ŘEZY JEHLANŮ A KUŽELŮ

A4 na výšku
1.) PA: △ XYZ, X[7,10], |XY|=9, |XZ|=8, |YZ|=10
Je dán pravidelný pětiboký jehlan s podstavou o středu S[0,5,7] a vrcholu A [0,2,3] v bokorysně μ (y,z). Bod V [16,5,7] je vrcholem jehlanu. Zobrazte řez jehlanu rovinou ρ (6,5;∞;13), stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

A4 na výšku
2.) PA: △ XYZ, X[5,10], |XY|=9, |XZ|=10, |YZ|=12
Je dán pravidelný pětiboký jehlan s podstavou o středu S[5,7,0] a vrcholu A [2;4,5;0] v půdorysně π (x,y). Bod V [5,7,13] je vrcholem jehlanu. Zobrazte řez jehlanu rovinou ρ (6,−4,4), stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

A4 na výšku
3.) PA: △ XYZ, X[8,10], |XY|=9, |XZ|=10, |YZ|=11
Je dán kosý pětiboký jehlan s pravidelnou podstavou o středu S[8,0,5] a vrcholu A [8,0,0] v nárysně ν (x,z). Bod V [5,13,6] je vrcholem jehlanu. Zobrazte řez jehlanu rovinou ρ (−7,3,6), stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

A4 na výšku
4.) PA: △ XYZ, X[2,5;10], |XY|=10, |XZ|=10, |YZ|=9
Je dán kosý šestiboký jehlan s pravidenou podstavou o středu S[0,7,7] a vrcholu A [0,2,3] v bokorysně μ (y,z). Bod V [11,6,5] je vrcholem jehlanu. Zobrazte řez jehlanu rovinou ρ (2,4,−4), stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

A4 na výšku
5.) PA: △ YXZ, Y[4;8,5], |YX|=|YZ|=10, |XZ|=11, PODHLED !
Je dán kosý pětiboký jehlan s pravidenou podstavou o středu S[8,7,0] a vrcholu A [3,3,0] v půdorysně π (x,y). Bod V [6,6,12] je vrcholem jehlanu. Zobrazte řez jehlanu rovinou ρ (3,−5,4), stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

A4 na výšku
6.) PA: △ YXZ, Y[4,8], |YX|=10, |XZ|=9, |YZ|=11, PODHLED !
Je dán kosý šestiboký jehlan s pravidenou podstavou o středu S[7,7,12] a vrcholu A [4,2,12] v rovině α rovnoběžné s půdorysnou. Bod V[6,5,0] je vrchol jehlanu. Zobrazte řez rovinou ρ (−9,5,10), stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

A4 na výšku

7.) PA: $\triangle$ XYZ, X[5,10], |XY|=|XZ|=|YZ|=10

Je dán dutý pravidelný sedmiboký jehlan s podstavou o středu S [7,10,6] a vrcholu A [3,10,3] v rovině α rovnoběžné s nárysnou. Bod V [7,0,6] je vrchol jehlanu. Zobrazte řez rovinou ρ (8,−9,6), stanovte viditelnost.

A4 na výšku

8.) PA: $\triangle$ XYZ, X[6,5;8], |XY|=10, |XZ|=11, |YZ|=12

Je dán rotační kužel s podstavnou kružnicí k o středu S [5,0,7] a poloměru r = 6 v nárysně ν (x,z). Výška kužele je 12; označíme-li V vrchol kužele, je y-ová souřadnice bodu V kladná. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse včetně bodů dotyku).
Zobrazte řez kužele rovinou ρ (∞,5,11). Je-li průniková křivka příslušné kuželové plochy a roviny ρ elipsa, sestrojte osy jejího obrazu. Sestrojte body řezu na obryse a stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

A4 na výšku

9.) PA: $\triangle$ XYZ, X[5,5;9], |XY|=9, |XZ|=|YZ|=12

Je dán rotační kužel s podstavnou kružnicí k o středu S [0,0,0] a poloměru r = 5 v půdorysně π (x,y). Bod V [0,0,13] je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse včetně bodů dotyku).
Dále je dána přímka p=QR, Q[8,6,0], R[4,0,11].
Určete rovinu ρ tak, aby obsahovala přímku p a řezem příslušné kuželové plochy byla parabola. Zobrazte řez kužele rovinou ρ a sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.
Pozn. Vyberte tu rovinu ρ, která protíná osu x v záporné části.

A4 na výšku

10.) PA: $\triangle$ XYZ, X[4,8], |XY|=10, |XZ|=12, |YZ|=11

Je dán kosý kruhový kužel s podstavnou kružnicí k o středu S [5,9,11] a poloměru r = 5 v rovině α rovnoběžné s půdorysnou π (x,y). Bod V [4,6,0] je vrchol kužele. Kužel zobrazte (setrojte tečny z bodu k elipse včetně bodů dotyku).
Zobrazte řez kužele rovinou ρ (10,∞,12). Je-li průniková křivka příslušné kuželové plochy a roviny ρ elipsa, sestrojte osy jejího obrazu.
Sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

A4 na výšku

11.) PA: △ YXZ, Y[7,5;8], |YX|=9, |YZ|= 10, |XZ|=12, PODHLED !
Je dán rotační kužel s podstavnou kružnicí k o středu S [7,8,0] a poloměru r = 6 v půdorysně π (x,y). Bod V [7,8,13] je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse včetně bodů dotyku).
Zobrazte řez kužele rovinou ρ (−10,3,9). Je-li průniková křivka příslušné kuželové plochy a roviny ρ elipsa, sestrojte osy jejího obrazu. Sestrojte body řezu na obryse a stanovte viditelnost.

A4 na výšku

12.) PA: △ YXZ, Y[6;8], |YX|=10, |YZ|= 12, |XZ|=11, PODHLED !
Je dán kosý kruhový kužel s podstavnou kružnicí k o středu S [7,0,5] a poloměru r = 5 v nárysně ν (x,z). Bod V [5,11,6] je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse včetně bodů dotyku).
Dále je dána přímka p=QR, Q[1,10,7], R[4;6;4,5].
Určete rovinu ρ tak, aby obsahovala přímku p a řezem příslušné kuželové plochy byla parabola. Zobrazte řez kužele rovinou ρ a sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.
Pozn. Vyberte tu rovinu ρ, která protíná osu x v kladné části.

A4 na výšku

13.) PA: △ YXZ, Y[7,9], |YX|=11, |XZ|=9, |YZ|=10 PODHLED !
Je dán kosý kruhový kužel s podstavnou kružnicí k o středu S [−2,6,7] a poloměru r = 5 v rovině α rovnoběžné s bokorysnou μ (y,z). Bod V [11,5,6] je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse včetně bodů dotyku).
Zobrazte řez kužele rovinou ρ (4,7,∞). Je-li průniková křivka příslušné kuželové plochy a roviny ρ elipsa, sestrojte osy jejího obrazu.
Sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

A4 na výšku

14.) PA: △ XYZ, X[5,9], |XY|=10 IZOMETRIE
Je dán rotační kužel s podstavnou kružnicí k o středu S [6,8,11] a poloměru r = 5,5 v rovině α rovnoběžné s půdorysnou π (x,y).
Vrchol V leží v půdorysně. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse včetně bodů dotyku).
Dourčete rovinu ρ (5,−9,?) tak, aby řezem příslušné

kuželové plochy byla parabola. Zobrazte řez kužele rovinou ρ a sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.
Pozn. Vyberte tu rovinu ρ, která protíná osu z v její kladné části.

A4 na výšku

15.) PA: $\triangle XYZ$, $X[5,8]$, $|XY|=10$, $|XZ|=12$, $|YZ|=11$
Je dán kosý kruhový kužel s podstavnou kružnicí k o středu $S[0,7,6]$ a poloměru $r = 5$ v bokorysně ω (y,z). Bod $V[14,7,3]$ je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse včetně bodů dotyku).
Zobrazte řez kužele rovinou ρ (4,−13,6). Je-li průniková křivka příslušné kuželové plochy a roviny ρ elipsa, sestrojte osy jejího obrazu.
Sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

STŘEDOVÁ KOLINEACE V ROVINĚ

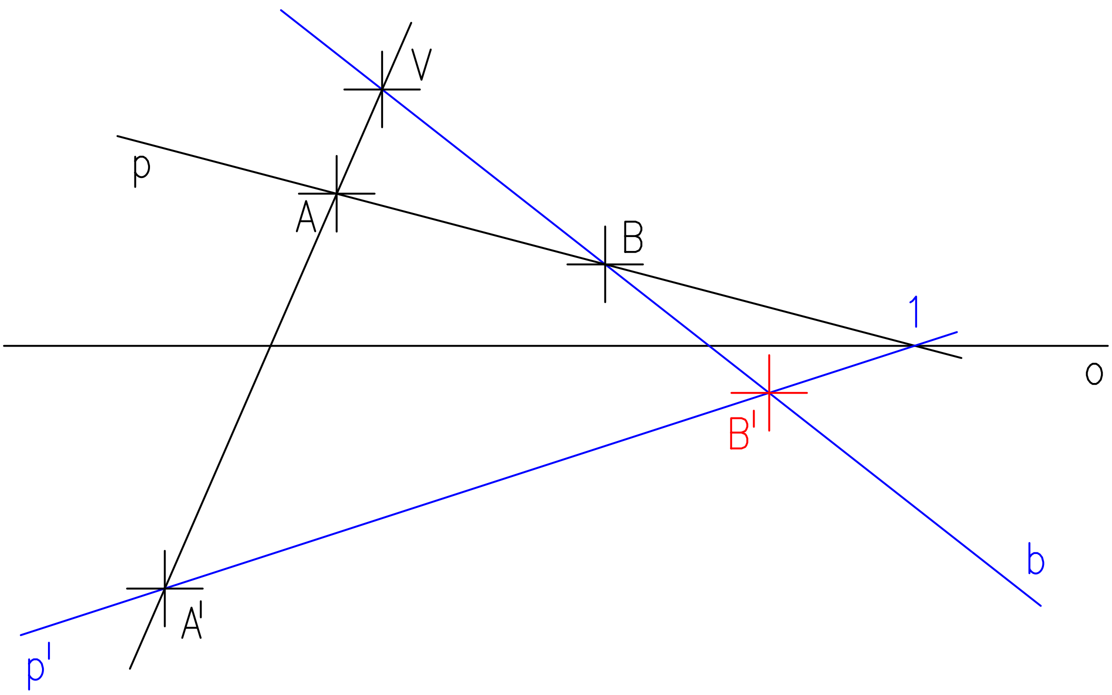
Středová kolineace v rovině je zobrazení v rovině, pro které platí :

- existuje samodružný bod V, tzv. <u>střed kolineace</u>
- existuje přímka samodružných bodů, tzv. <u>osa kolineace</u> o (bod V může, ale nemusí být bodem osy)
- pokud bod A neleží na ose a nesplývá s bodem V, pak spojnice bodu A a jeho obrazu A' prochází středem kolineace V
- obrazem přímky v kolineaci je přímka
- každá přímka procházející středem V je samodružná přímka, tj. každý bod takové přímky má obraz na této přímce
- pokud přímka p ($p \neq o$) neprochází středem kolineace a má společný bod se svým obrazem p', leží tento bod $p \cap p'$ na ose kolineace

Středová kolineace v rovině je jednoznačně určena středem V kolineace, osou o a dvojicí odpovídajících si bodů A, A' (bod A neleží na ose a $A \neq V$) ; značíme $K\ (V, o, A \leftrightarrow A')$.

Př: Sestrojte obraz bodu B v kolineaci $K\ (V, o, A \leftrightarrow A')$.

1. bod B' leží na přímce $b = VB$
2. sestrojíme obraz p' přímky $p = AB$, $p' = 1A'$, bod 1 je samodružný bod na ose o
3. bod B' je průsečík přímek p' a b



ŘEZ JEHLANU

Je dán libovolný jehlan s vrcholem V, dále je dána rovina ρ, která neprochází bodem V. Je-li průnik jehlanu s rovinou ρ neprázdný, je mezi podstavou jehlanu a řezem jehlanu rovinou ρ vztah prostorové kolineace :
střed kolineace = vrchol jehlanu V,
osa kolineace = průsečnice roviny podstavy a roviny řezu ρ,
dvojice odpovídajících si bodů: vrchol podstavy A, který neleží na ose $\leftrightarrow$ průsečík A' přímky AV s rovinou ρ .

Zobrazíme-li jehlan a jeho řez rovinou ρ ($V \notin \rho$) v rovnoběžném promítání, využíváme středovou kolineaci v rovině, která je vlastně "obrazem" prostorové kolineace (rovnoběžným průmětem prostorové kolineace):
střed kolineace = průmět vrcholu jehlanu V,
osa kolineace = průmět průsečnice roviny podstavy a roviny řezu ρ,
dvojice odpovídajících si bodů: průmět vrcholu podstavy A (A neleží na ose) $\leftrightarrow$ průmět průsečíku A' přímky AV s rovinou ρ.

Toto nefunguje vždy. Pokud nastanou některé speciální případy (např. v rovnoběžném promítání je obrazem podstavy úsečka nebo obrazem roviny řezu je přímka), nelze kolineaci použít.

Zadání: A4 na výšku

1.) PA: $\triangle$ XYZ, X[7,10], |XY|=9, |XZ|=8, |YZ|=10

Je dán pravidelný pětiboký jehlan s podstavou o středu S [0,5,7] a vrcholu A [0,2,3] v bokorysně ω (y,z). Bod V [16,5,7] je vrcholem jehlanu. Zobrazte řez jehlanu rovinou ρ (6,5;∞;13), stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

Řešení: 1. Určíme středovou kolineaci:

střed kolineace = vrchol V,

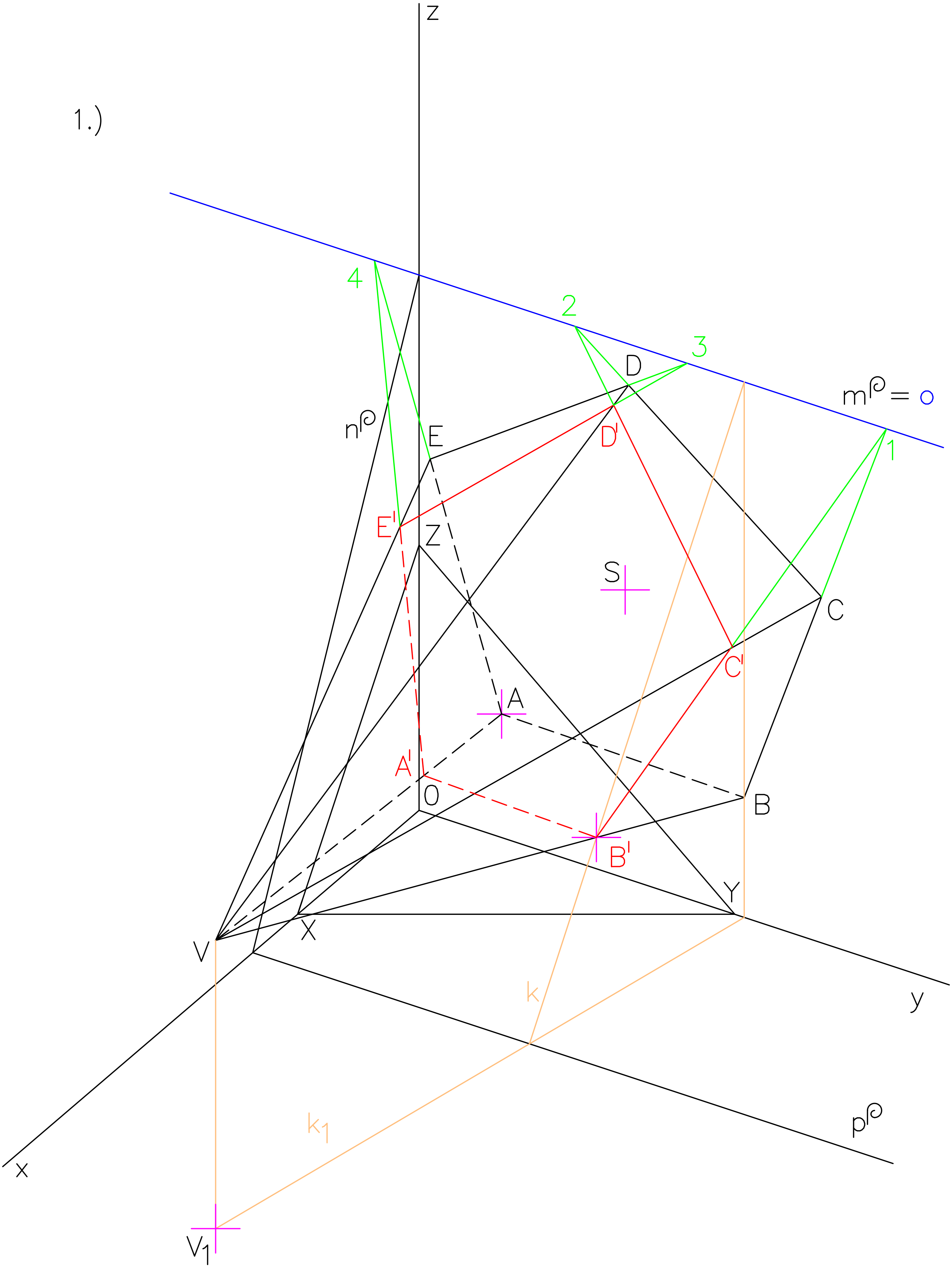
osa kolineace = průsečnice roviny podstavy ω a roviny řezu ρ = bokorysná stopa roviny ρ,

dvojice odpovídajících si bodů: B$\leftrightarrow$B' = BV$\cap\rho$ (krycí přímka k).

2. Další body řezu můžeme sestrojit stejně jako bod B' nebo využijeme kolineaci.

Zde jsme použili kolineaci, body 1,2,3 a 4 jsou samodružné body (konstrukce byly provedeny v pořadí podle čísel).

1.)



Zadání: A4 na výšku

2.) PA: $\triangle$ XYZ, X[5,10], |XY|=9, |XZ|=10, |YZ|=12

Je dán pravidelný pětiboký jehlan s podstavou o středu S [5,7,0] a vrcholu A [2;4,5;0] v půdorysně π (x,y). Bod V [5,7,13] je vrcholem jehlanu. Zobrazte řez jehlanu rovinou ρ (6,−4,4), stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

Řešení: 1. Určíme středovou kolineaci:

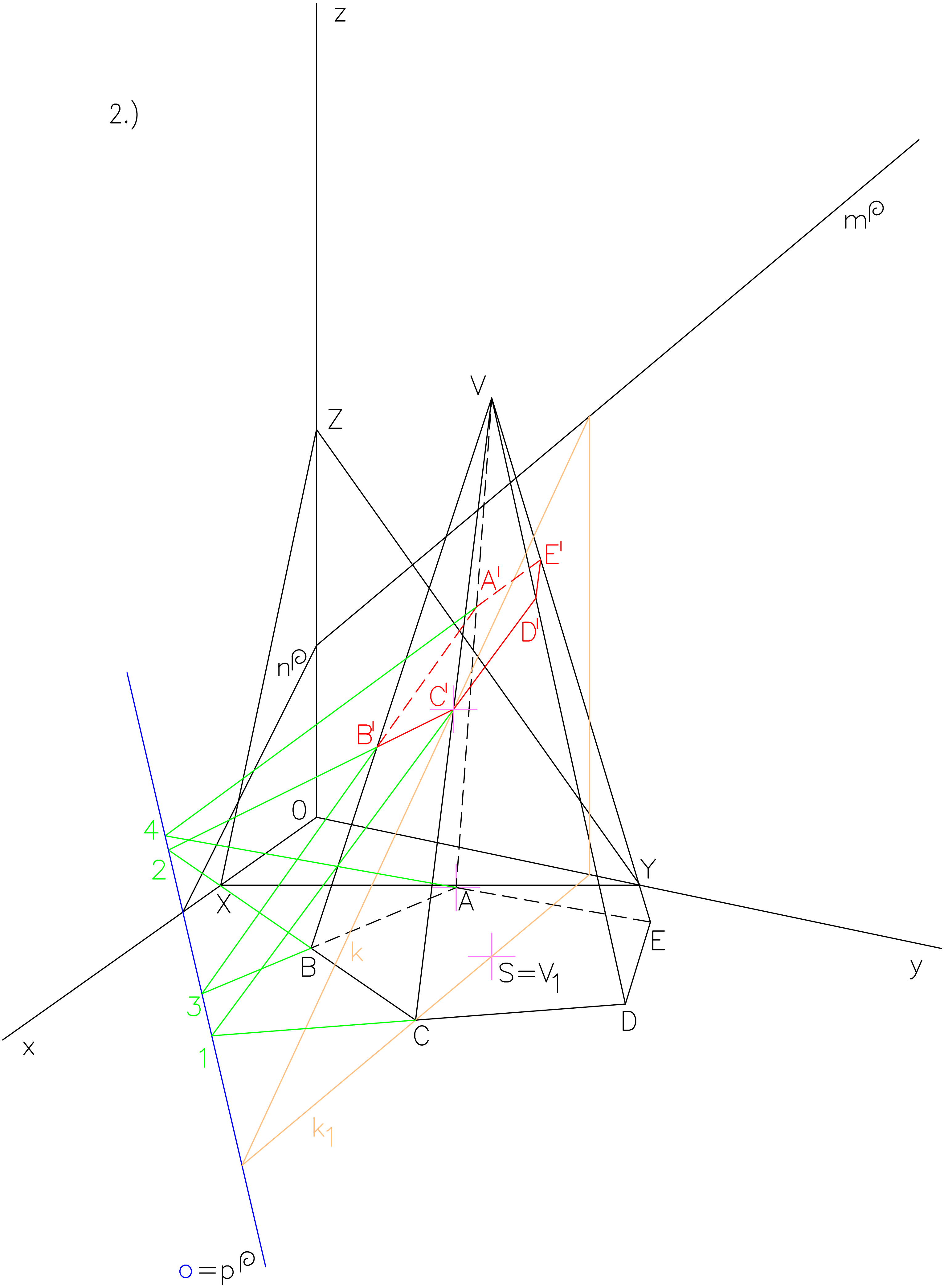
střed kolineace = vrchol V,

osa kolineace = průsečnice roviny podstavy π a roviny řezu ρ = půdorysná stopa roviny ρ,

dvojice odpovídajících si bodů: $C \leftrightarrow C'$ = $CV \cap \rho$ (krycí přímka k).

2. Další body řezu sestrojíme s využitím kolineace, body 1,2,3 a 4 jsou samodružné body na ose kolineace.

2.)



Zadání: A4 na výšku

3.) PA: $\triangle$ XYZ, X[8,10], |XY|=9, |XZ|=10, |YZ|=11

Je dán kosý pětiboký jehlan s pravidelnou podstavou o středu S [8,0,5] a vrcholu A [8,0,0] v nárysně ν (x,z). Bod V [5,13,6] je vrcholem jehlanu. Zobrazte řez jehlanu rovinou ρ (−7,3,6), stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

Řešení: 1. Určíme středovou kolineaci:

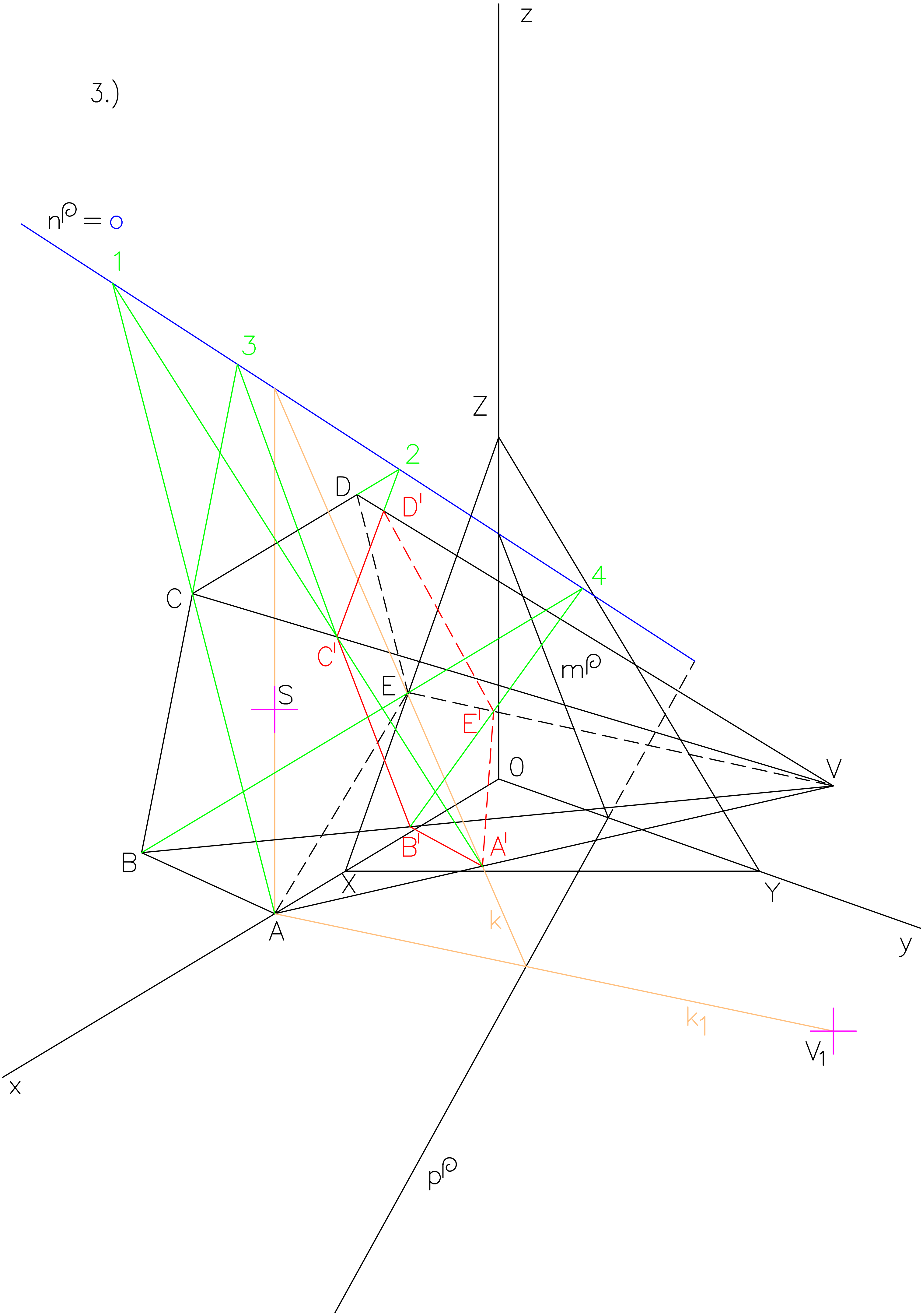
střed kolineace = vrchol V,

osa kolineace = průsečnice roviny podstavy ν a roviny řezu ρ = nárysná stopa roviny ρ,

dvojice odpovídajících si bodů: A $\leftrightarrow$ A' = AV $\cap$ ρ (krycí přímka k).

2. Další body řezu sestrojíme s využitím kolineace, body 1,2,3 a 4 jsou samodružné body na ose kolineace.

3.)



Zadání: A4 na výšku

4.) PA: △ XYZ, X[2,5;10], |XY|=10, |XZ|=10, |YZ|=9

Je dán kosý šestiboký jehlan s pravidenou podstavou o středu S [0,7,7] a vrcholu A [0,2,3] v bokorysně ω (y,z). Bod V [11,6,5] je vrcholem jehlanu. Zobrazte řez jehlanu rovinou ρ (2,4,−4), stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

Řešení: 1. Určíme středovou kolineaci:

střed kolineace = vrchol V,

osa kolineace = průsečnice roviny podstavy ω a roviny řezu ρ = bokorysná stopa roviny ρ,

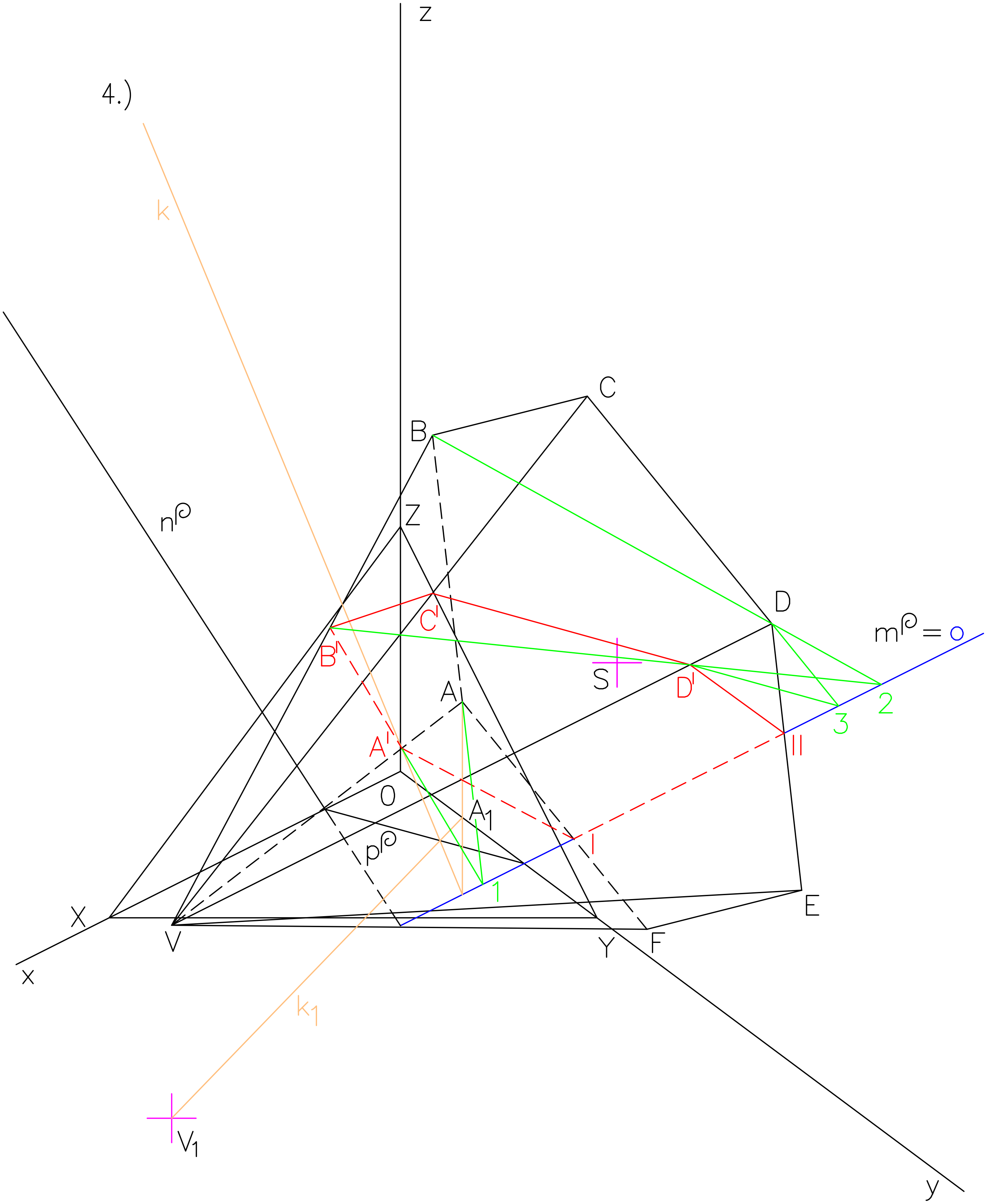
dvojice odpovídajících si bodů: $A \leftrightarrow A' = AV \cap \rho$ (krycí přímka k).

2. Osa kolineace protíná podstavné hrany AF a ED v bodech I,II.

Úsečka I II je součástí řezu jehlanu.

3. Další body řezu sestrojíme s využitím kolineace, body 1,2 a 3 jsou samodružné body na ose kolineace.

4.)



Zadání: A4 na výšku

5.) PA: △ YXZ, Y[4;8,5], |YX|=|YZ|=10, |XZ|=11, PODHLED !

Je dán kosý pětiboký jehlan s pravidenou podstavou o středu S [8,7,0] a vrcholu A [3,3,0] v půdorysně π (x,y). Bod V [6,6,12] je vrcholem jehlanu. Zobrazte řez jehlanu rovinou ρ (3,−5,4), stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

Řešení: 1. Určíme středovou kolineaci:

střed kolineace = vrchol V,

osa kolineace = průsečnice roviny podstavy π a roviny řezu ρ = půdorysná stopa roviny ρ,

dvojice odpovídajících si bodů: $B \leftrightarrow B' = VB \cap \rho$

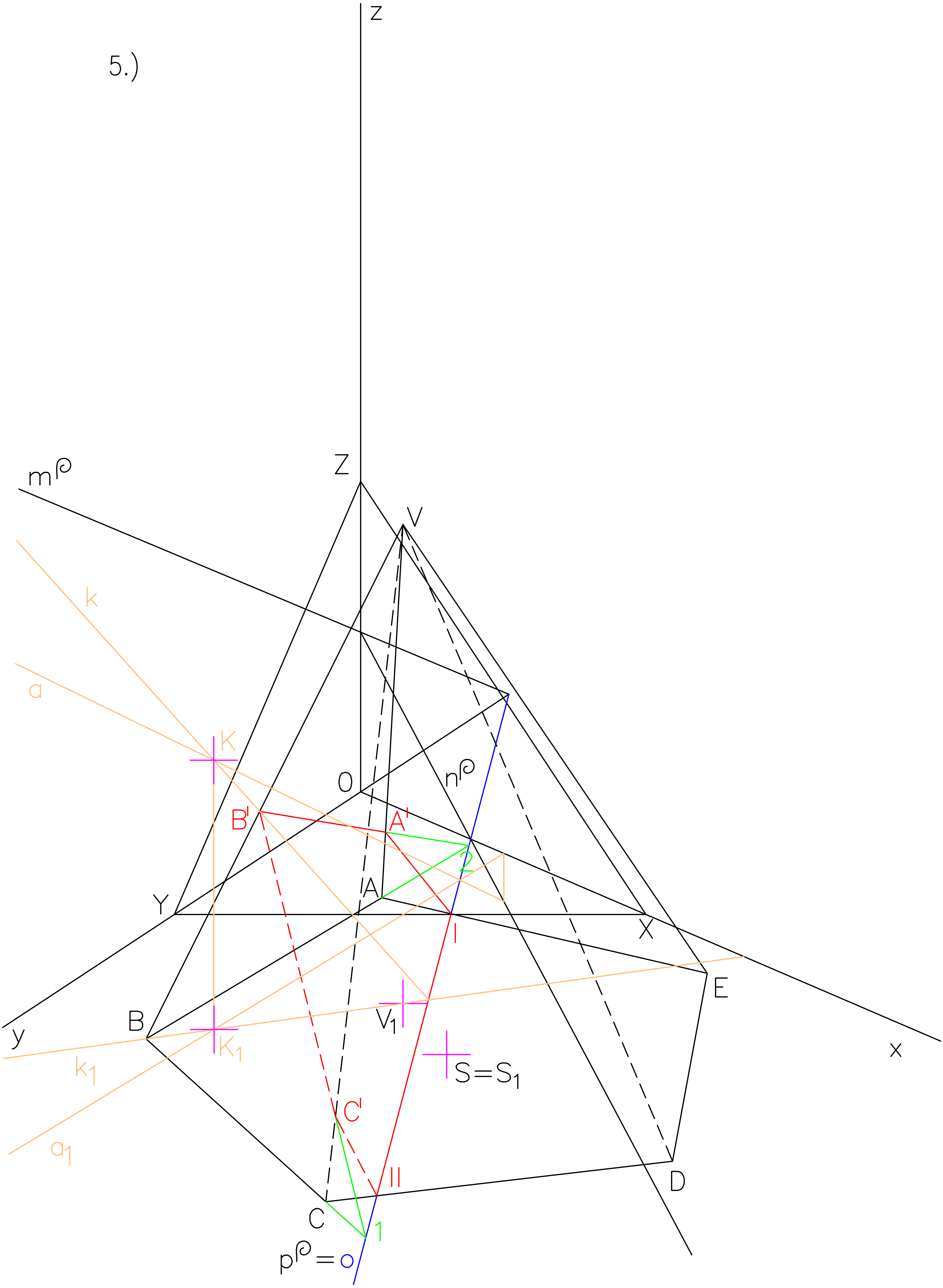
(krycí přímka k – dourčena bodem K na libovolné přímce a).

2. Osa kolineace protíná podstavné hrany AE a CD v bodech I,II.

Úsečka I II je součástí řezu jehlanu.

3. Další body řezu sestrojíme s využitím kolineace, body 1 a 2 jsou samodružné body na ose kolineace.

5.)

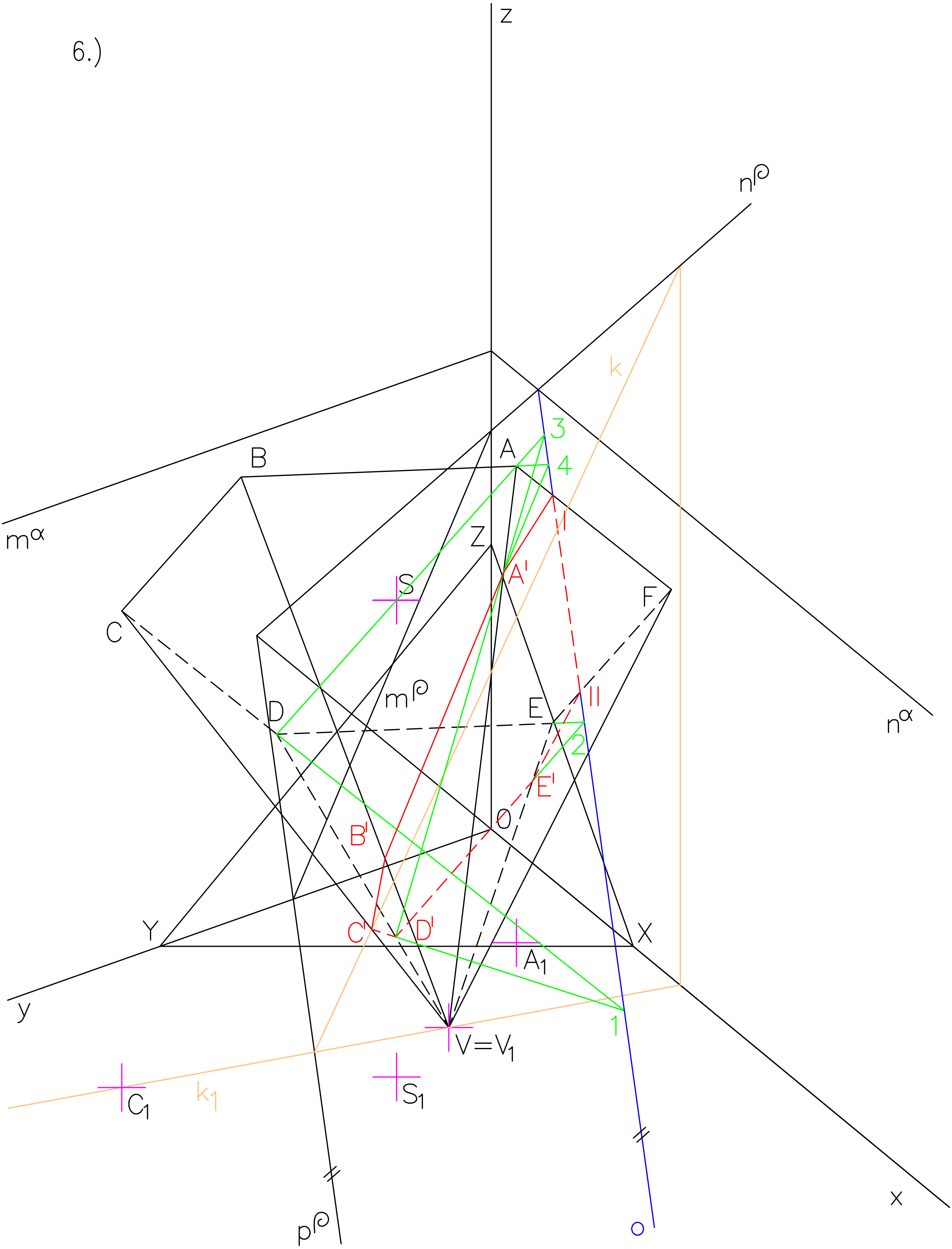


Zadání: A4 na výšku

6.) PA: △ YXZ, Y[4,8], |YX|=10, |XZ|=9, |YZ|=11, PODHLED !
Je dán kosý šestiboký jehlan s pravidenou podstavou o středu S [7,7,12] a vrcholu A [4,2,12] v rovině α rovnoběžné s půdorysnou. Bod V[6,5,0] je vrchol jehlanu. Zobrazte řez rovinou ρ (−9,5,10), stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

Řešení: 1. Určíme středovou kolineaci:
střed kolineace = vrchol V,
osa kolineace = průsečnice roviny podstavy α a roviny řezu ρ = o
dvojice odpovídajících si bodů: $C \leftrightarrow C' = VC \cap \rho$
(krycí přímka k).
2. Osa kolineace protíná podstavné hrany AF a EF v bodech I,II.
Úsečka I II je součástí řezu jehlanu.
3. Další body řezu sestrojíme s využitím kolineace, body 1,2,3 a 4 jsou samodružné body na ose kolineace.

6.)



Zadání: A4 na výšku

7.) PA: $\triangle$ XYZ, X[5,10], |XY|=|XZ|=|YZ|=10

Je dán dutý pravidelný sedmiboký jehlan s podstavou o středu S [7,10,6] a vrcholu A [3,10,3] v rovině α rovnoběžné s nárysnou. Bod V [7,0,6] je vrchol jehlanu. Zobrazte řez rovinou ρ (8,−9,6), stanovte viditelnost.

Řešení: 1. Určíme středovou kolineaci:

střed kolineace = vrchol V,

osa kolineace = průsečnice roviny podstavy α a roviny řezu ρ = o

dvojice odpovídajících si bodů: $B \leftrightarrow B' = VB \cap \rho$ (krycí přímka k).

2. Osa kolineace protíná podstavné hrany BC a EF v bodech I,II. Protože je jehlan dutý, jsou body I a II koncový a počáteční bod lomené čáry řezu.

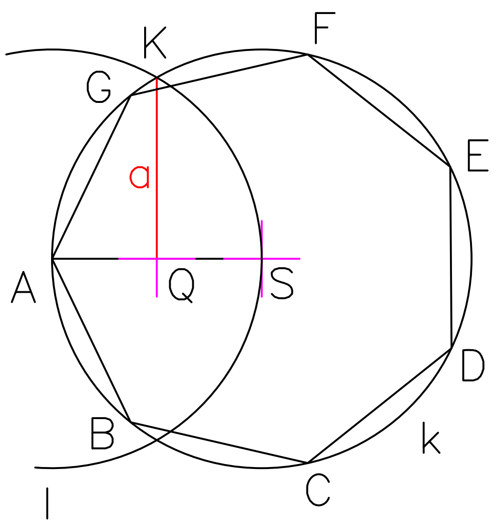
3. Další body řezu sestrojíme s využitím kolineace, body 1,2,3 a 4 jsou samodružné body na ose kolineace. (Bod S' je pomocný bod.)

KONSTRUKCE PRAVIDELNÉHO SEDMIÚHELNÍKA

Uvedená konstrukce je jen přibližná, přesná konstrukce využívající pravítko a kružítko neexistuje.

Sestrojte pravidelný sedmiúhelník o středu S a vrcholu A.

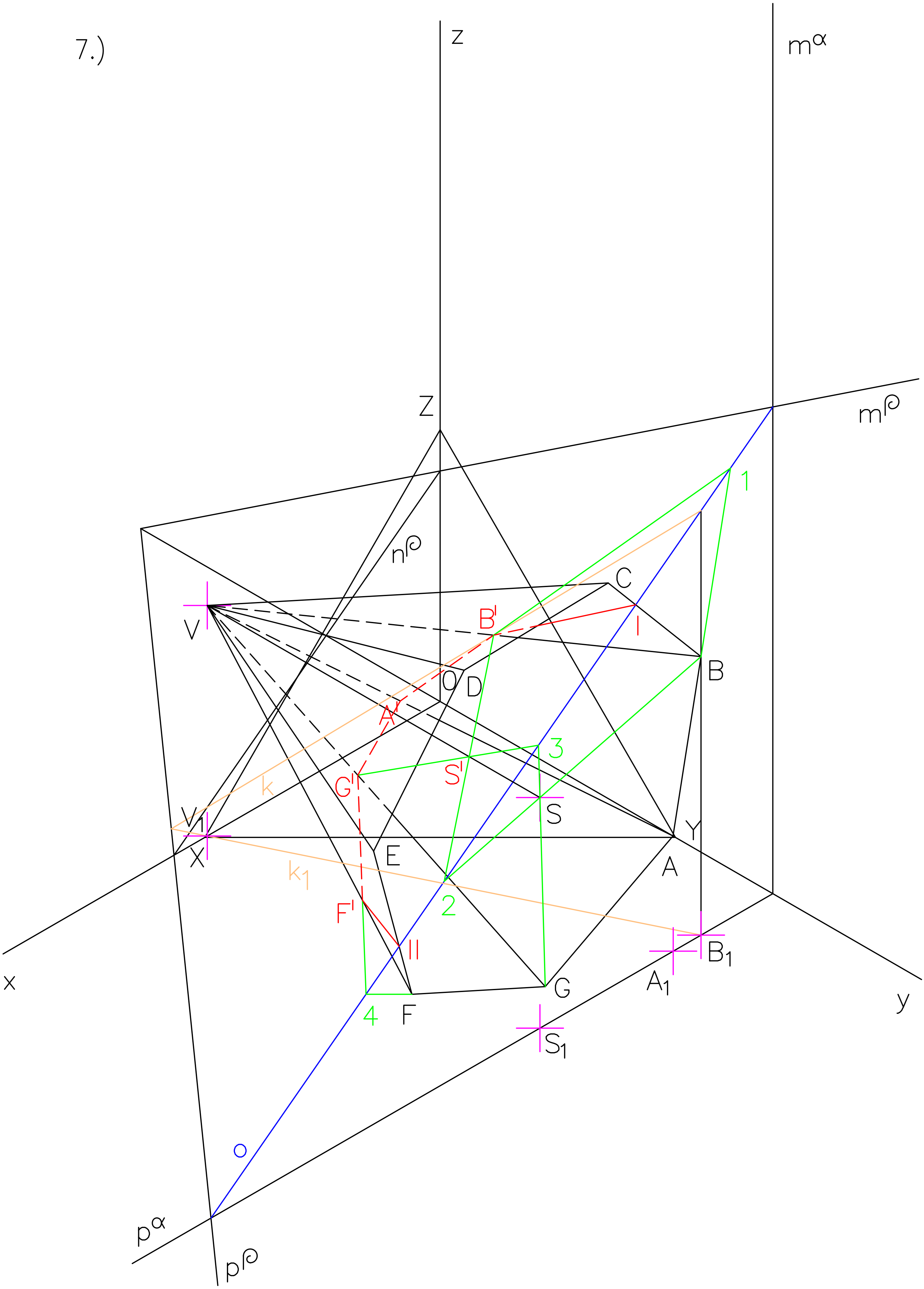
- Vrcholy pravidelného sedmiúhelníka leží na kružnici k (S,|SA|).
- Označme Q střed úsečky SA.
- Označme K jeden z průsečíků kružnice k a kružnice l (A,|SA|).
- Velikost úsečky a= |KQ| je přibližně velikost strany sedmiúhelníku.



V pravidelném sedmiúhelníku je AB ∥ CG ∥ DF

BC ∥ AD ∥ EG atd.

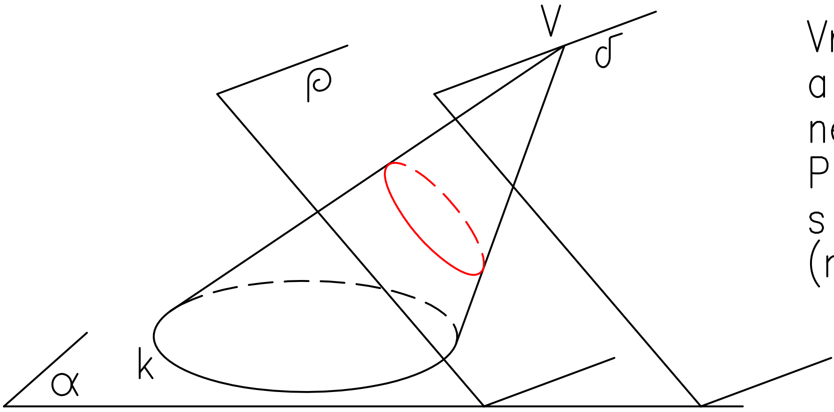
7.)



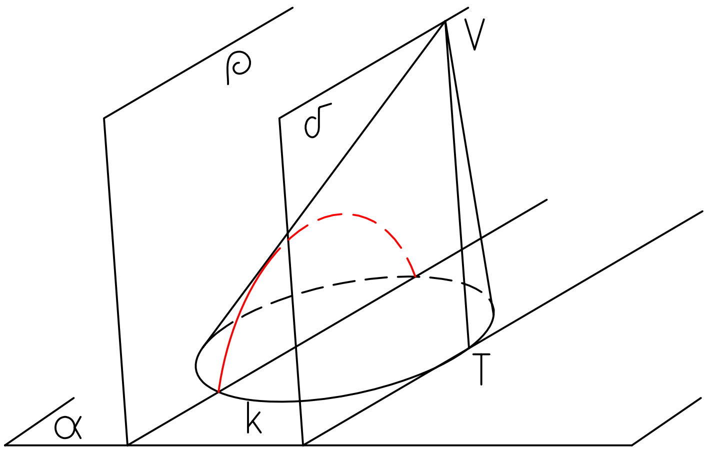
z
mα
Z
mρ
1
nρ
C
V
B'
I
B
0
D
A'
3
S'
G'
S
k
V1
Y
X
E
A
k1
2
F'
II
B1
A1
x
G
y
4
F
S1
o
pα
pρ

ŘEZ KUŽELE

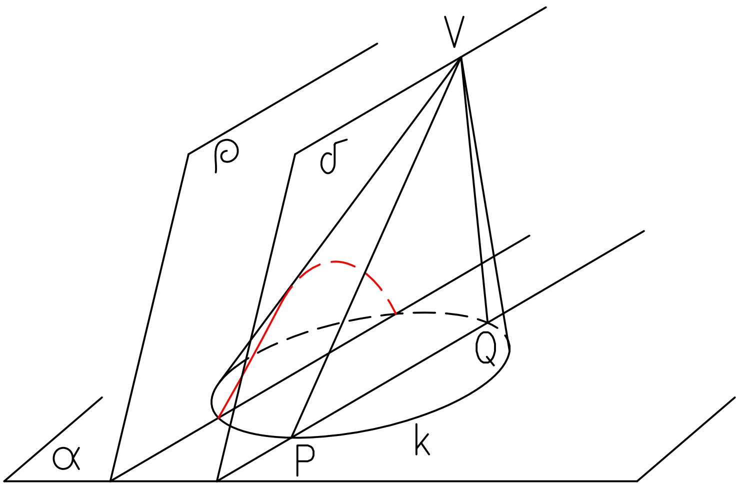
Je dán libovolný kruhový kužel s vrcholem V, dále je dána rovina ρ, která neprochází vrcholem V.
Průnikem příslušné kuželové plochy s rovinou ρ je kuželosečka.
O jakou kuželosečku se jedná, zjistíme pomocí tzv. vrcholové roviny.
Vrcholová rovina σ je rovina, která prochází vrcholem V a je rovnoběžná s rovinou ρ.



Vrcholová rovina σ a podstavná kružnice k nemají společné body.
Průnikem kuželové plochy s rovinou ρ je ELIPSA.
(může být i kružnice).



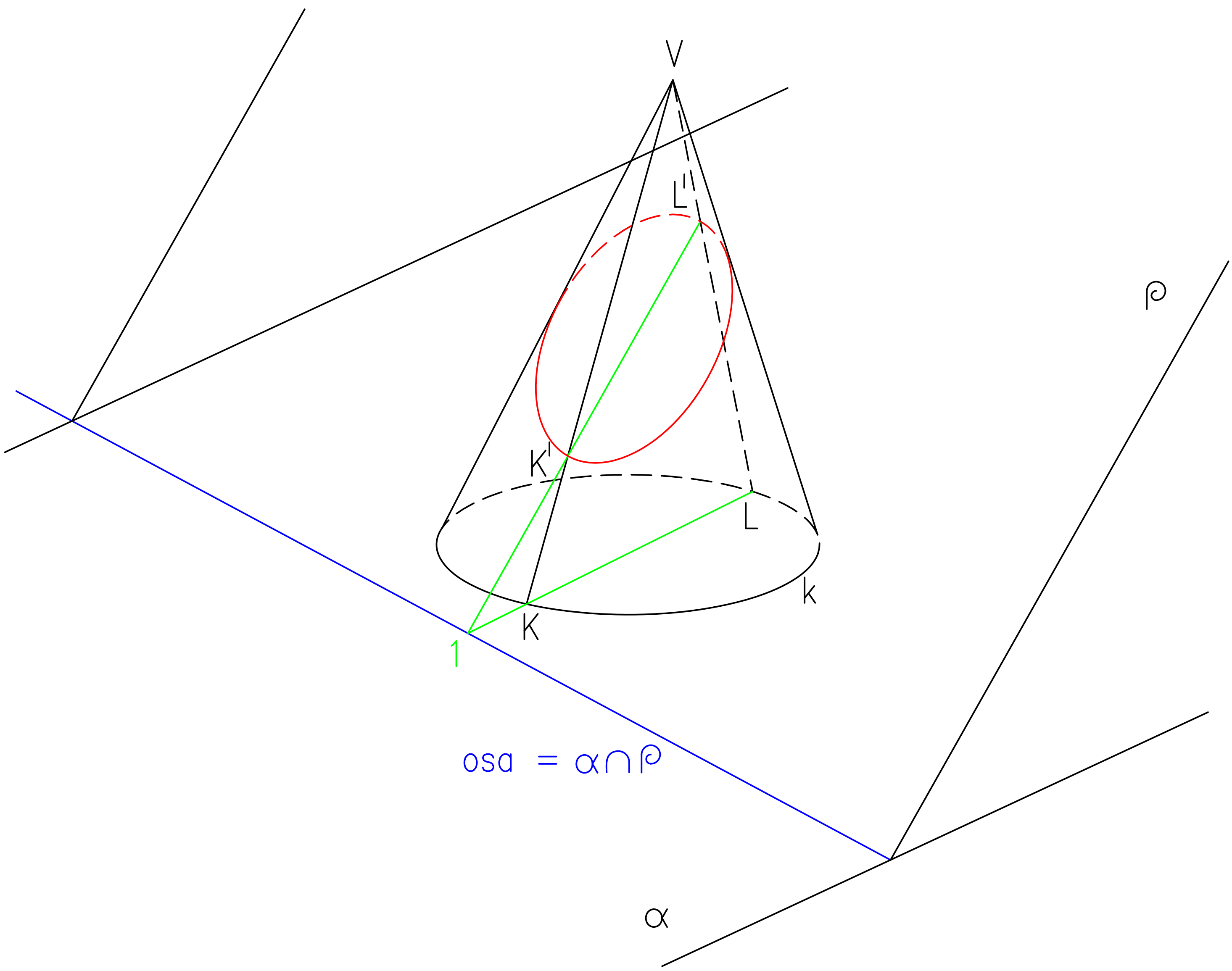
Vrcholová rovina σ a podstavná kružnice k mají společný bod T.
Vrcholová rovina σ je tečná rovina kuželové plochy.
Rovina ρ je rovnoběžná s přímkou VT, tj. průsečík VT a ρ je nevlastní bod.
Průnikem kuželové plochy s rovinou ρ je PARABOLA.



Vrcholová rovina σ a podstavná kružnice k mají dva společné body P,Q.
Rovina ρ je rovnoběžná s přímkami PV a QV, tj.průsečíky PV a QV s rovinou ρ jsou nevlastní body.
Průnikem kuželové plochy s rovinou ρ je HYPERBOLA .

Pokud rovina ρ neprochází vrcholem kužele a průnik s kuželem je neprázdný, je mezi podstavou a řezem kužele rovinou ρ vztah prostorové kolineace :
střed kolineace = vrchol kužele V,
osa kolineace = průsečnice roviny podstavy a roviny řezu ρ,
dvojice odpovídajících si bodů : bod K podstavné kružnice, který neleží na ose $\leftrightarrow$ průsečík K' přímky KV s rovinou ρ.
Zobrazujeme-li kužel a jeho řez rovinou ρ ($V \notin \rho$) v rovnoběžném promítání, využíváme středovou kolineaci, která je vlastně "obrazem" prostorové kolineace (rovnoběžným průmětem prostorové kolineace):
střed kolineace = průmět vrcholu kužele V,
osa kolineace = průmět průsečnice roviny podstavy a roviny řezu ρ,
dvojice odpovídajících si bodů: průmět bodu K podstavné kružnice (K neleží na ose) $\leftrightarrow$ průmět průsečíku K' přímky KV s rovinou ρ.

Toto nefunguje vždy. Pokud nastanou některé speciální případy (např. v rovnoběžném promítání je obrazem podstavy úsečka nebo obrazem roviny řezu je přímka), nelze kolineaci použít.



Zadání: A4 na výšku

8.) PA: $\triangle$ XYZ, X[6,5;8], |XY|=10, |XZ|=11, |YZ|=12
Je dán rotační kužel s podstavnou kružnicí k
o středu S [5,0,7] a poloměru r = 6 v nárysně ν (x,z).
Výška kužele je 12; označíme-li V vrchol kužele, je y-ová souřadnice bodu V kladná. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse včetně bodů dotyku).
Zobrazte řez kužele rovinou ρ (∞,5,11). Je-li průniková křivka příslušné kuželové plochy a roviny ρ elipsa, sestrojte osy jejího obrazu. Sestrojte body řezu na obryse a stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

Řešení: 1. Určíme vrcholovou rovinu σ. Vzhledem k tomu, že rovina ρ je kolmá k bokorysně, prochází bokorysná stopa roviny σ bodem V_3. Průsečnice roviny σ s rovinou podstavy je nárysná stopa roviny σ a ta neprotíná podstavnou kružnici k kužele.
Řezem kuželové plochy rovinou ρ je elipsa.

2. Určíme středovou kolineaci:
střed kolineace = vrchol V,
osa kolineace = průsečnice roviny podstavy ν
a roviny řezu ρ = nárysná stopa roviny ρ
dvojice odpovídajících si bodů: $K \in k$ libov. $\leftrightarrow$ $K' = KV \cap \rho$
(krycí přímka l).

3. Osa kolineace protíná kružnici k ve dvou bodech I,II.
Úsečka I II je součástí řezu kužele.

4. Další body řezu můžeme sestrojovat pomocí kolineace.
Ovšem chceme nejen zobrazit elipsu, ale i setrojit osy obrazu elipsy. V tom případě musíme dodržet následující postup:

a) Vybereme ten průměr kružnice k (označme jej p = AB), který je ve skutečnosti kolmý k ose kolineace.
Jinými slovy: Vybereme ten průměr kružnice k, kdy tečny v krajních bodech A a B průměru jsou rovnoběžné s osou kolineace.

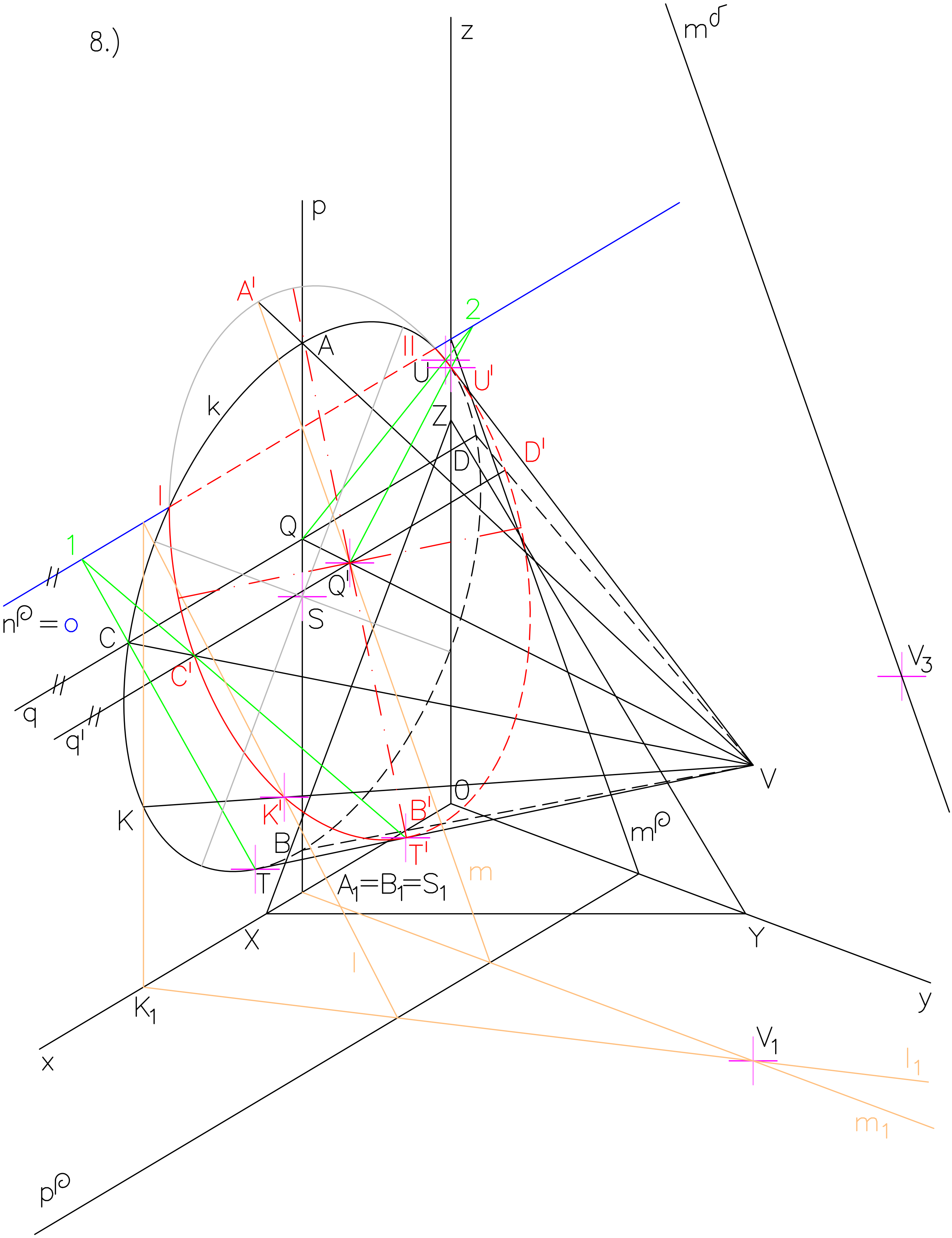
b) Zobrazíme průsečíky přímek VA a VB s rovinou ρ, označme je A' a B'. Ke konstrukci lze použít kolineaci, krycí přímky (zde m), průsečnici rovin ρ a (V,A,B)...
Úsečka $A'B'$ je průměr řezové elipsy, tedy střed Q' úsečky $A'B'$ je střed této elipsy.

c) K bodu Q' najdeme odpovídající bod v kolineaci, bod Q je průsečík VQ' s přímkou p.
Všiměte si, že $Q \neq S$ a $Q \neq Q_2'$!!!

d) Bodem Q vedem přímku q, která je rovnoběžná s osou kolineace. Tato přímka protíná kružnici k v bodech C a D. Zobrazíme průsečíky přímek VC a VD s rovinou ρ, označme je C' a D'. Ke konstrukci lze použít kolineaci, krycí přímky, průsečnice rovin ρ a (V,C,D)...
Vždy $q' = C'D' \parallel q \parallel o$.
e) Průměry $A'B'$ a $C'D'$ jsou sdružené průměry obrazu elipsy řezu. Použijeme Rytzovu konstrukci.

5. Ke změně viditelnosti dojde na obrysu kužele, jednak jsou to body I a II a body T', U' na obrysových přímkách TV a UV. Zobrazíme průsečíky T', U' přímek TV a UV s rovinou ρ.
Ke konstrukci lze použít kolineaci (samodružné body 1,2) nebo krycí přímky...

8.)



z
m^σ
p
A'
A
2
II
U
U'
k
Z
D'
D
I
Q
1
Q'
S
n^ρ = o
C
C'
q
q'
V_3
V
K'
B'
K
0
m^ρ
B
T'
T
m
A_1=B_1=S_1
X
Y
l
y
K_1
V_1
l_1
m_1
x
p^ρ

Zadání: A4 na výšku

9.) PA: △ XYZ, X[5,5;9], |XY|=9, |XZ|=|YZ|=12

Je dán rotační kužel s podstavnou kružnicí k o středu S [0,0,0] a poloměru r = 5 v půdorysně π (x,y). Bod V [0,0,13] je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse včetně bodů dotyku).

Dále je dána přímka p=QR, Q[8,6,0], R[4,0,11].

Určete rovinu ρ tak, aby obsahovala přímku p a řezem příslušné kuželové plochy byla parabola. Zobrazte řez kužele rovinou ρ a sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

Pozn. Vyberte tu rovinu ρ, která protíná osu x v záporné části.

Řešení: 1. Rovinu ρ zatím neznáme, pouze víme, že přímka p v ní leží. Protože řezem příslušné kuželové plochy má být parabola, musí být vrcholová rovina σ tečnou rovinou kuželové plochy. Přímka d, která prochází vrcholem V a je rovnoběžná s přímkou p, leží ve vrcholové rovině. Úkolem je určit vrcholovou rovinu σ, která obsahuje přímku d a je tečnou rovinou kuželové plochy. Označme D průsečík přímky d s rovinou kružnice k. Z bodu D vedeme tečny t a u ke kružnici k (sestrojíme tečny z bodu k elipse). Jsou tedy dvě možná řešení; rovina ρ je buď rovnoběžná s rovinou (V,t) nebo s rovinou (V,u).

Podle poznámky v zadání vybereme vrcholovou rovinu σ (V,t). Zobrazíme stopy roviny ρ (Q leží na p^{ρ}, R leží na n^{ρ}, $p^{\rho} \parallel t$).

2. Určíme středovou kolineaci:

střed kolineace = vrchol V,

osa kolineace = průsečnice roviny podstavy π a roviny řezu ρ = půdorysná stopa roviny ρ,

dvojice odpovídajících si bodů: $K \in k$ libovol. $\leftrightarrow$ $K' = KV \cap \rho$.

3. Osa kolineace protíná kružnici k ve dvou bodech I,II.

Úsečka I II je částí řezu kužele.

4. Další body setrojíme pomocí kolineace:

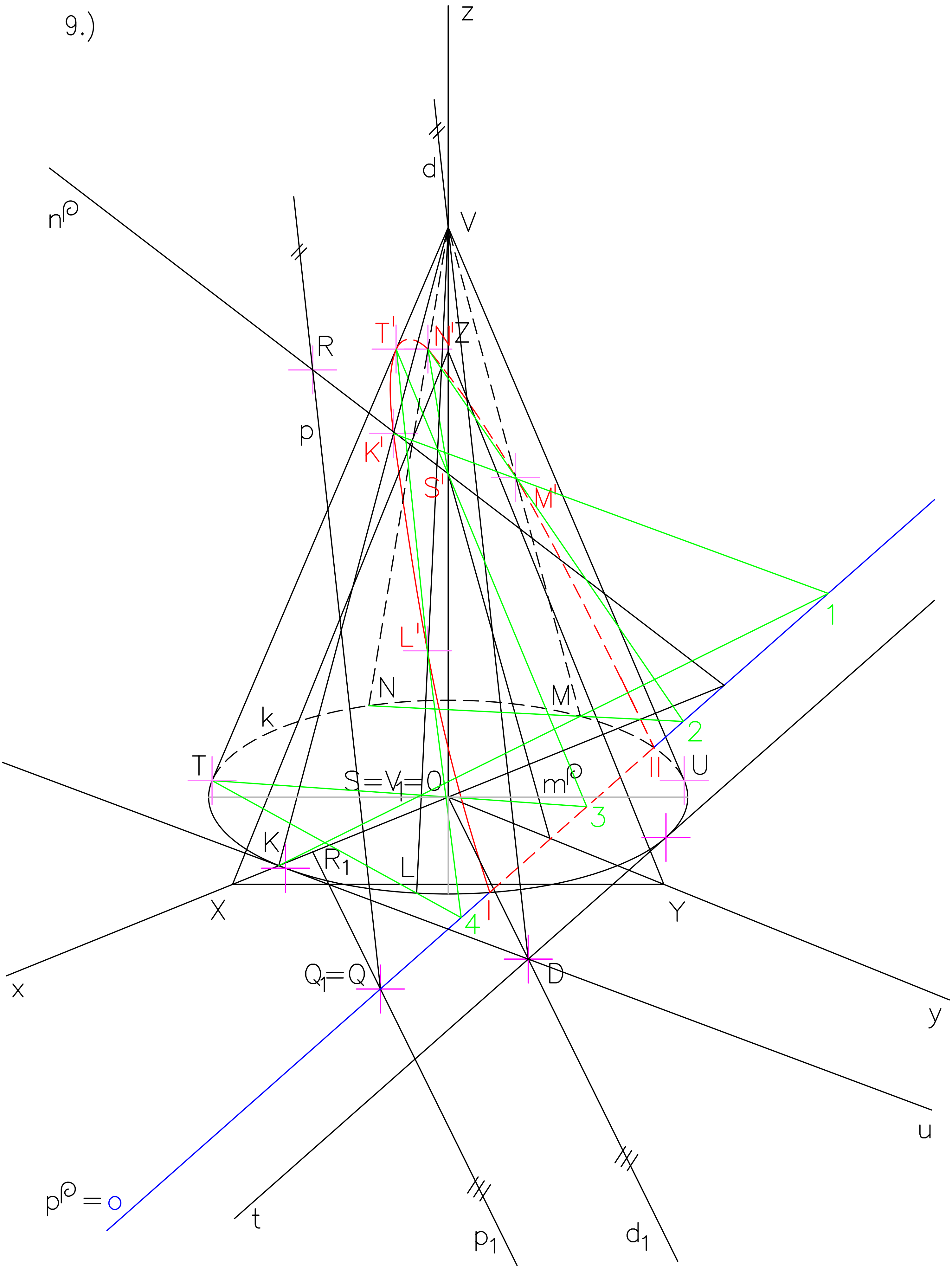
$M \leftrightarrow M'$ (samodružný bod 1), $N \leftrightarrow N'$ (samodružný bod 2)...

Lze použít i bod $S' = VS \cap \rho$, pokud není příliš blízko bodu S.

5. Body řezu na obryse (změna viditelnosti):

$I, T' = TV \cap \rho$ (samodružný bod 3).

9.)



z
d
V
n℘
R
p
T'
N'
Z
K'
S'
M'
1
L'
N
M
k
2
T
S=V1=O
m℘
U
II
3
K
R1
L
X
I
4
Y
Q1=Q
D
x
y
u
p℘ = o
t
p1
d1

Zadání: A4 na výšku

10.) PA: $\triangle XYZ$, $X[4,8]$, $|XY|=10$, $|XZ|=12$, $|YZ|=11$

Je dán kosý kruhový kužel s podstavnou kružnicí k o středu $S[5,9,11]$ a poloměru $r = 5$ v rovině α rovnoběžné s půdorysnou π (x,y). Bod $V[4,6,0]$ je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse včetně bodů dotyku). Zobrazte řez kužele rovinou ρ $(10,\infty,12)$. Je–li průniková křivka příslušné kuželové plochy a roviny ρ elipsa, sestrojte osy jejího obrazu.

Sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

Řešení: 1. Určíme vrcholovou rovinu σ. Průsečnice $\alpha \cap \sigma$ roviny podstavy a roviny vrcholové neprotíná podstavnou kružnici k. Řezem kuželové plochy rovinou ρ je elipsa.

2. Určíme středovou kolineaci:

střed kolineace = vrchol V,

osa kolineace = průsečnice roviny podstavy α a roviny řezu ρ = o,

dvojice odpovídajících si bodů: $U \in k \leftrightarrow U' = UV \cap \rho$ (krycí přímka l).

3. Osa kolineace protíná kružnici k ve dvou bodech I,II. Úsečka I II je součástí řezu kužele.

4. Pro sestrojení obrazu os elipsy se budeme držet postupu uvedeného v příkladu 8. Používáme stejné značení.

a) $p=AB$ je průměr kružnice k, který je ve skutečnosti kolmý k ose o.

b) $B'=VB \cap \rho$ (krycí přímka m), $A'=VA \cap \rho$,Q' je střed úsečky $A'B'$.

c) $Q=VQ' \cap p$

d) q: $Q \in q$, $q \parallel o$

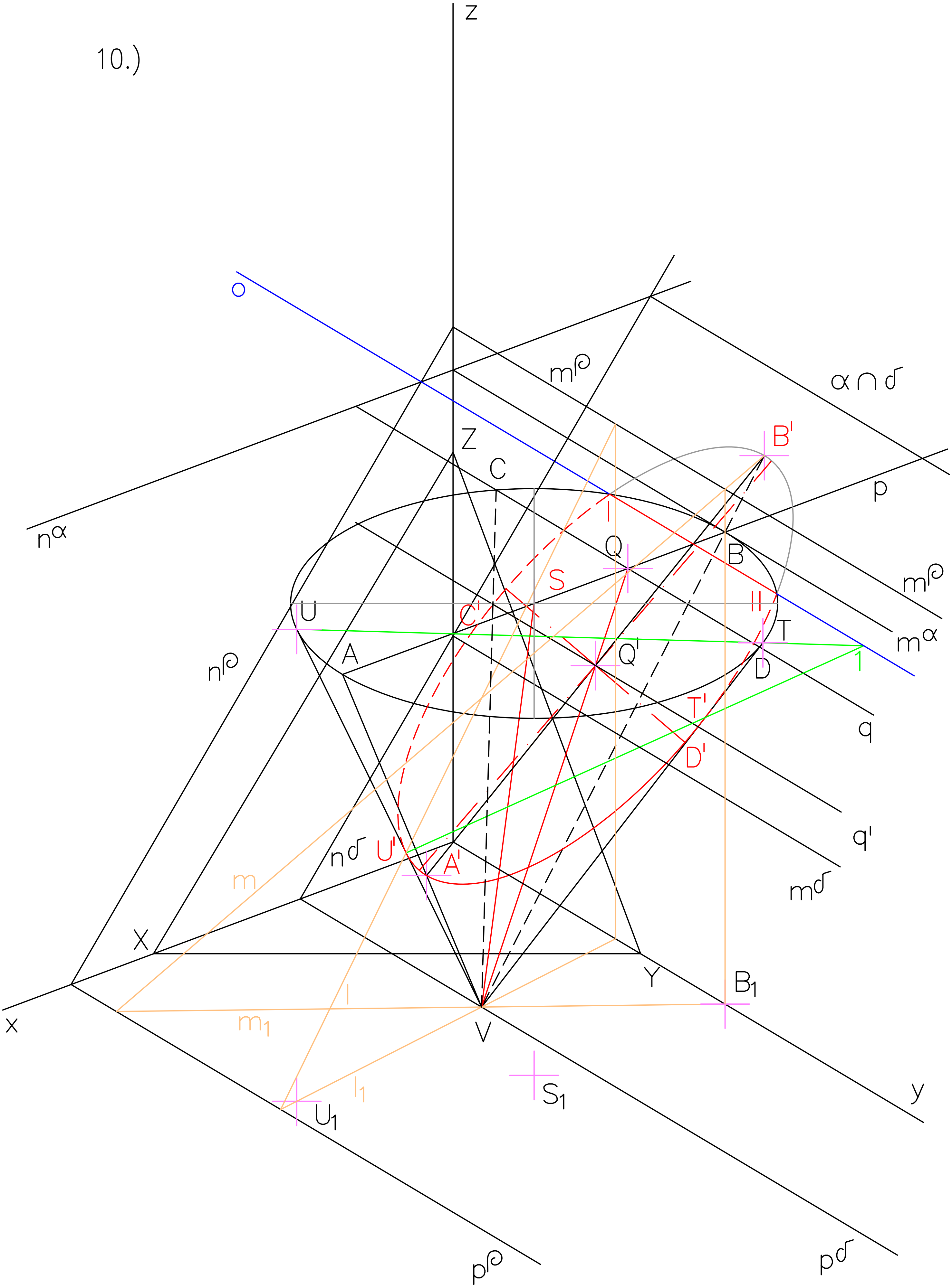
$q \cap k=\{C,D\}$

$C'=VC \cap \rho$, $D'=VD \cap \rho$ $(q'=C'D' \parallel q \parallel o)$

e) Použijeme Rytzovu konstrukci pro sdružené průměry $A'B'$ a $C'D'$.

5. Body řezu na obryse (změna viditelnosti): I,II,U',T' (použita kolineace; samodružný bod 1)

10.)



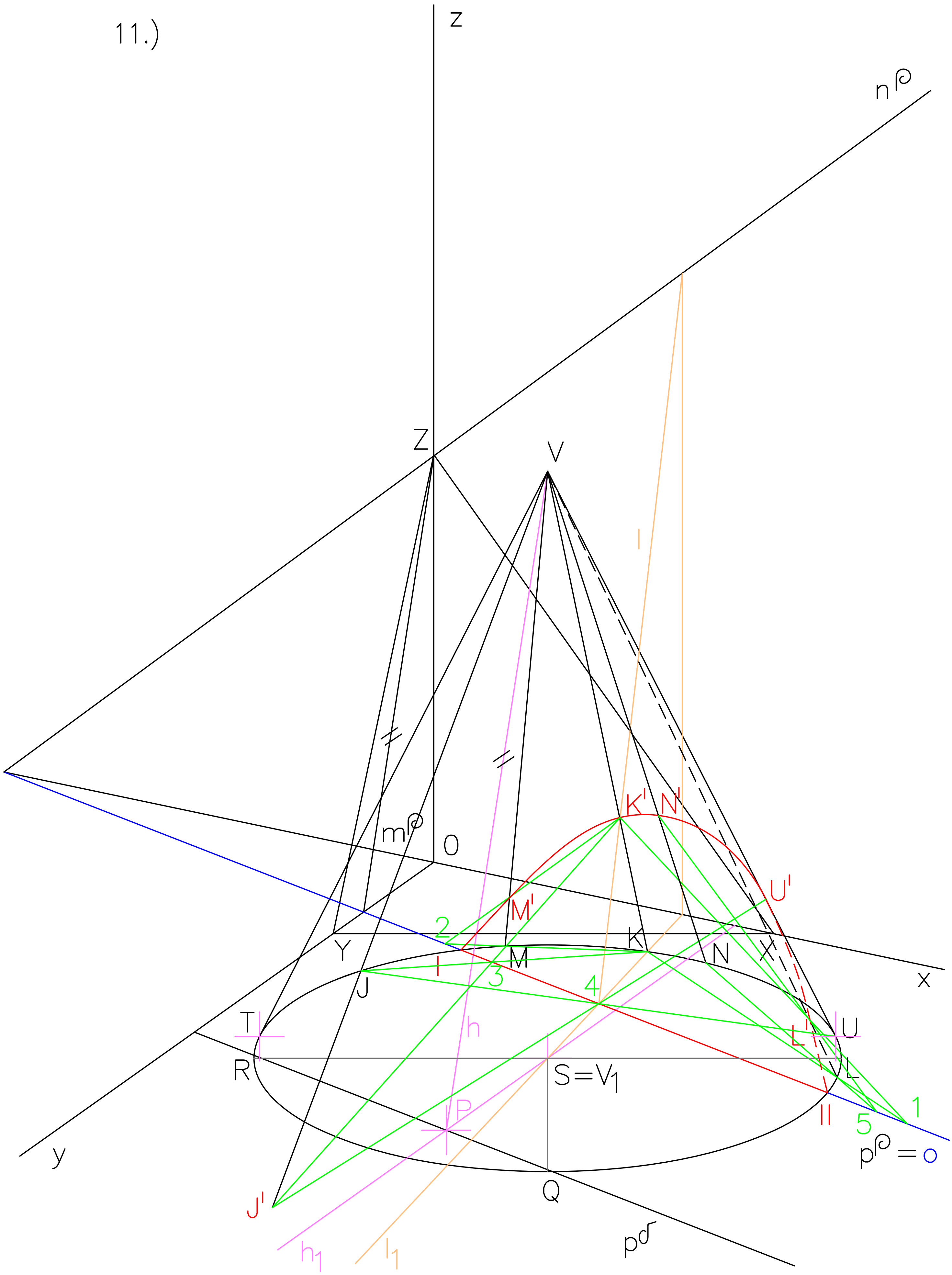
z
o
m^ρ
α ∩ σ
B'
Z
C
p
n^α
I
Q
B
m^ρ
S
II
U
C'
T
m^α
n^ρ
A
Q'
D
1
T'
q
D'
q'
n^σ
U'
A'
m
m^σ
X
Y
B1
I
m1
V
l1
S1
x
U1
y
p^ρ
p^σ

Zadání: A4 na výšku

11.) PA: $\triangle$ YXZ, Y[7,5;8], |YX|=9, |YZ|= 10, |XZ|=12, PODHLED !
Je dán rotační kužel s podstavnou kružnicí k
o středu S [7,8,0] a poloměru r = 6 v půdorysně π (x,y).
Bod V [7,8,13] je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte
tečny z bodu k elipse včetně bodů dotyku).
Zobrazte řez kužele rovinou ρ (−10,3,9). Je−li průniková křivka
příslušné kuželové plochy a roviny ρ elipsa, sestrojte osy jejího
obrazu. Sestrojte body řezu na obryse a stanovte
viditelnost.

Řešení: 1. Určíme vrcholovou rovinu σ, stačí zobrazit průsečnici roviny σ
a roviny podstavy π, tj. půdorysnou stopu roviny σ.
Použili jsme půdorysný stopník P hlavní přímky h třetí osnovy
roviny σ.
Průsečnice $\sigma \cap \pi$ roviny podstavy a vrcholové roviny protíná
podstavnou kružnici k ve dvou bodech R a Q.
Řezem příslušné kuželové plochy rovinou ρ je hyperbola.
2. Určíme středovou kolineaci:
střed kolineace = vrchol V,
osa kolineace = průsečnice roviny podstavy π a
roviny řezu ρ = půdorysná stopa roviny ρ,
dvojice odpovídajících si bodů: K $\in$ k libovol. $\leftrightarrow$ K' = KV $\cap\, \rho$
(krycí přímka l).
3. Osa kolineace protíná kružnici k ve dvou bodech I,II.
Úsečka I II je součástí řezu kužele.
4. Další body hyperboly setrojíme pomocí kolineace:
L $\leftrightarrow$ L' (samodružný bod 1), M $\leftrightarrow$ M' (samodružný bod 2)
J $\leftrightarrow$ J' (samodružný bod 3), U $\leftrightarrow$ U' (samodružný bod 4) atd.
(Bod J je pouze pomocným.)
5. Body řezu na obryse (změna viditelnosti):
II, U'.

11.)


z
nρ
Z
V
I
m ρ
O
K' N'
U'
M'
2
K
N
X
Y
M
I
3
x
J
4
T
h
L' U
R
S=V1
L
P
1
II
5
y
pρ = o
J'
Q
pσ
h1
l1

Zadání: A4 na výšku

12.) PA: $\triangle YXZ$, $Y[6;8]$, $|YX|=10$, $|YZ|= 12$, $|XZ|=11$, PODHLED !
Je dán kosý kruhový kužel s podstavnou kružnicí k o středu $S[7,0,5]$ a poloměru $r = 5$ v nárysně $\nu(x,z)$.
Bod $V[5,11,6]$ je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse včetně bodů dotyku).
Dále je dána přímka $p=QR$, $Q[1,10,7]$, $R[4;6;4,5]$.
Určete rovinu ρ tak, aby obsahovala přímku p a řezem příslušné kuželové plochy byla parabola. Zobrazte řez kužele rovinou ρ a sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.
Pozn. Vyberte tu rovinu ρ, která protíná osu x v kladné části.

Řešení: 1. Protože řezem příslušné kuželové plochy má být parabola, budeme postupovat dle pokynů v příkladě 9:

d: $V\in d$, $d \parallel p$	přímka vrcholové roviny
$D = d\cap \nu$	průsečík přímky d s rovinou podstavy
t,u	tečny z bodu D ke kružnici k

Podle poznámky v zadání vybereme vrcholovou rovinu $\sigma(V,t)$.
Zobrazíme stopy roviny ρ (N leží na n^{ρ}, $n^{\rho}\parallel t$, $P\in p^{\rho}$, $M\in m^{\rho}$).

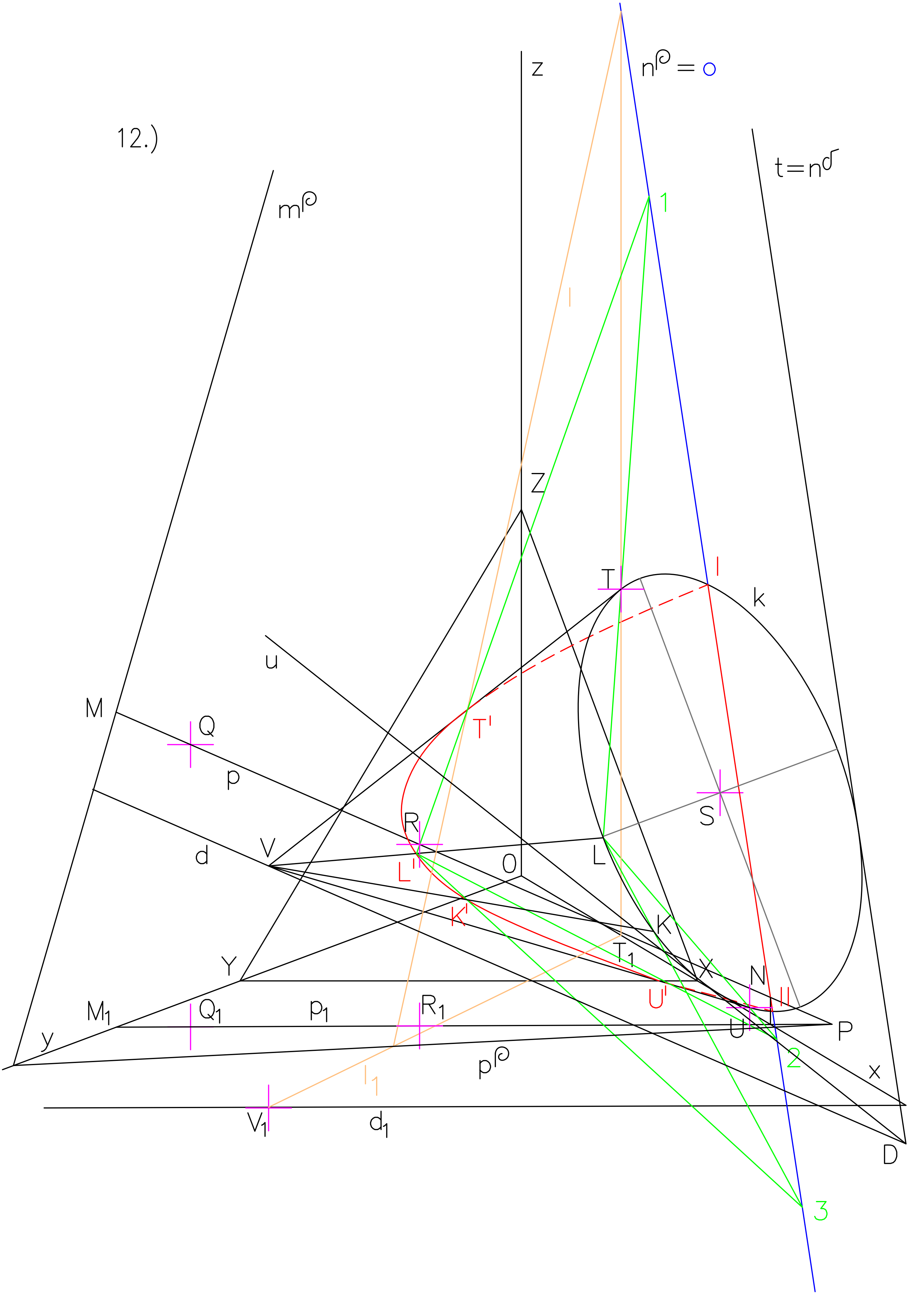
2. Určíme středovou kolineaci:
střed kolineace = vrchol V,
osa kolineace = průsečnice roviny podstavy ν a roviny řezu ρ = nárysná stopa roviny ρ
dvojice odpovídajících si bodů: $T\in k \leftrightarrow T' = TV\cap\rho$ (krycí přímka l).

3. Osa kolineace protíná kružnici k ve dvou bodech I,II.
Úsečka I II je součástí řezu kužele.

4. Další body části paraboly setrojíme pomocí kolineace:
$L \leftrightarrow L'$ (samodružný bod 1), $U \leftrightarrow U'$ (samodružný bod 2) atd.

5. Body řezu na obryse (změna viditelnosti):
I, II, T', U' .

12.)



z
n^ρ = o
t = n^σ
m^ρ
1
l
Z
I
T
k
u
M
Q
T'
p
R
S
d
V
O
L
L'
K'
K
T1
Y
X
N
II
M1
Q1
p1
R1
U'
U
P
y
2
p^ρ
l1
x
V1
d1
D
3

Zadání: A4 na výšku

13.) PA: $\triangle$ YXZ, Y[7,9], |YX|=11, |XZ|=9, |YZ|=10 PODHLED !

Je dán kosý kruhový kužel s podstavnou kružnicí k o středu S [−2,6,7] a poloměru r = 5 v rovině α rovnoběžné s bokorysnou ω (y,z). Bod V [11,5,6] je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse včetně bodů dotyku). Zobrazte řez kužele rovinou ρ (4,7,∞). Je-li průniková křivka příslušné kuželové plochy a roviny ρ elipsa, sestrojte osy jejího obrazu.

Sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

Řešení: 1. Určíme vrcholovou rovinu σ. Průsečnice $\alpha \cap \sigma$ roviny podstavy a roviny vrcholové neprotíná podstavnou kružnici k. Řezem kuželové plochy rovinou ρ je elipsa.

2. Určíme středovou kolineaci:

střed kolineace = vrchol V,

osa kolineace = průsečnice roviny podstavy α a roviny řezu ρ = o,

dvojice odpovídajících si bodů: $U \in k \leftrightarrow U' = UV \cap \rho$.

3. Osa kolineace protíná kružnici k ve dvou bodech I,II.

Úsečka I II je součástí řezu kužele.

4. Pro sestrojení obrazu os elipsy se budeme držet postupu uvedeného v příkladu 8. Používáme stejné značení.

a) p=AB je průměr kružnice k, který je ve skutečnosti kolmý k ose o.

b) $A'=VA \cap \rho$, $B'=VB \cap \rho$, Q' je střed úsečky $A'B'$.

c) $Q=VQ' \cap p$

d) q: $Q \in q$, q ‖ o

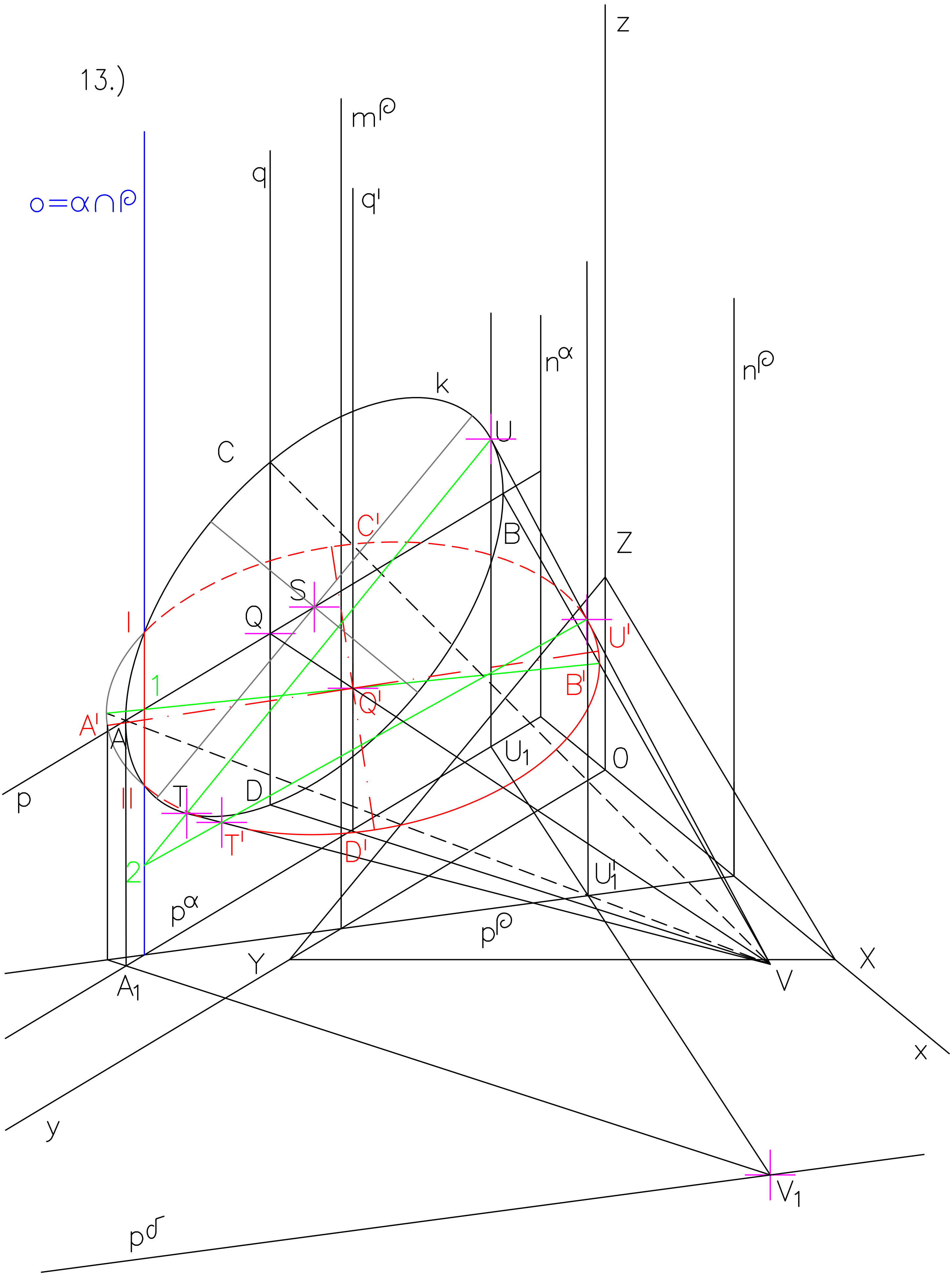
$q \cap k=\{C,D\}$

$C'=VC \cap \rho$, $D'=VD \cap \rho$ ($q'=C'D'$ ‖ q ‖ o).

e) Použijeme Rytzovu konstrukci pro sdružené průměry $A'B'$ a $C'D'$.

5. Body řezu na obryse (změna viditelnosti): I,II,U',T' (použita kolineace; samodružný bod 2)

13.)


o=α∩ρ
z
mρ
q
q'
nα
nρ
k
U
C
C'
B
Z
S
Q
I
U'
B'
1
A'
Q'
A
U1
O
p
T
D
II
T'
D'
2
U'1
pα
pρ
Y
X
V
A1
x
y
V1
pσ

Zadání: A4 na výšku

14.) PA: △ XYZ, X[5,9], |XY|=10 IZOMETRIE

Je dán rotační kužel s podstavnou kružnicí k o středu S [6,8,11] a poloměru r = 5,5 v rovině α rovnoběžné s půdorysnou π (x,y).

Vrchol V leží v půdorysně. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse včetně bodů dotyku).

Dourčete rovinu ρ (5,−9,?) tak, aby řezem příslušné kuželové plochy byla parabola. Zobrazte řez kužele rovinou ρ a sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

Pozn. Vyberte tu rovinu ρ, která protíná osu z v její kladné části.

Řešení: 1. Protože řezem příslušné kuželové plochy má být parabola, budeme bostupovat dle pokynů v příkladě 9.

Rovinu ρ zatím neznáme, pouze víme, že přímka $p=p^{\rho}$ (půdorysná stopa roviny ρ) v ní leží.

d: $V \in d$, d II p je přímka vrcholové roviny σ.

Přímka d tentokrát neprotíná rovinu kružnice k, neboť je s ní rovnoběžná.

Tečnou rovinu σ kuželové plochy dourčíme tak, že zobrazíme tečny t a u kružnice k, které jsou rovnoběžné s přímkou d (sestrojte tečny elipsy daného směru).

Jsou dvě možná řešení; rovina ρ je buď rovnoběžná s rovinou (V,t), nebo s rovinou (V,u).

Podle poznámky v zadání vybereme vrcholovou rovinu σ (V,t).

Zobrazíme stopy roviny ρ.

2. Určíme středovou kolineaci:

střed kolineace = vrchol V,

osa kolineace = průsečnice roviny podstavy α a roviny řezu ρ = o,

dvojice odpovídajících si bodů: $T \in k \leftrightarrow T' = TV \cap \rho$ (krycí přímka I).

3. Osa kolineace protíná kružnici k ve dvou bodech I,II.

Úsečka I II je částí řezu kužele.

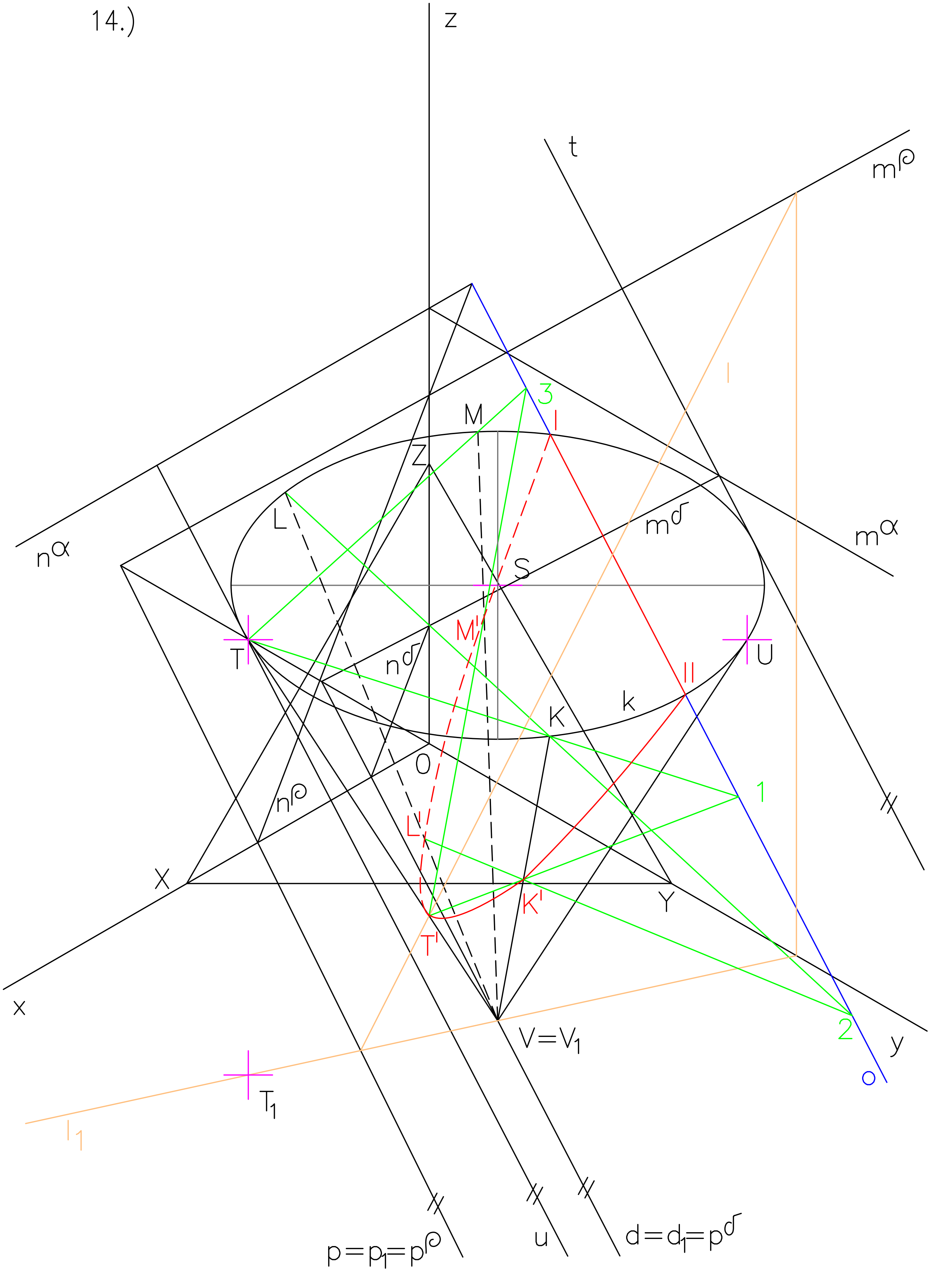
4. Další body setrojíme pomocí kolineace:

$K \leftrightarrow K'$(samodružný bod 1), $L \leftrightarrow L'$(samodružný bod 2), atd.

5. Body řezu na obryse (změna viditelnosti):

I, $T' = TV \cap \rho$

14.)


z
t
m^ρ
m^α
m^σ
n^α
n^σ
n^ρ
3
M
I
Z
L
S
M'
T
U
II
K
k
O
1
L'
X
K'
Y
T'
x
2
y
$V=V_1$
o
T_1
l_1
l
$p=p_1=p^\rho$
u
$d=d_1=p^\sigma$

Zadání: A4 na výšku

15.) PA: $\triangle XYZ$, $X[5,8]$, $|XY|=10$, $|XZ|=12$, $|YZ|=11$

Je dán kosý kruhový kužel s podstavnou kružnicí k o středu $S[0,7,6]$ a poloměru $r = 5$ v bokorysně ω (y,z). Bod $V[14,7,3]$ je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse včetně bodů dotyku). Zobrazte řez kužele rovinou ρ (4,−13,6). Je-li průniková křivka příslušné kuželové plochy a roviny ρ elipsa, sestrojte osy jejího obrazu.

Sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

Řešení: 1. Určíme vrcholovou rovinu σ. Průsečnice $\omega \cap \sigma$ roviny podstavy a roviny vrcholové (tj. bokorysná stopa roviny σ) neprotíná podstavnou kružnici k.

Řezem kuželové plochy rovinou ρ je elipsa.

K sestrojení obrazu bokorysné stopy jsme použili hlavní přímku druhé osnovy procházející bodem V.

2. Určíme středovou kolineaci:

střed kolineace = vrchol V,

osa kolineace = průsečnice roviny podstavy ω a roviny řezu ρ = bokorysná stopa m^ρ,

dvojice odpovídajících si bodů: $U \in k \leftrightarrow U' = UV \cap \rho$ (krycí přímka k).

3. Osa kolineace protíná kružnici k ve dvou bodech I,II.

Úsečka I II je součástí řezu kužele.

4. Pro sestrojení os obrazu elipsy řezu se budeme držet postupu uvedeného v příkladu 8.

a) $p=AB$ je průměrem kružnice k, který je ve skutečnosti kolmý k ose $o=m^\rho$.

Ke konstrukci průměru p jsme použili otočení. Také je možné hledat body dotyku A a B tečen elipsy rovnoběžných s osou o.

b) $A'=VA \cap \rho$ (krycí přímka m), $B'=VB \cap \rho$

Q' je středem úsečky $A'B'$.

c) $Q=VQ' \cap p$

d) q: $Q \in q$, $q \parallel o$

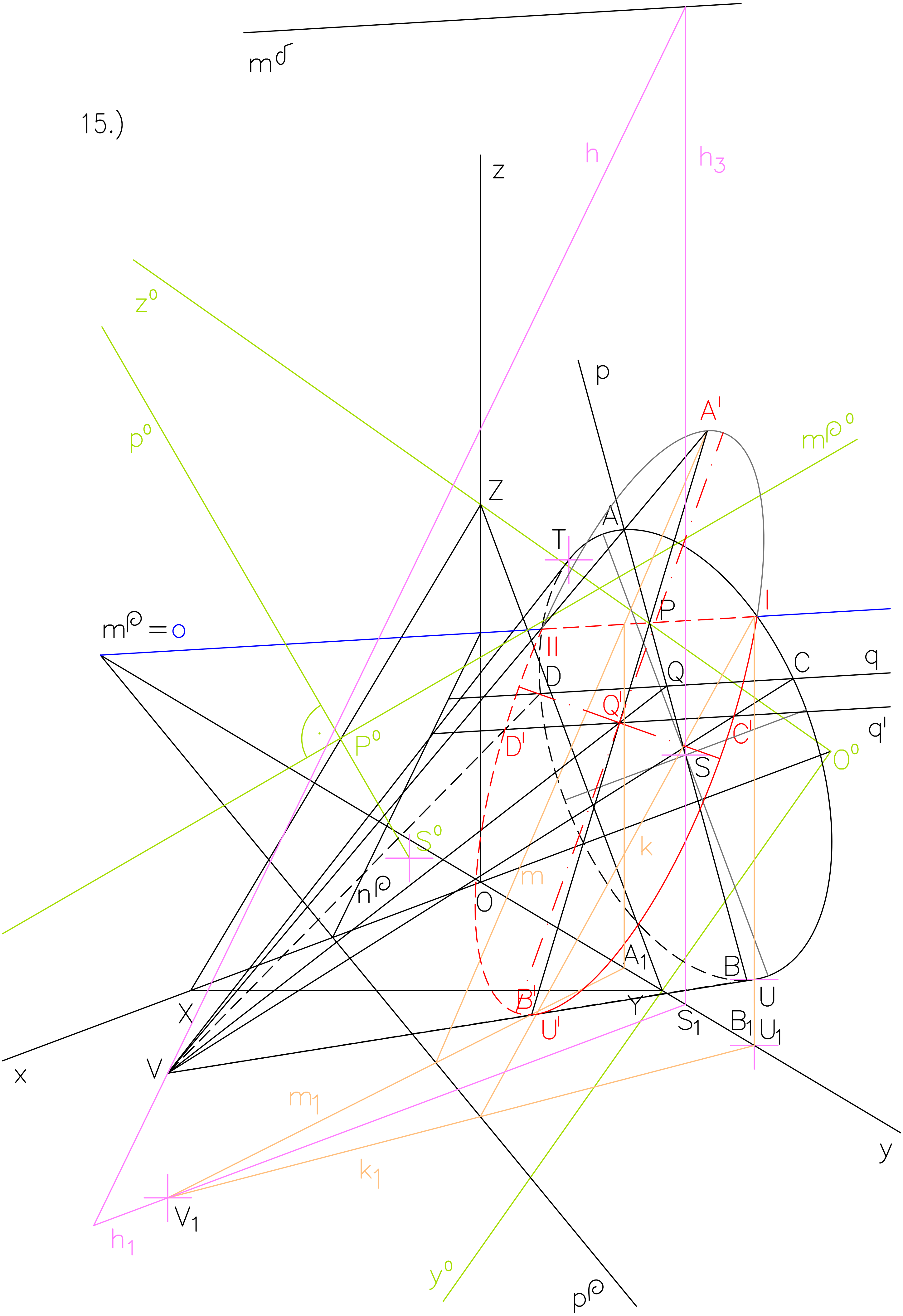
$q \cap k=\{C,D\}$

$C'=VC \cap \rho$, $D'=VD \cap \rho$ ($q=C'D' \parallel q \parallel o$)

e) Použijeme Rytzovu konstrukci pro sdružené průměry $A'B'$ a $C'D'$.

5. Body řezu na obryse (změna viditelnosti): I, U'.

15.)



mσ
h
h3
z
Z
z°
p°
p
A'
mρ°
A
T
P
I
II
mρ = o
D
Q
q
C
Q'
q'
C'
D'
P°
S
O°
S°
k
m
nρ
O
A1
B
U
X
Y
B'
U'
S1
B1
U1
V
x
m1
k1
V1
h1
y°
pρ
y