné s rovinou ρ.

Pozn.: Pokud střed S leží na ose afinity, použijeme jinou dvojici odpovídajících si bodů: A je libovolný bod podstavné kružnice k v rovině α (A neleží na ose o) $\leftrightarrow$ A' je průsečík povrchové přímky a ($A \in a$) s rovinou ρ.

Toto nefunguje vždy. Pokud nastanou některé speciální případy (např. průmětem podstavy je úsečka nebo průmětem roviny řezu je přímka), nelze afinitu použít.

7. A4 na výšku

PA: ΔYXZ, Y [6; 12], dimetrie: |XY| = |YZ| = 9, |XZ| = 10, PODHLED!

Je dán kosý kruhový válec s podstavnou kružnicí k o středu S [6; 0; 7] a poloměru r = 4,5 v nárysně v (x, z). Bod $\overline{S}$ [9; 11; 3] je střed druhé podstavy.

Válec zobrazte (tj. sestrojte tečny elips daného směru a všechny body dotyku). Dále zobrazte řez válce rovinou ρ (9; 8; -12), sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

Řešení: 1. Určíme osovou afinitu:

osa afinity = průsečnice roviny řezu ρ a roviny podstavy $v = n^{\rho}$

dvojice odpovídajících si bodů $S \leftrightarrow S' = S\overline{S} \cap \rho$ (krycí přímka l)

Pozn.: Lze užít i jinou afinitu:

osa afinity = průsečnice roviny řezu ρ a roviny α druhé podstavy = q,

dvojice odpovídajících si bodů: $\overline{S} \leftrightarrow S' = S\overline{S} \cap \rho$.

Afinitu vztahující se k té či oné podstavě si vybíráme podle konkrétního příkladu, zde si vyzkoušejte obě.

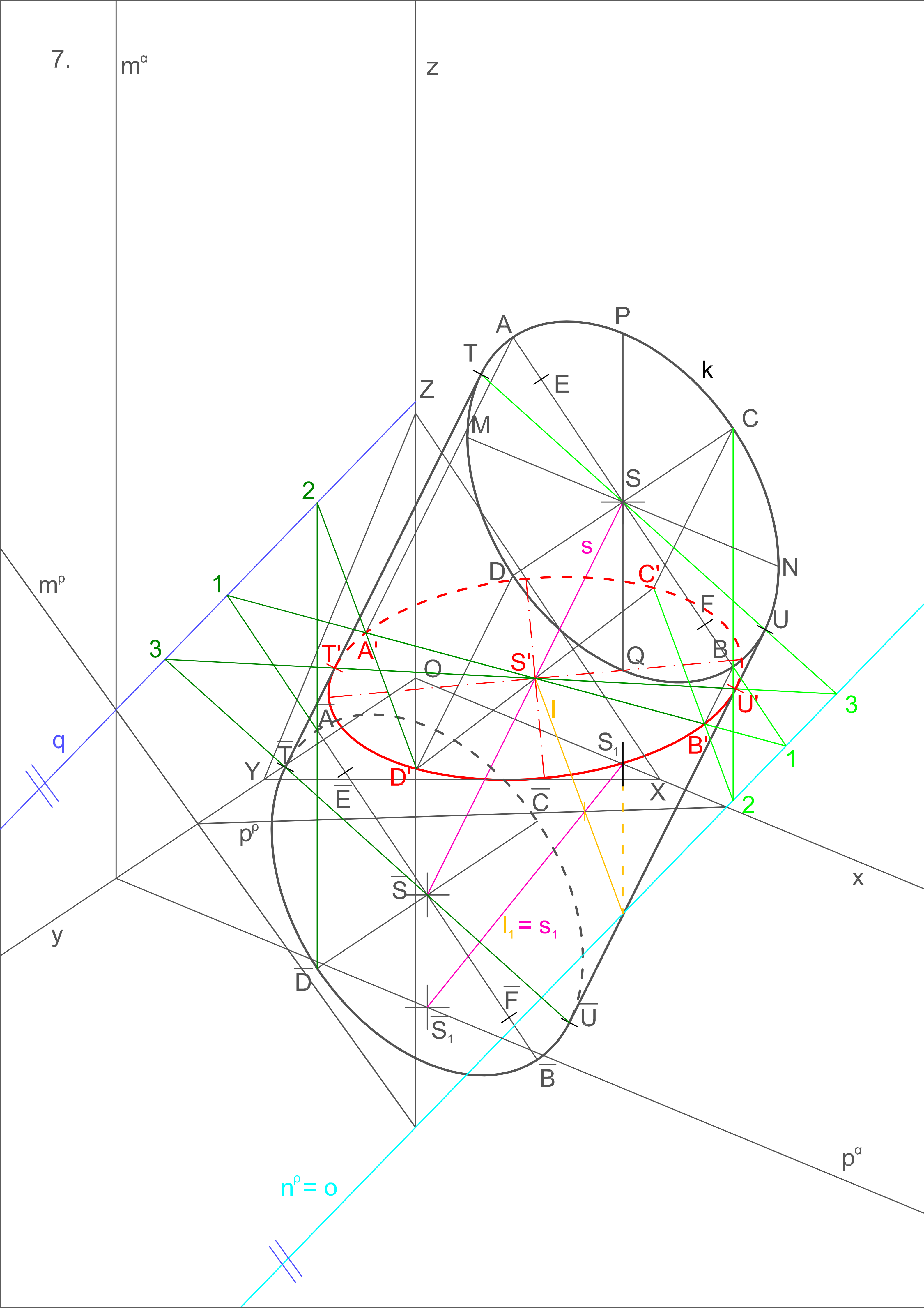
2. Vybereme sdružené průměry kružnice k. V příkladě jsme použili osy AB, CD obrazu k. Jinak také můžeme použít sdružené průměry PQ, MN ($PQ \parallel z$, $MN \parallel x$).

S využitím afinity jsme sestrojili sdružené průměry A'B', C'D' obrazu elipsy řezu (samodružné body 1 a 2).

Pak už následuje Rytzova konstrukce.

3. Změna viditelnosti elipsy nastane na obrysových přímkách $T\overline{T}$ a $U\overline{U}$. Můžeme zobrazit průsečíky T' a U' těchto přímek s rovinou ρ nebo opět použít afinitu (samodružný bod 3).

7.



m^α
z
A
P
T
E
k
Z
M
C
S
2
s
D
C'
N
m^ρ
1
F
U
3
T'
A'
S'
B
Q
O
U'
3
l
$\bar{A}$
S_1
B'
1
q
$\bar{T}$
Y
D'
X
$\bar{E}$
$\bar{C}$
2
p^ρ
x
$\bar{S}$
$l_1 = s_1$
y
$\bar{D}$
$\bar{F}$
$\bar{U}$
$\bar{S}_1$
$\bar{B}$
p^α
$n^\rho = o$

8. A4 na výšku

<u>PA</u>: ΔXYZ, X [5; 9], IXYI = 9, IYZI = 10, IXZI = 11

Je dán rotační válec s podstavnou kružnicí *k* o středu S [7; 7; 0] a poloměru r = 5 v půdorysně π (x, y). Výška válce je 15, z-ová souřadnice středu $\overline{S}$ druhé podstavy je kladná.

Válec zobrazte. Dále zobrazte řez válce rovinou ρ (∞; 10,5; 9), sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

Řešení: 1. Určíme osovou afinitu:

osa afinity = průsečnice roviny řezu ρ a roviny podstavy π = p^{ρ},

dvojice odpovídajících si bodů: S↔S' = $S\overline{S} \cap \rho$ (krycí přímka l)

2. Osa afinity protíná kružnici k v bodech I a II.

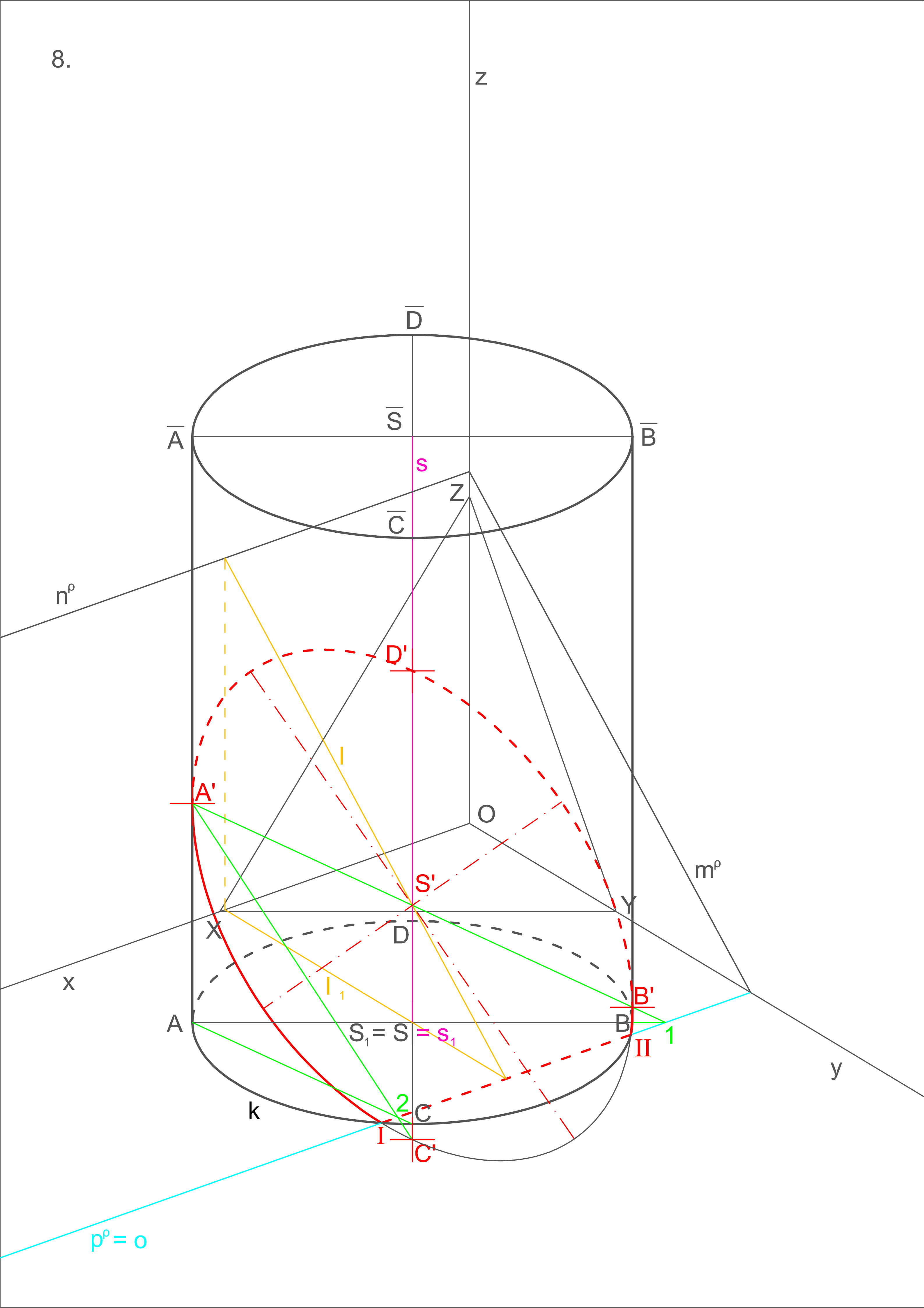
Úsečka I II je částí řezu válce.

Vybereme sdružené průměry kružnice k, v našem řešení jsme vybrali průměry AB, CD. S využitím afinity sestrojíme body A', B', C', D' (samodružné body 1 a 2).

Průměry A'B', C'D' jsou sdružené průměry obrazu elipsy řezu, použijeme Rytzovu konstrukci.

3. Změna viditelnosti řezu nastane v bodech na obryse, zde je máme již k dispozici, jsou to body I, II, A', B'.

8.



9. A4 na výšku

PA: ΔXYZ, X [4; 10], dimetrie:IXYI = 10, IYZI = IXZI = 12

Je dán kosý kruhový válec s podstavnou kružnicí k o středu S [0; 6; 7] a poloměru r = 6 v bokorysně μ (y, z). Bod $\overline{S}$ [8; 4; 0] je střed druhé podstavy.

Válec zobrazte (sestrojte tečny elips daného směru a všechny body dotyku). Dále zobrazte řez válce rovinou ρ (5; 9; -5,5), sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

Řešení: 1. Určíme osovou afinitu:

osa afinity = průsečnice roviny řezu ρ a roviny podstavy μ = m^{ρ},

dvojice odpovídajících si bodů: S↔S' = $S\overline{S} \cap \rho$ (krycí přímka l)

2. Vybereme sdružené průměry kružnice k, vybrali jsme sdružené průměry AB, CD. S využitím afinity sestrojíme body A', B', C', D' (samodružné body 1 a 2).

Bod A' je mimo těleso, neuplatní se v řezu. Je tedy zřejmé, že rovina ρ protíná také rovinu α druhé podstavy. Zobrazíme proto průsečnici q rovin ρ a α.

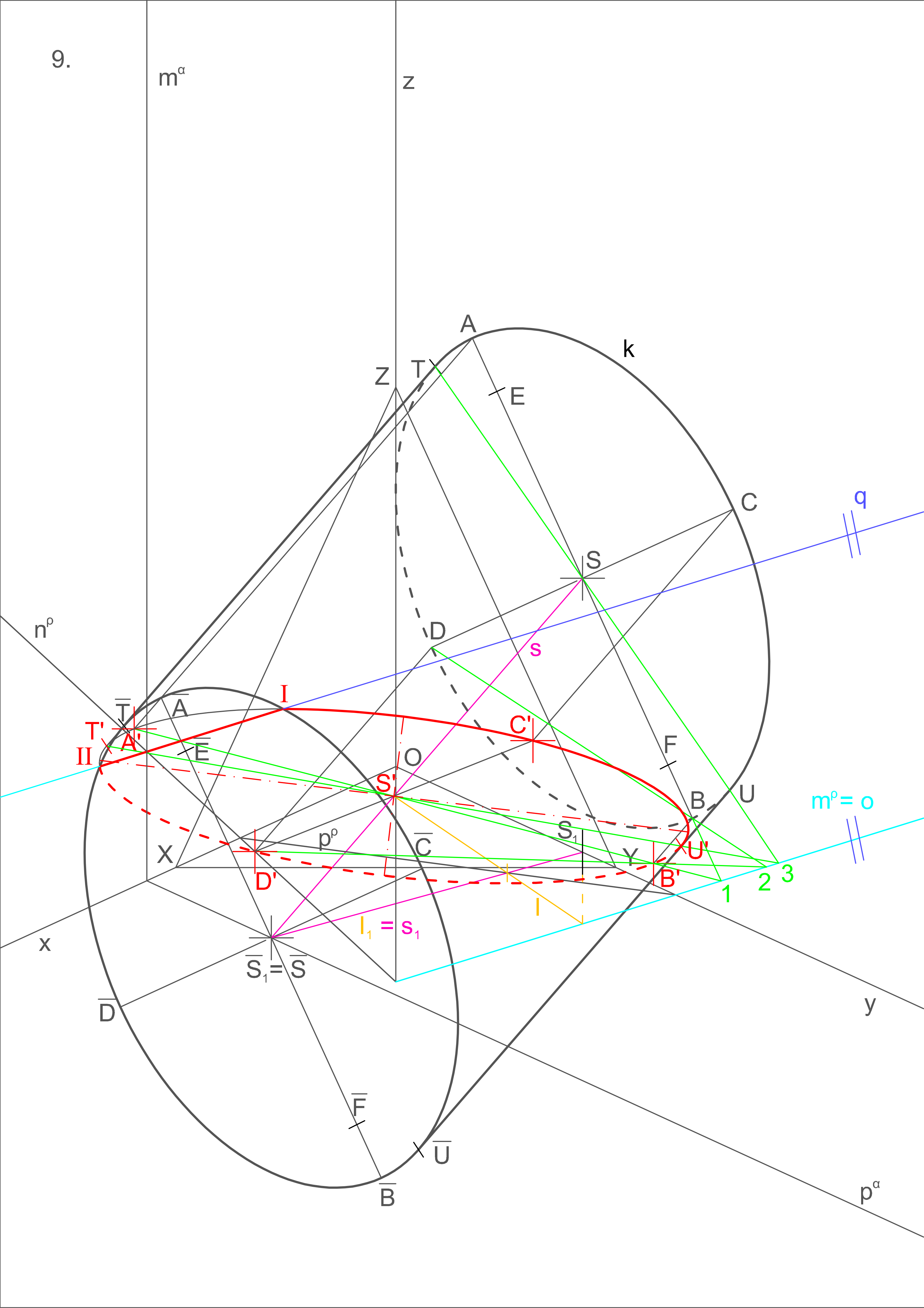
Průsečnice q protíná kružnici druhé podstavy v bodech I a II.

Úsečka I II je částí řezu válce.

Průměry A'B', C'D' jsou sdružené průměry obrazu elipsy řezu, použijeme Rytzovu konstrukci.

3. Změna viditelnosti řezu nastane v bodech na obryse, jeden již máme - je to bod II. Dalším bodem změny viditelnosti je bod U' = $U\overline{U} \cap \rho$ (sestrojen s využitím afinity - samodružný bod 3).

9.



mα
z
A
k
Z
T
E
C
q
S
s
nρ
D
I
T
A
T'
A'
E
II
C'
O
S'
F
B
U
mρ = o
pρ
S1
X
C
Y
U'
D'
B'
1
2
3
I
I1 = s1
x
S1 = S
D
y
F
U
B
pα

10. A4 na výšku

PA: ΔYXZ, Y [5; 10], IYXI = 10, IYZI = 11, IXZI = 12, PODHLED!

Je dán kosý kruhový válec s podstavnou kružnicí *k* o středu S [6; 4; 0] a poloměru r = 5,5 v půdorysně π (x, y). Bod $\overline{S}$ [9; 5; 11] je střed druhé podstavy.

Válec zobrazte (sestrojte tečny elips daného směru a všechny body dotyku). Dále zobrazte řez válce rovinou ρ (∞; 10; 12), sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

Řešení: 1. Určíme osovou afinitu:

osa afinity = průsečnice roviny řezu ρ a roviny podstavy π = p^{ρ},

dvojice odpovídajících si bodů: S↔S' = $S\overline{S} \cap \rho$ (krycí přímka l).

2. Vybereme sdružené průměry kružnice k, v našem řešení jsme vybrali průměry PQ, MN. S využitím afinity sestrojíme body P', Q', M', N' (samodružný bod 1, MN || o || M'N').

Bod Q' je mimo těleso, neuplatní se v řezu. Je tedy zřejmé, že rovina ρ protíná také rovinu α druhé podstavy. Zobrazíme proto průsečnici q rovin ρ a α.

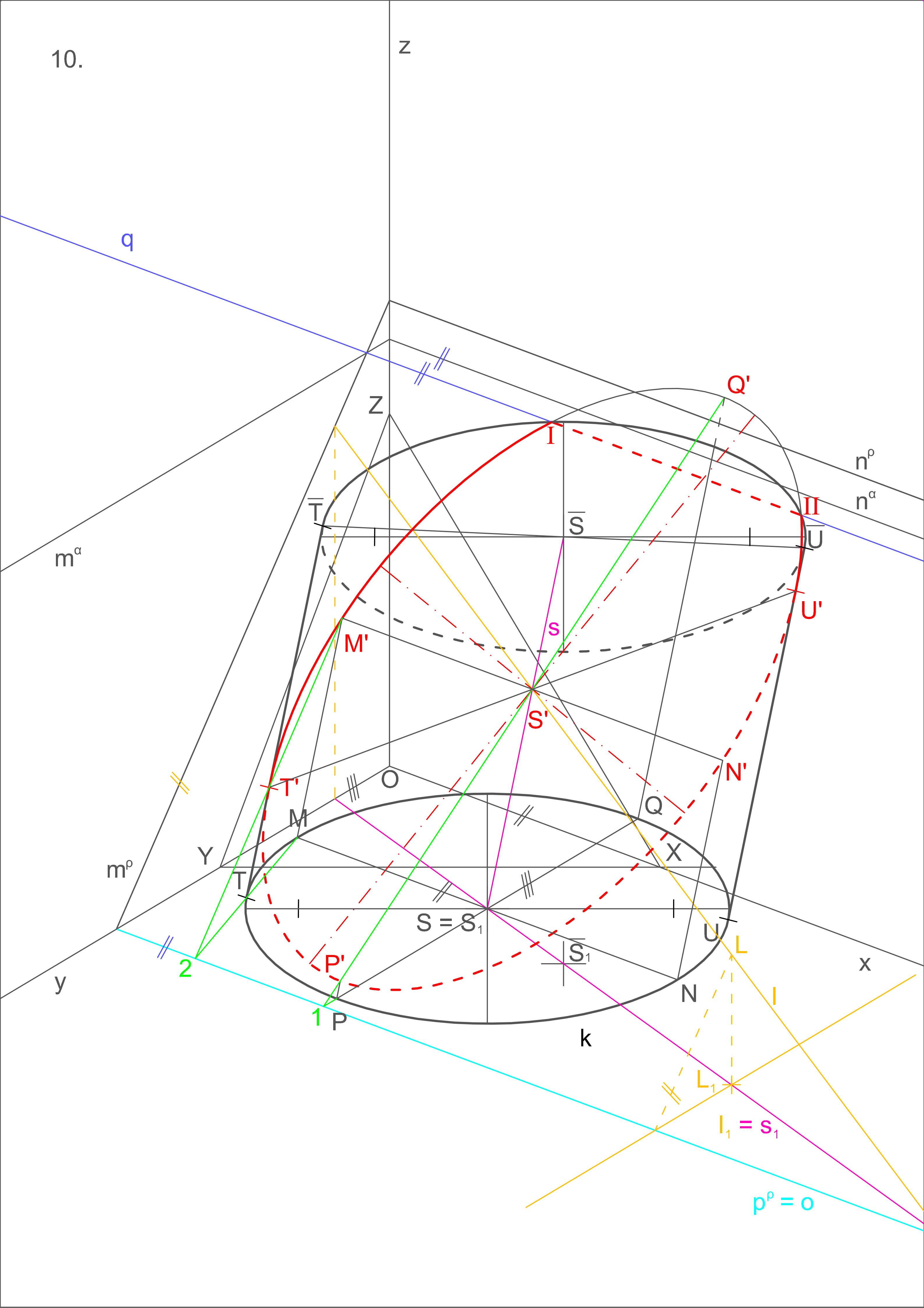
Průsečnice q protíná kružnici druhé podstavy v bodech I a II.

Úsečka I II je částí řezu válce.

Průměry P'Q', M'N' jsou sdružené průměry obrazu elipsy řezu, použijeme Rytzovu konstrukci.

3. Změna viditelnosti řezu nastane v bodech na obryse, dva body již máme - jsou to body I a II. Další bod T' sestrojíme s využitím afinity (samodružný bod 2). Zbývající čtvrtý bod změny viditelnosti je bod U' = T'S' ∩ $U\overline{U}$.

10.



z
q
Q'
Z
I
n^ρ
n^α
II
T̄
S̄
Ū
m^α
U'
s
M'
S'
N'
T'
O
Q
M
Y
X
m^ρ
T
S = S₁
U
L
S̄₁
2
x
y
P'
N
l
1
P
k
L₁
l₁ = s₁
p^ρ = o

11. A4 na výšku

PA: ΔXYZ, X [5; 11], izometrie: IXYI = 11

Je dán rotační válec s podstavnou kružnicí k o středu S [7; 3; 11] a poloměru r = 4,5 v rovině α rovoběžné s nárysnou v (x, z).

Výška je 13, y-ová souřadnice středu $\overline{S}$ druhé podstavy je kladná.

Válec zobrazte. Dále zobrazte řez válce rovinou ρ (4; 5; -7), sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

Řešení: 1. Určíme osovou afinitu:

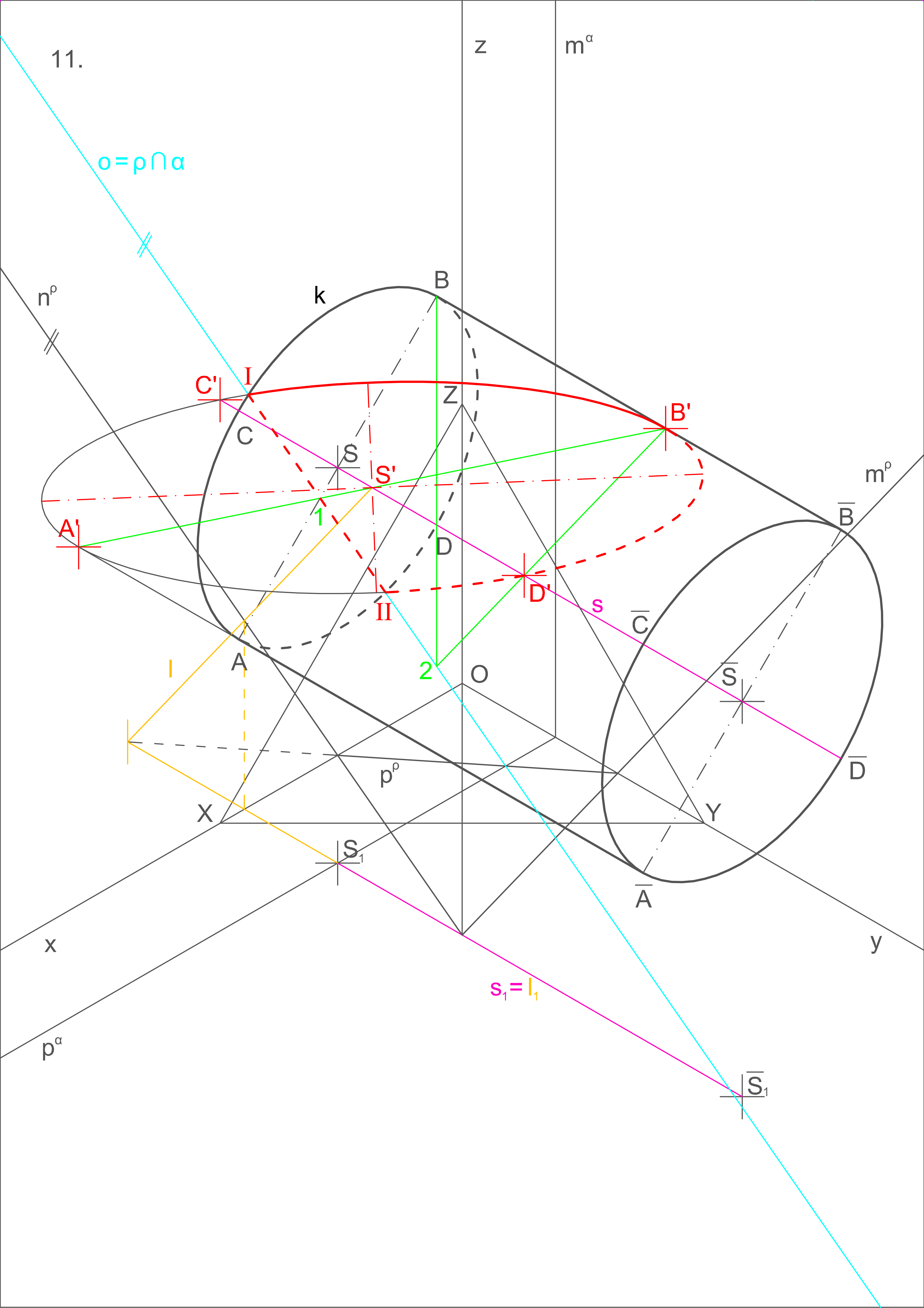
osa afinity = průsečnice roviny řezu ρ a roviny podstavy α = o,

dvojice odpovídajících si bodů: S↔S' = $S\overline{S}$ ∩ ρ (krycí přímka l).

Osa afinity o protíná kružnici k v bodech I, II. Úsečka I II je částí řezu válce.

2. Vybereme sdružené průměry kružnice k, v našem řešení jsme vybrali průměry AB, CD. S využitím afinity sestrojíme body A', B', C', D' (samodružné body 1 a 2).
   Průměry A'B', C'D' jsou sdružené průměry obrazu elipsy řezu, použijeme Rytzovu konstrukci.
3. Změna viditelnosti elipsy nastane v bodech na obryse, zde jsou to body I a B'.

11.


o=ρ∩α
z
m^α
n^ρ
k
B
C'
I
C
Z
B'
S
S'
m^ρ
A'
1
B̄
D
D'
s
II
C̄
A
I
2
O
S̄
p^ρ
D̄
X
Y
S₁
Ā
x
y
s₁=l₁
p^α
S̄₁

12. A4 na výšku

PA: ∆XYZ, X [4; 9], dimetrie: IXYI = IYZI = 11, IXZI = 9

Je dán eliptický válec s podstavnou elipsou k o středu S [-2; 8, 7], vedlejším vrcholu C [-2; 8, 10] a velikostí hlavní poloosy a = 6 v rovině α rovnoběžné s bokorysnou μ (y, z). Bod $\overline{S}$ [15; 8; 7] je střed druhé podstavy. Válec zobrazte (sestrojte tečny elips daného směru a všechny body dotyku), dále zobrazte řez válce rovinou ρ (8,5; ∞; 11), sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

Řešení: 1. Určíme osovou afinitu:

osa afinity = průsečnice roviny řezu ρ a roviny podstavy α = o,

dvojice odpovídajících si bodů: S↔S' = S$\overline{S}$ ∩ ρ (krycí přímka l)

2. Vybereme sdružené průměry elipsy k. V našem řešení jsme vybrali průměry AB, CD.

S využitím afinity sestrojíme body A', B', C', D' (samodružný bod 1, AB || o || A'B').

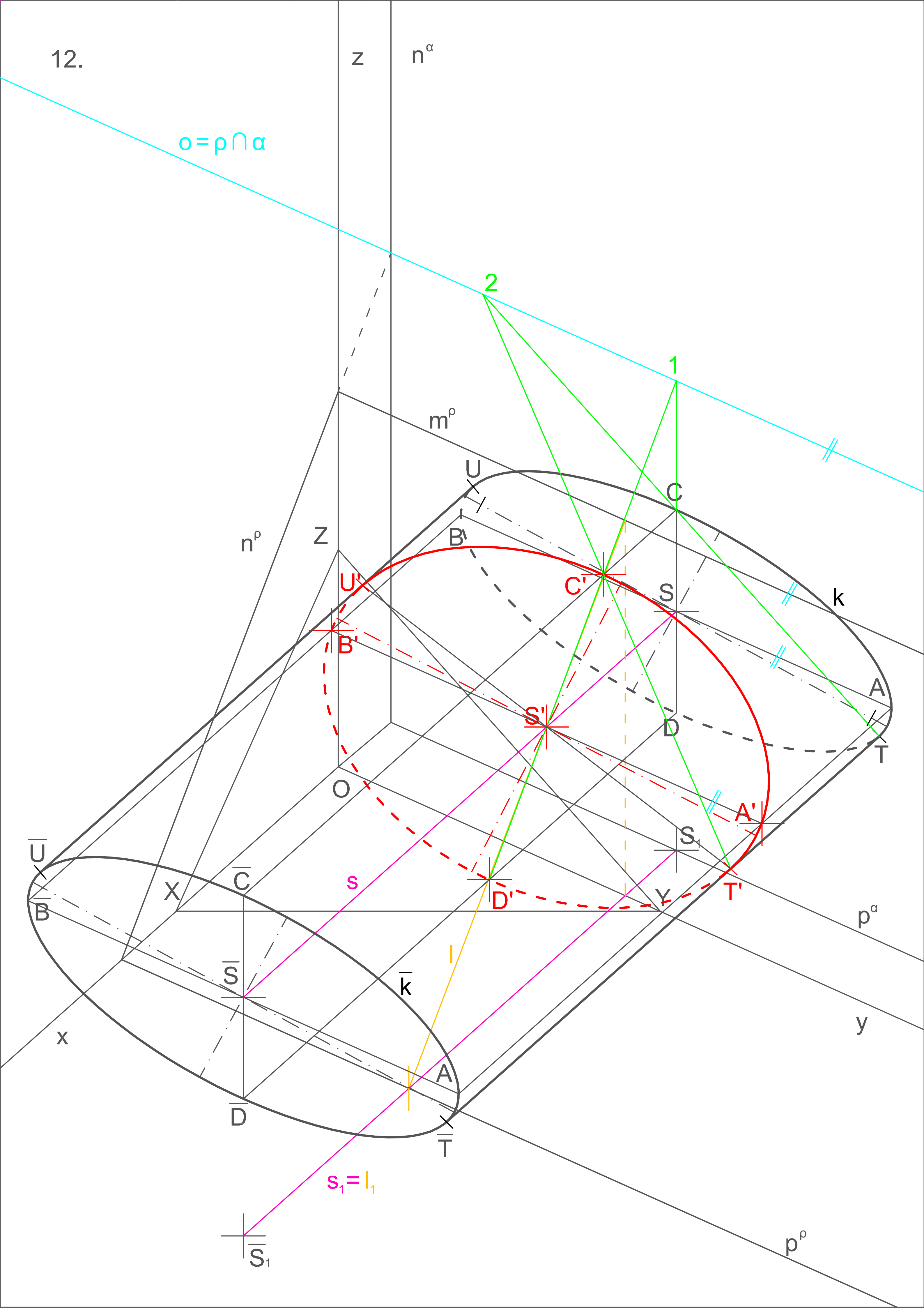
Průměry A'B', C'D' jsou sdružené průměry obrazu elipsy řezu, použijeme Rytzovu konstrukci.

3. Změna viditelnosti elipsy nastane v bodech na obryse T' a U'.

Bod T' sestrojíme s využitím afinity (samodružný bod 2),

U' = T'S' ∩ U$\overline{U}$.

12.



z
n^α
o=ρ∩α
2
1
m^ρ
U
C
n^ρ
Z
B
U'
C'
S
k
B'
A
S'
D
T
O
A'
S1
U
X
C
s
D'
Y
T'
p^α
B
l
S
k
y
x
A
D
T
s1=l1
p^ρ
S1

13. A4 na výšku

PA: ΔXYZ, X [6,5; 10], $|XY| = 8$, $|YZ| = 9$, $|XZ| = 10$

Je dána kulová plocha κ (S, r = 9), S [2,5; 1,5; 4].

Zobrazte řez kulové plochy rovinou ρ (∞; ∞; 8). Sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

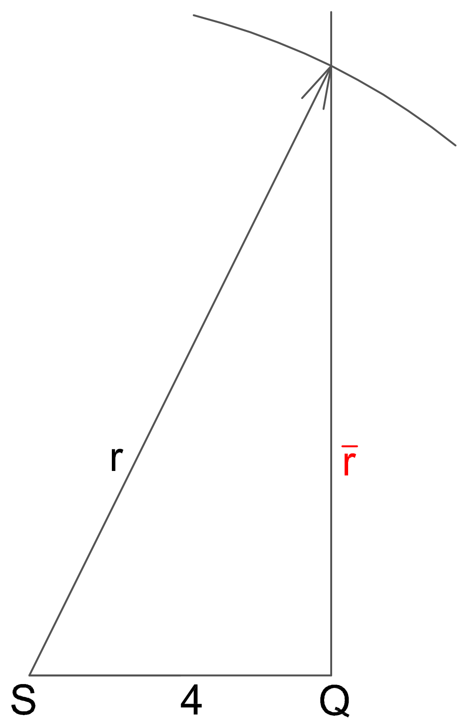
Řešení: 1. Zobrazíme kulovou plochu, označíme m obrysovou kružnici.

2. Řezem kulové plochy rovinou je kružnice, v našem příkladě máme zobrazit kružnici v rovině rovnoběžné s půdorysnou. Potřebujeme zobrazit střed Q této kružnice a zjistit poloměr $\bar{r}$.

Bod Q je průsečík přímky q, vedené středem S kolmo k rovině ρ, s rovinou ρ. V našem příkladě je úloha zvlášť jednoduchá:

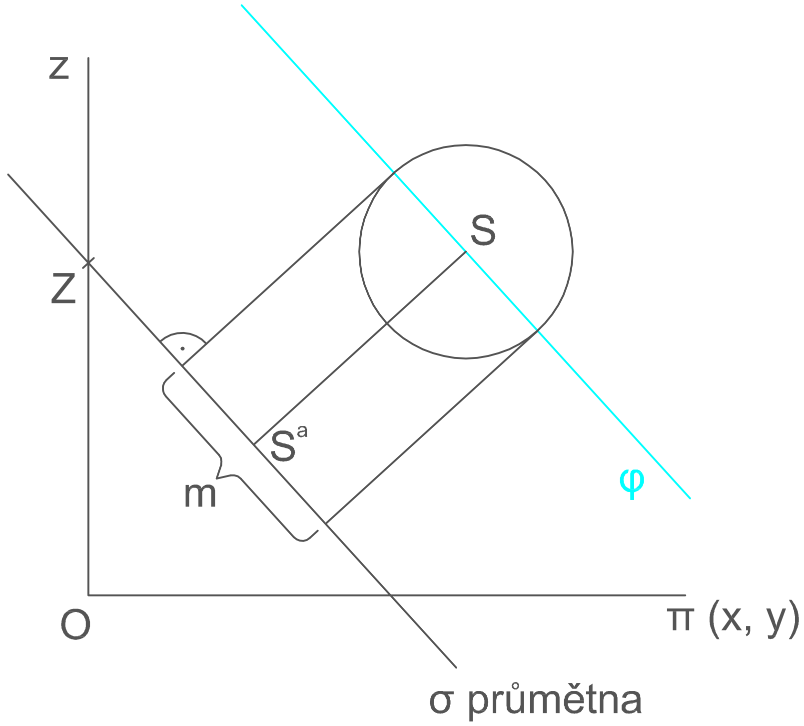
$S \in q$, $q \parallel z$, $z_Q = z_\rho = 8$.

Poloměr $\bar{r}$ řezové kružnice zjistíme v pomocném obrázku. Potřebujeme znát skutečnou velikost úsečky SQ, zde je to opět jednoduché: $|SQ| = z_Q - z_S = 4$.



Nyní už můžeme zobrazit kružnici k (Q, $\bar{r}$), která leží v rovině rovnoběžné s půdorysnou (bod K je bod pro proužkovou konstrukci).

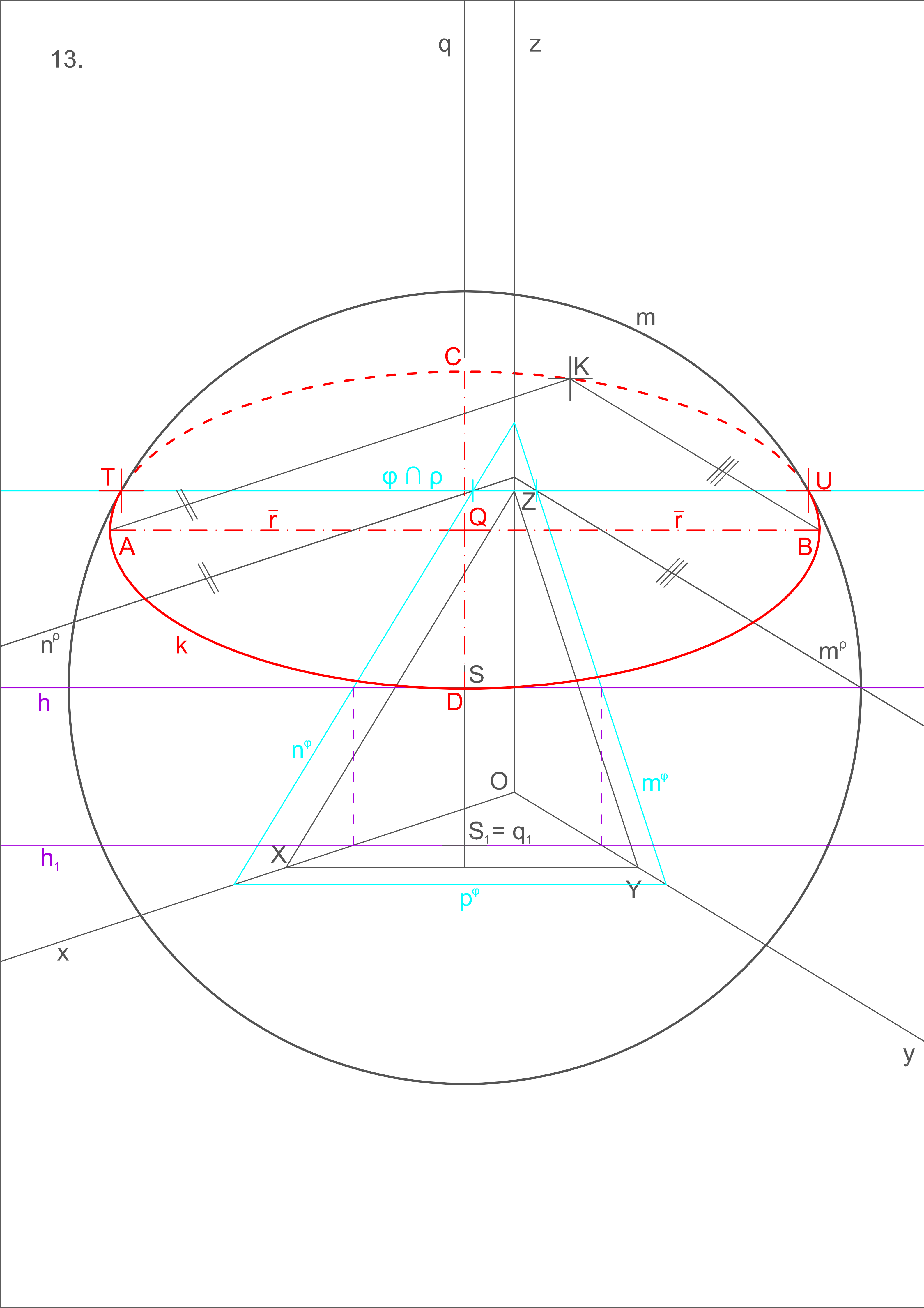
3. Změna viditelnosti může nastat v bodech obrysové kružnice m. Obrysová kružnice je obraz hlavní kružnice kulové plochy. Tato hlavní kružnice leží v rovině φ, která prochází středem kulové plochy a je rovnoběžná s axonometrickou průmětnou σ.



S^a je axonometrický průmět bodu S.

Případné body změny viditelnosti leží na obraze průsečnice φ ∩ ρ roviny φ a roviny řezu ρ.
Zobrazíme stopy roviny φ, bodem S vedeme hlavní přímku h rovnoběžnou s přímkou XY průmětny σ (můžeme také použít hlavní přímky rovnoběžné s XZ nebo YZ).
V našem příkladě změna viditelnosti nastane v bodech T a U.

13.



14. A4 na výšku

PA: ΔXYZ, X [7; 12], dimetrie: $|XY| = 10$, $|XZ| = 12$, $|YZ| = 11$

Zobrazte přímku q, která prochází bodem S [1,5; 0; 4] a je kolmá k rovině ρ (15; 4; 7).

Řešení: 1. Zobrazíme bod S a stopy roviny ρ.

2. Je-li přímka q kolmá k rovině ρ, je kolmá ke všem přímkám roviny ρ. Speciálně q je kolmá k axonometrické stopě $a^\rho = \rho \cap \sigma$ roviny ρ. Kolmé přímky q a a^ρ se zobrazí jako kolmé přímky.

Přímka q je také ve skutečnosti kolmá ke stopám roviny ρ. Navíc:

- půdorys q_1 přímky q je kolmý k půdorysné stopě roviny ρ,
- nárys q_2 přímky q je kolmý k nárysné stopě roviny ρ,
- bokorys q_3 přímky q je kolmý k bokorysné stopě roviny ρ,

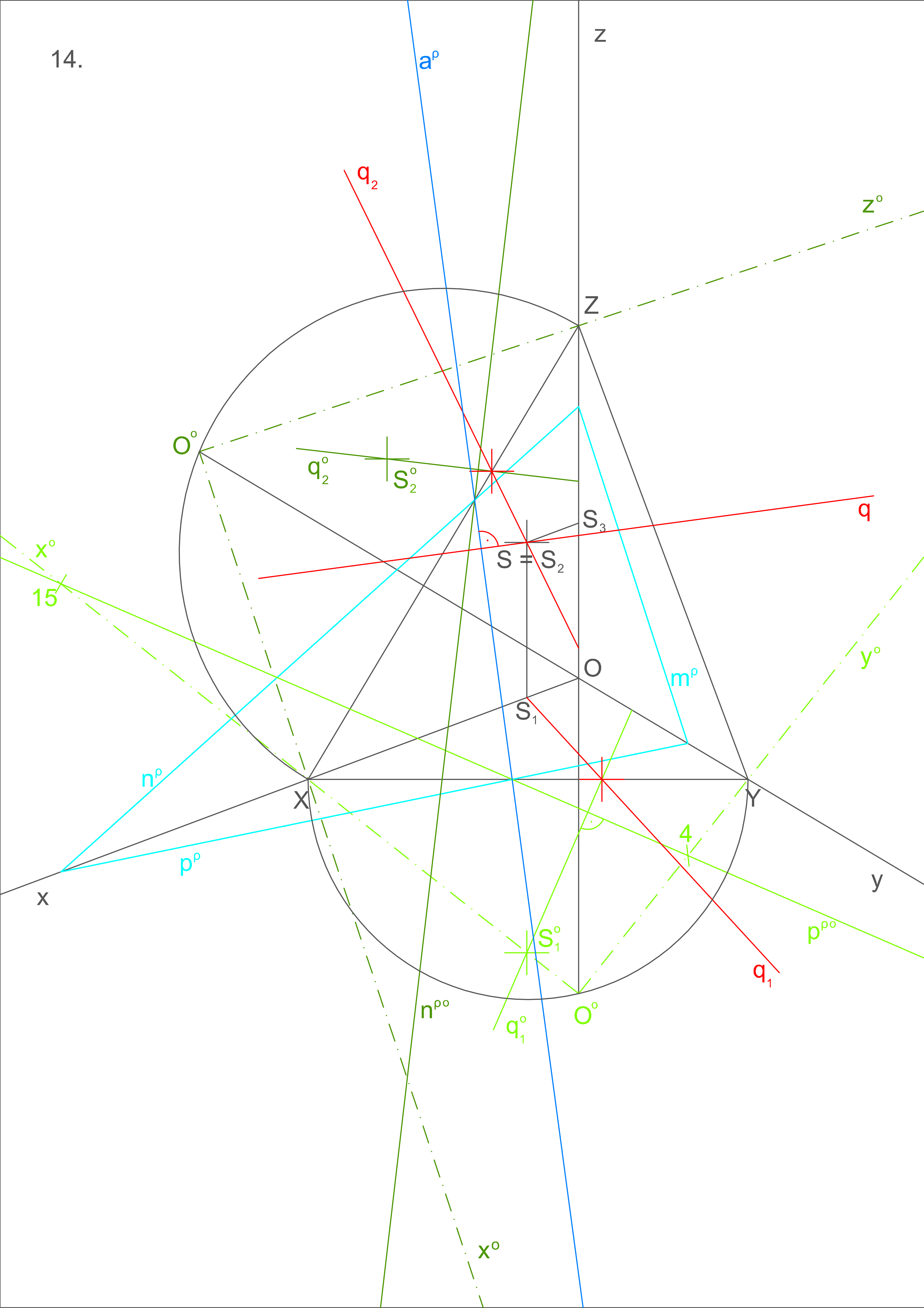
to vše ve skutečnosti v prostoru (rozmyslete, vzpomeňte na MP).

Kolmici k přímce p^ρ sestrojíme v otočení (otáčíme půdorysnu), $q_1^o : S_1^o \in q_1^o$, $q_1^o \perp p^{\rho o}$. Pak využijme afinitu.

Kolmici k přímce n^ρ sestrojíme také v otočení (otáčíme nárysnu), $q_2^o : S_2^o \in q_2^o$, $q_2^o \perp n^{\rho o}$. Opět využijeme afinitu a sestrojíme q_2. Stejně bychom sestrojili v otočení q_3^o.

K určení přímky stačí libovolná dvojice obrazů přímek q, q_1, q_2, q_3 (zbývající dvě už se dají snadno dourčit).

14.



z
a^{ρ}
q_2
z^{o}
Z
O^{o}
q_2^{o}
S_2^{o}
S_3
q
$S \equiv S_2$
x^{o}
15
O
m^{ρ}
y^{o}
S_1
n^{ρ}
X
Y
4
p^{ρ}
y
x
$p^{\rho o}$
S_1^{o}
q_1
$n^{\rho o}$
O^{o}
q_1^{o}
x^{o}

15. A4 na výšku

PA: ΔXYZ, X [4; 12], dimetrie: IXYI = 12, IYZI = IXZI = 10

Je dána kulová plocha κ o středu S [0; 0; 2] a poloměru r = 6.

Zobrazte řez kulové plochy rovinou ρ (∞; 3; 9), sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

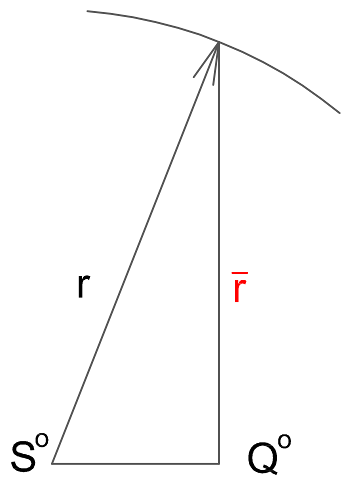
Řešení: 1. Zobrazíme kulovou plochu, označíme m obrysovou kružnici.

2. Zobrazíme stopy roviny ρ. Řezem kulové plochy rovinou ρ je kružnice. Potřebujeme zobrazit střed Q této kružnice a zjistit poloměr $\bar{r}$. Bod Q je průsečík přímky q, vedené středem S kolmo k rovině ρ, s rovinou ρ.

V našem příkladě snadno zobrazíme přímku q a také její půdorys, nárys a bokorys. Obraz přímky q je kolmý k axonometrické stopě roviny ρ, q_3 = q, q_1 =x, q_2 = z.

Průsečík q a ρ je bod Q = q ∩ m^ρ.

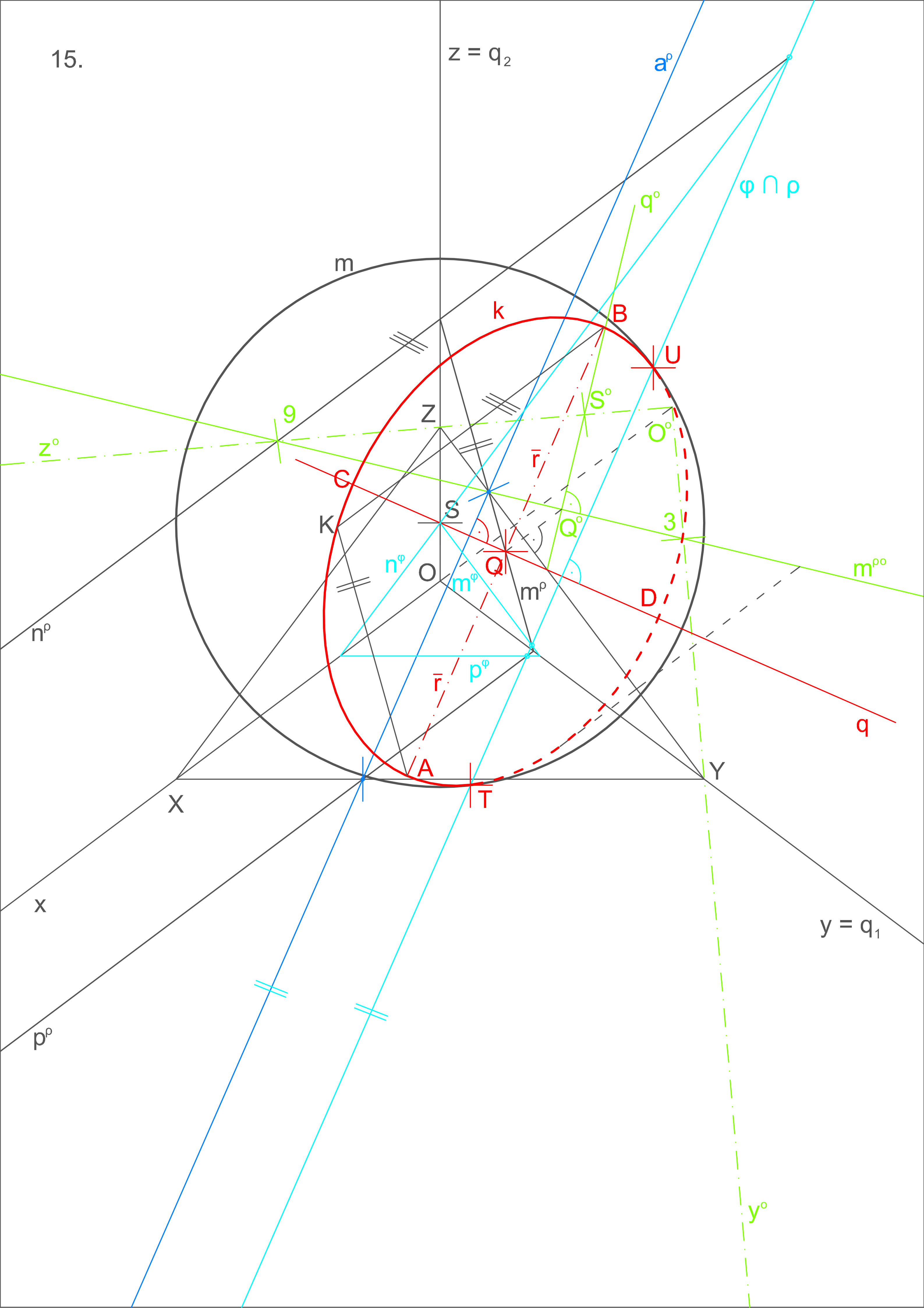
Poloměr $\bar{r}$ určíme z pomocného obrázku, skutečnou velikost úsečky SQ zjistíme v otočení (otočíme bokorysnu).



Zobrazíme kružnici k (Q, $\bar{r}$), která leží v rovině ρ.

3. Změna viditelnosti může nastat v bodech obrysové kružnice m. Zobrazíme stopy roviny φ, která prochází středem S a je rovnoběžná s průmětnou σ. Následně zobrazíme průsečnici ρ ∩ φ. V našem příkladě nastane změna viditelnosti v bodech T a U.

15.


z = q₂
a^ρ
φ ∩ ρ
q°
m
k
B
U
S°
9
Z
O°
z°
C
S
K
3
Q°
Q
O
n^φ
m^φ
m^ρ
m^ρ°
D
q
n^ρ
p^φ
r̄
A
T
X
Y
x
y = q₁
p^ρ
y°

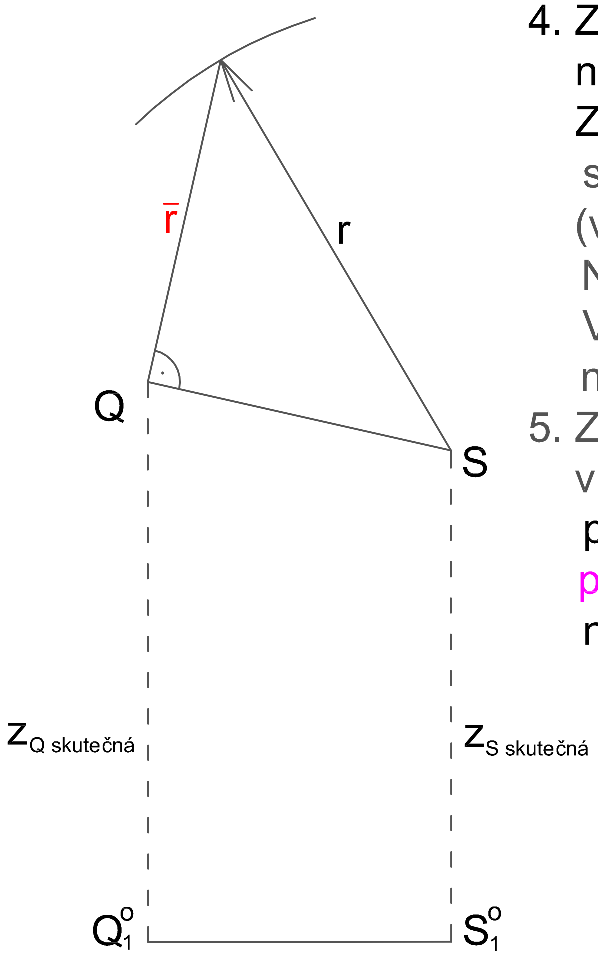
16. A4 na výšku

PA: ΔXYZ, X [6,5; 13,5], dimetrie: IXYI = IXZI = 8, IYZI = 9,5,
Je dána kulová plocha κ o středu S [6,5; 7; 6,5] a poloměru r = 6.
Zobrazte řez kulové plochy rovinou ρ (10,5; 3; -13), sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

Řešení: 1. Zobrazíme kulovou plochu, označíme m obrysovou kružnici.

2. Zobrazíme stopy roviny ρ. Řezem kulové plochy rovinou ρ je kružnice. Potřebujeme zobrazit střed Q této kružnice a zjistit poloměr $\bar{r}$. Bod Q je průsečík přímky q, vedené středem S kolmo k rovině ρ, s rovinou ρ.
Obraz přímky q prochází obrazem bodu S kolmo k axonometrické stopě a^{ρ} roviny ρ. Obraz půdorysu q_1 sestrojíme s využitím otočení půdorysny (viz. příklad 14).

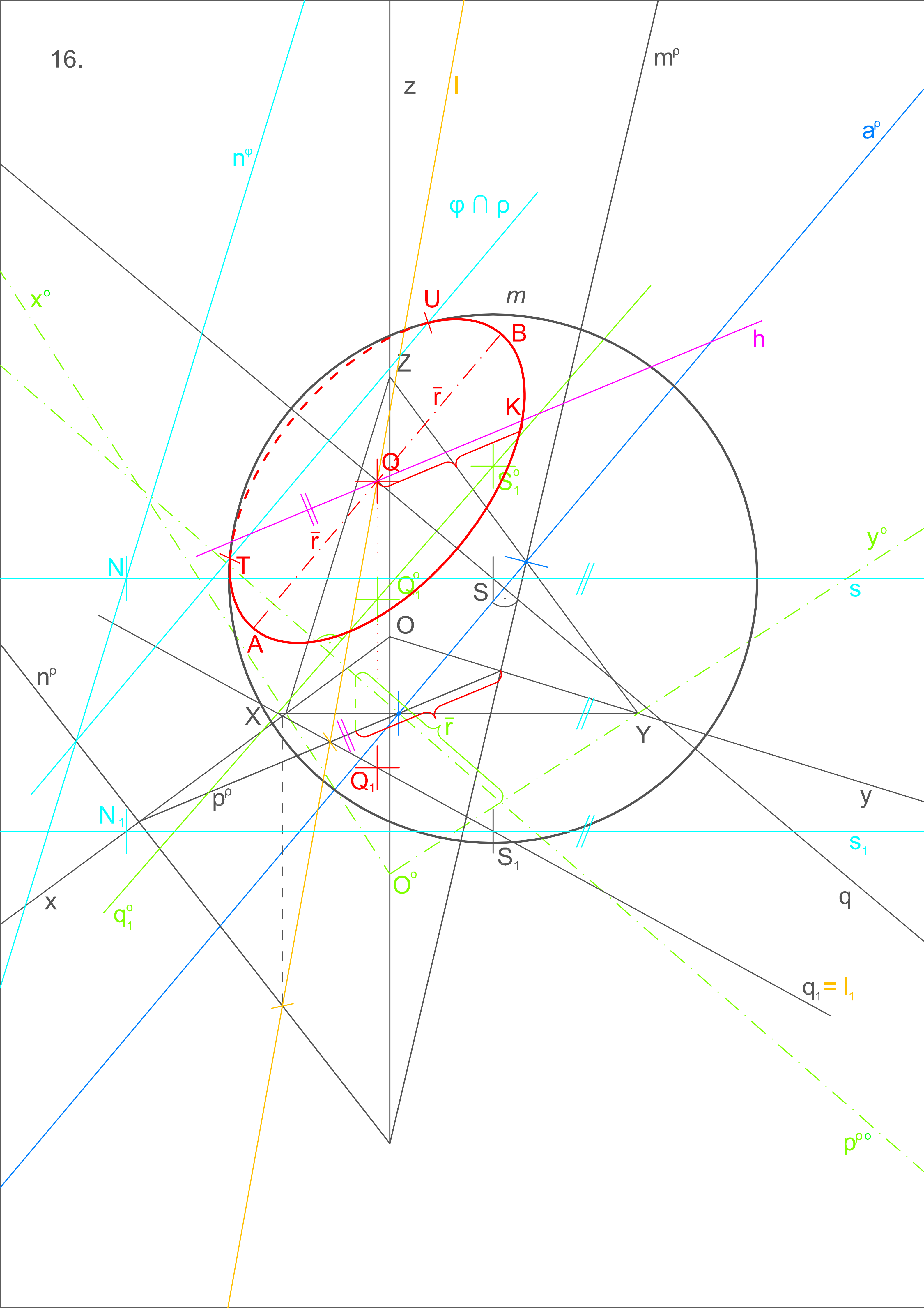
3. Zobrazíme průsečík Q přímky q a roviny ρ (krycí přímka l).
Poloměr $\bar{r}$ určíme z pomocného obrázku, skutečnou velikost úsečky $S_1^o Q_1^o$ zjistíme v otočení.



4. Změna viditelnosti může nastat v bodech na obrysové kružnici m.
Zobrazíme stopy roviny φ, která prochází středem S a je rovnoběžná s průmětnou σ (využijeme hlavní přímku s).
Následně zobrazíme průsečnici ρ ∩ φ.
V našem příkladě změna viditelnosti nastane v bodech T a U.

5. Zobrazíme kružnici k (Q, $\bar{r}$), která leží v rovině ρ. Pro proužkovou konstrukci použijeme bod T nebo U nebo bod K na přímce h rovnoběžné s p^{ρ} (pro případ, že neexistují body na obrysové kružnici m).

16.



z
l
m^{ρ}
a^{ρ}
n^{φ}
$\varphi \cap \rho$
x^{o}
U
m
B
h
Z
$\bar{r}$
K
Q
S_1^{o}
$\bar{r}$
y^{o}
N
T
Q_1^{o}
s
S
O
A
n^{ρ}
X
$\bar{r}$
Y
Q_1
p^{ρ}
y
N_1
s_1
S_1
O^{o}
x
q
q_1^{o}
$q_1 = l_1$
$p^{\rho o}$