A4 na výšku

1.) PA: △ XYZ, X[5;8] |XY|=10, |YZ|=11, |XZ|=9
Zobrazte bod A[3,5;11;6], dále zobrazte jeho půdorys, nárys a bokorys.

A4 na výšku

2.) PA: △ YXZ, Y[5;10], |YX|=10, |XZ|=11, |YZ|=9, PODHLED
Zobrazte bod A[11;-4,5;-5,5], dále zobrazte jeho půdorys, nárys a bokorys.

A4 na výšku

3.) PA: △ XYZ, X[5;11], |XY|=|YZ|=11, |XZ|=9
Zobrazte bod A[8;4;5].

A4 na výšku

4.) PA: △ XYZ, X[5;7], |XY|=10, |YZ|=11, |XZ|=9
Zobrazte přímku p=AB, A[3,5;11;4], B[12;2;11], dále zobrazte její půdorys, nárys a bokorys.

A4 na výšku

5.) PA: △ YXZ, Y[6;5,5], |YX|=9, |YZ|=11, |XZ|=12, PODHLED
Zobrazte přímku p=AB, A[3;8;7], B[9;2;-1,5], dále zobrazte její stopníky.

A4 na výšku

6.) PA: △ XYZ, X[5;6], |XY|=10, izometrie
Zobrazte přímku p=AB, A[4;2;10], B[6;4;5], dále zobrazte stopníky této přímky.

A4 na výšku

7.)<u>PA:</u>△ YXZ, Y[4,5;7], |YX|=10, |YZ|=9, |XZ|=11, PODHLED
Zobrazte rovinu α(13,7,12) a rovinu β(5,10,−6).

A4 na výšku

8.)<u>PA:</u>△ XYZ, X[6;9], |XY|=9, |YZ|=|XZ|=8
Zobrazte stopy roviny α(4,∞,9) a axonometrickou stopu této roviny, tj. průsečnici $a^{\alpha} = \alpha \cap \rho$.

A4 na výšku

9.)<u>PA:</u>△ YXZ, Y[6,5;8], |YX|=|XZ|=11, |YZ|=9, PODHLED
Zobrazte stopy roviny α(A,B,C), A[5;6;16], B[8;−4;5] a C[−3;6;10].

A4 na výšku

10.)<u>PA:</u>△XYZ, X[7;9], |XY|=9, |YZ|=11, |XZ|=10
Je dána rovina α(7,−11,4). Dourčete přímku a=AB tak, aby ležela v rovině α, A[7;4;?],B[2;5;?].

A4 na výšku

11.)<u>PA:</u>△ YXZ, Y[7;9], |YX|=|YZ|=9, |XZ|=10, PODHLED!
Je dána rovina α(4,7,−9). Dourčete přímku a=AB tak, aby ležela v rovině α, A[8;?;4], B[3;?;8].

A4 na výšku

12.)<u>PA:</u>△XYZ, X[5,5;10], |XY|=9, izometrie
Je dána rovina α (5,−8,−4). Zobrazte bod A[2;6;?], který leží v rovině α.

A4 na výšku

13.) PA: $\triangle YXZ$, Y[5;8], |YX|=|XZ|=10, |YZ|=11, PODHLED!
Je dána rovina $\alpha(-4,-7,6)$. Dourčete přímku a=AB tak, aby ležela v rovině α, A[4;9;?], B[5;3;?].

A4 na výšku

14.) PA: $\triangle XYZ$, O[10;12], osa z je svislá, $\sphericalangle(x,z)=120°$, $\sphericalangle(y,z)=135°$.
Je dána rovina $\alpha(-8,5,9)$. Zobrazte hlavní přímky roviny α, Které procházejí jejím bodem A [6;3;?].

A4 na výšku

15.) PA: $\triangle XYZ$, X[5,5;10], |XY|=9, |XZ|=10, |YZ|=11
Zobrazte stopy roviny α(A,B,C), A[12;10;5], B[12;6;9], C[7;13;6].

A4 na výšku

16.) PA: $\triangle YXZ$, Y[5;10], |YX|=|XZ|=11, |YZ|=9, PODHLED
Je dána rovina $\alpha(-7,4,8)$. Dourčete přímku a=AB tak, aby ležela v rovině α, A[?;5;12], B[?;8;4].

A4 na výšku

17.) PA: $\triangle XYZ$, X[6;9], |XY|=9, |XZ|=11, |YZ|=12
Zobrazte stopy roviny α(A,B,O), A[8;3;4], B[2;10;-7], O[0;0;0]. Dále zobrazte axonometrickou stopu roviny α.

A4 na výšku

18.) PA: $\triangle YXZ$, Y[6;8], |YX|=9, |YZ|=10, |XZ|=11, PODHLED
Zobrazte stopy roviny α, která obsahuje přímku p=AB a je rovnoběžná s přímkou q=PQ, A[2;5;9], B[10;2;17], P[3;11;6], Q[4;3;3].

A4 na výšku

19.) PA: $\triangle XYZ$, X[5;11], |XY|=|YZ|=11, |XZ|=9
Určete vzájemnou polohu roviny α(4,-6,5) a přímky p=AB, A[2;7;0], B[11;4;19]. Je-li přímka p různoběžná s rovinou α, zobrazte průsečík $R=p\cap\alpha$.

A4 na výšku

20.) PA: $\triangle YXZ$, Y[5;10], |YX|=10, |XZ|=11, |YZ|=9, PODHLED
Určete vzájemnou polohu roviny $\alpha(7,10,\infty)$ a přímky p=AB, A[12;7;12], B[0;3;5]. Je-li přímka p různoběžná s rovinou α, zobrazte průsečík přímky p a roviny α.

A4 na výšku

21.) PA: $\triangle XYZ$, X[6;10], |XY|=10, |YZ|=11, |XZ|=9
Určete vzájemnou polohu roviny $\alpha(\infty;\infty;5,5)$ a přímky p=AB, A[4;6;4], B[13;4;12]. Je-li přímka p různoběžná s rovinou α, zobrazte její průsečík s rovinou α.

A4 na výšku

22.) PA: $\triangle YXZ$, Y[5;8,5], |YX|=10, |XZ|=11, |YZ|=9, PODHLED
Určete vzájemnou polohu roviny α(11,-12,9) a přímky p=AB, A[13;9;12], B[0;4;5]. Je-li přímka p různoběžná s rovinou α, zobrazte průsečík přímky p a roviny α.

A4 na výšku

23.) <u>PA</u>: $\triangle XYZ$, O[8;13], osa z je svislá, $\measuredangle(x,z)=135°$, $\measuredangle(y,z)=105°$.
Je dána rovina $\alpha(12,6,5)$ a bod A [9;9;9].
Zobrazte přímku k, která prochází bodem A a je kolmá k rovině α.

A4 na výšku

24.) <u>PA</u>: $\triangle YXZ$, Y[6;10], |XY|=10, izometrie, PODHLED
Je dána rovina $\alpha(\infty,9,11)$ a bod A[6;5;10].
Zobrazte přímku k, která prochází bodem A a je kolmá k rovině α. Dále zobrazte průsečík přímky k s rovinou α .

A4 na výšku

25.) <u>PA</u>: $\triangle XYZ$, X[5;9], |XY|=|YZ|=11, |XZ|=9
Je dána rovina $\alpha(5,13,\infty)$ a bod A[8;10;20].
Zobrazte přímku k, která prochází bodem A a je kolmá k rovině α. Dále zobrazte průsečík přímky k s rovinou α .

A4 na výšku

26.) <u>PA</u>: $\triangle YXZ$, Y[6;11], |YX|=|XZ|=10, |YZ|=9, PODHLED
Je dána rovina $\alpha(-7;1,5;-8)$ a bod A[10;10;14].
Zobrazte přímku k, která prochází bodem A a je kolmá k rovině α. Dále zobrazte průsečík přímky k s rovinou α .

A4 na výšku

27.) <u>PA</u>: $\triangle XYZ$, X[6;8], |XY|=10, izometrie
Určete vzájemnou polohu rovin $\alpha(10,5,12)$ a $\beta(-6,10,4)$. Jsou-li roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

A4 na výšku

28.) <u>PA</u>: △YXZ, Y[5;10], |YX|=11, |XZ|=|YZ|=10, PODHLED
Určete vzájemnou polohu rovin α(9,6,−10) a β(−10,6,8). Jsou-li roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

A4 na výšku

29.) <u>PA</u>: △XYZ, X[5,5;11], |XY|=|YZ|=11, |XZ|=9
Jsou dány roviny α(A,B,C) a β(5,∞,∞), A[10;2;8] B[8;12;5], C[12;11;3]. Určete vzájemnou polohu rovin α a β. Jsou-li roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

A4 na výšku

30.) <u>PA</u>: △YXZ, Y[5,5;10], |XY|=11, izometrie, PODHLED
Jsou dány roviny α(A,B,C) a β(5,−10,10), A[3;7;12], B[7;11;0], C[0;−10;3]. Určete vzájemnou polohu rovin α a β. Jsou-li roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

A4 na výšku

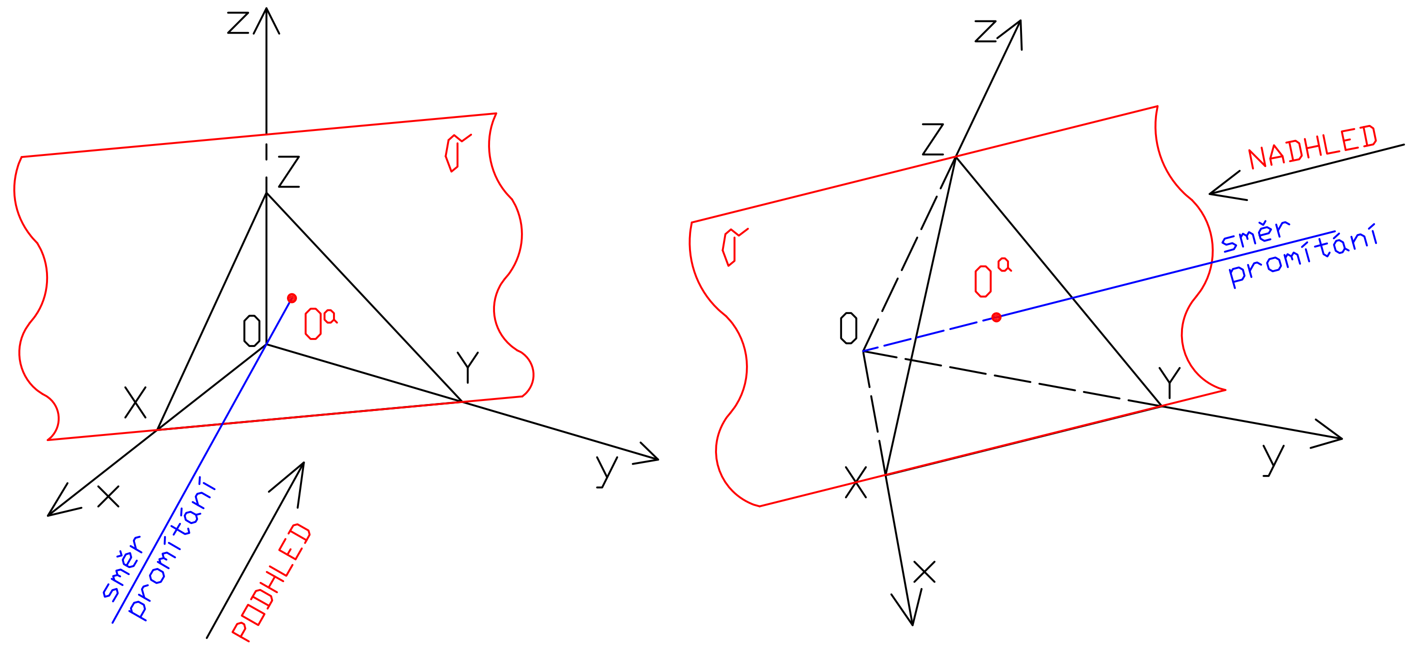
31.) <u>PA</u>: △XYZ, X[6;15], |XY|=11, |XZ|=|YZ|=10
Je dána rovina α(9,6,−14) a bod B[7;10;5]. Zobrazte stopy roviny β, která prochází bodem B a je rovnoběžná s rovinou α.

A4 na výšku

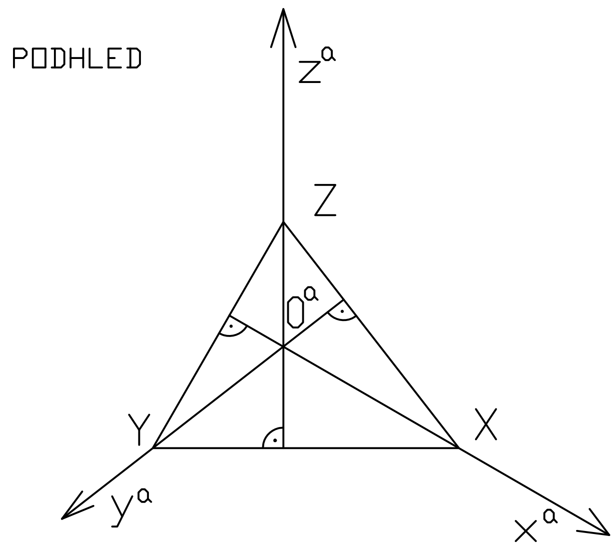
32.) <u>PA</u>: △YXZ, Y[6;12], |YX|=10, |YZ|=11, |XZ|=9, PODHLED
Je dána rovina ρ(10,6,∞) a bod S[4;12;11]. Zobrazte průsečnici roviny ρ a roviny α, která prochází bodem S a je rovnoběžná s průmětnou π.

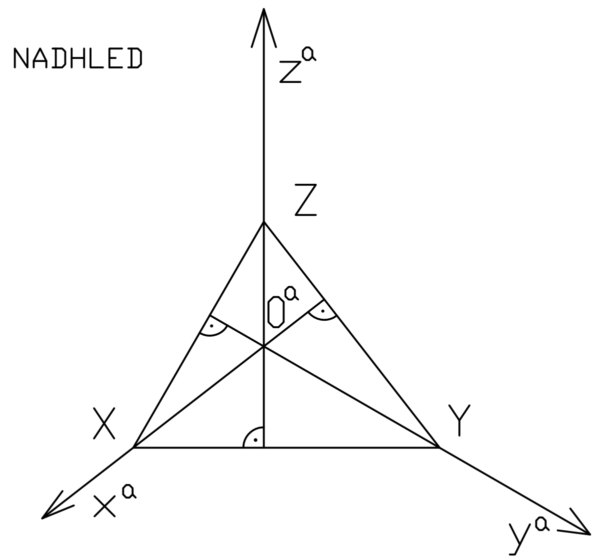
PRAVOÚHLÁ AXONOMETRIE

Pravoúhlá axonometrie (PA) je rovnoběžné promítání na průmětnu ρ (rovina), směr promítání je kolmý k průmětně ρ. Nechť je v prostoru dána pravotočivá soustava souřadnic (O,x,y,z), rovina $\pi(x,y)$ je půdorysna, rovina $\nu(x,z)$ je nárysna a rovina $\mu(y,z)$ je bokorysna. V PA je průmětna ρ volena tak, že protíná osy x,y a z v bodech X,Y a Z, tyto body leží na kladných poloosách jednotlivých os. Trojúhelník XYZ je vždy ostroúhlý, nazýváme jej axonometrický trojúhelník. Průmětna ρ rozdělí prostor na dva poloprostory. Pozorovatel je vůči průmětně buď ve stejném poloprostoru jako je bod O (počátek soustavy) nebo v poloprostoru opačném, rozlišujeme pak podhled a nadhled.



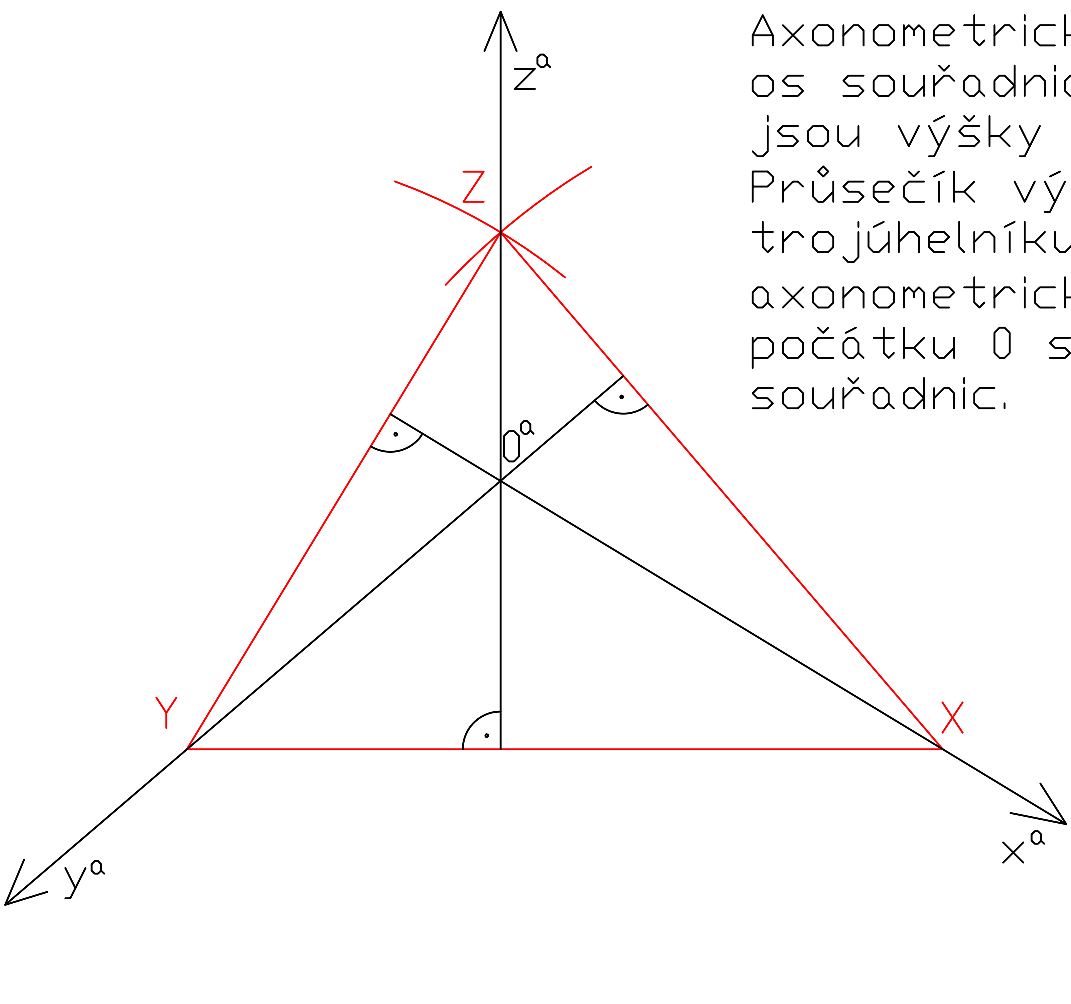
Označme O^a pravoúhlý průmět bodu O v průmětně ρ. Pravoúhlým průmětem souřadnicových os jsou přímky $x^a = XO^a$, $y^a = YO^a$ a $z^a = ZO^a$. Dá se snadno dokázat, že axonometrické průměty os jsou výšky axonometrického trojúhelníku XYZ. Úhly $\measuredangle(XO^aY)$, $\measuredangle(XO^aZ)$ a $\measuredangle(YO^aZ)$ jsou úhly tupé.





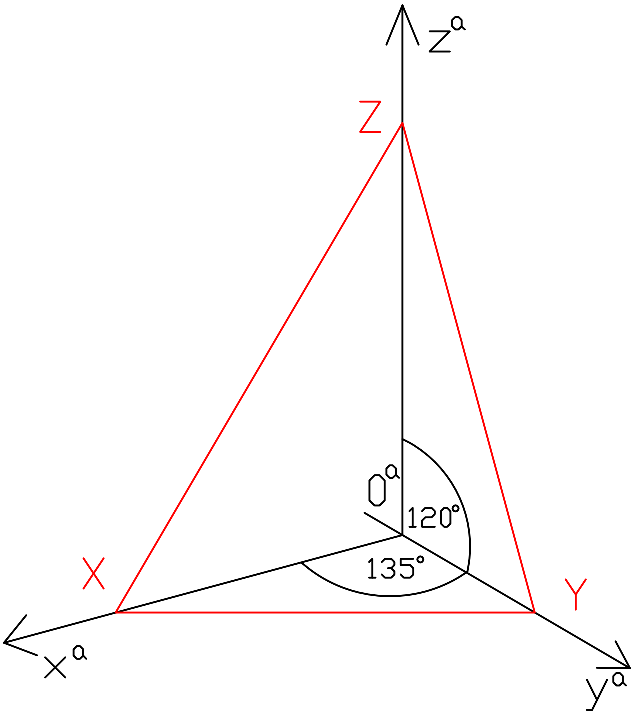
Pravoúhlou axonometrii zadáme buď axonometrickým trojúhelníkem XYZ nebo úhly, které svírají axonometrické průměty os.

a) $\triangle$ YXZ, |XY| =10, |XZ| =9, |YZ| =8, podhled



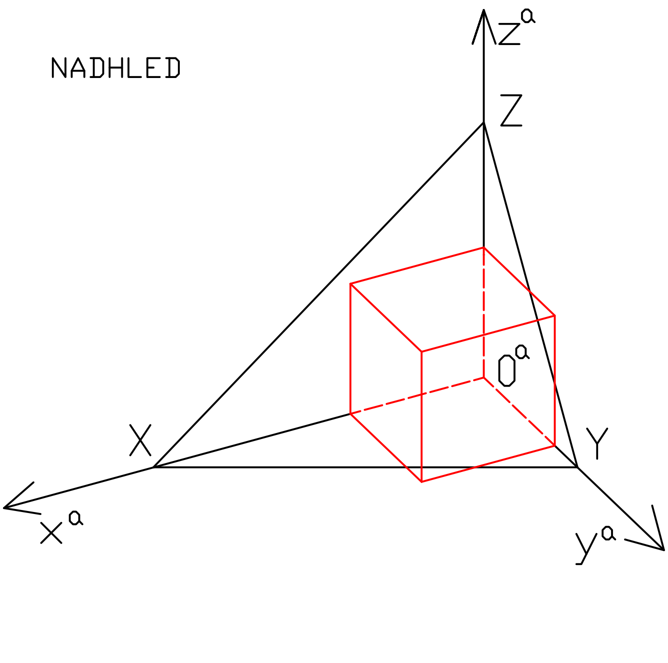
Axonometrické průměty os souřadnicové soustavy jsou výšky $\triangle$ XYZ.
Průsečík výšek trojúhelníku je axonometrický průmět počátku 0 soustavy souřadnic.

b) $\sphericalangle(x^a,y^a)=135°$, $\sphericalangle(y^a,z^a)=120°$, nadhled

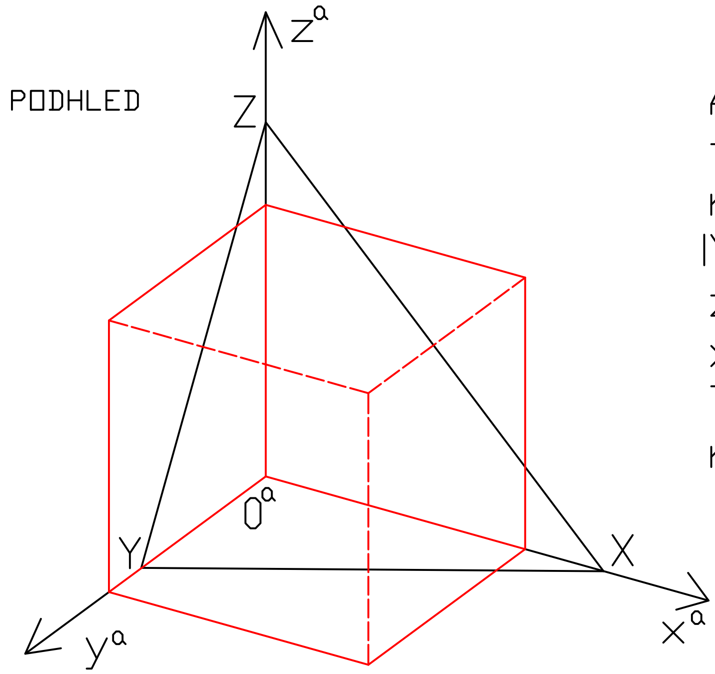


Ke konstrukcím budeme potřebovat axonometrický trojúhelník. Doplníme jej takto:
Zvolíme libovolný bod X na průmětu osy x^a (v její kladné části). Bod $Y \in y^a$ sestrojíme tak, že $z^a \perp XY$. Bod $Z \in z^a$ sestrojíme tak, že $x^a \perp YZ$.

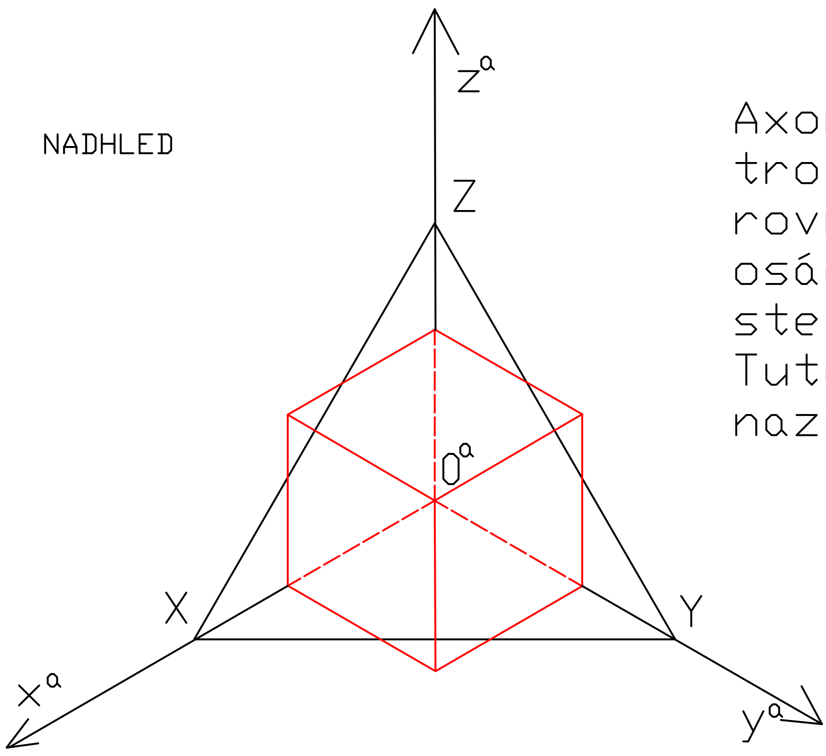
Zvolme na všech osách soustavy souřadné stejnou jednotku (obvykle 1cm). Úsečky na osách délky jedné jednotky se v pravoúhlém promítání zobrazí jako úsečky kratší, tj. na všech osách se zkracuje.
V obecném případě se na každé ose zkracuje jinak.
V následujících obrázcích je v PA pro názornost zobrazena krychle (neprůhledná).



Axonometrický trojúhelník je obecný (strany trojúhelníku jsou různé).
Na každé z os se zkracuje jinak.



Axonometrický trojúhelník je rovnoramenný (zde |YX| = |YZ|), na dvou osách se zkracuje stejně (zde na x^a a na z^a).
Tuto axonometrii nazýváme DIMETRIE.



Axonometrický trojúhelník je rovnostranný, na všech osách se zkracuje stejně.
Tuto axonometrii nazýváme IZOMETRIE.

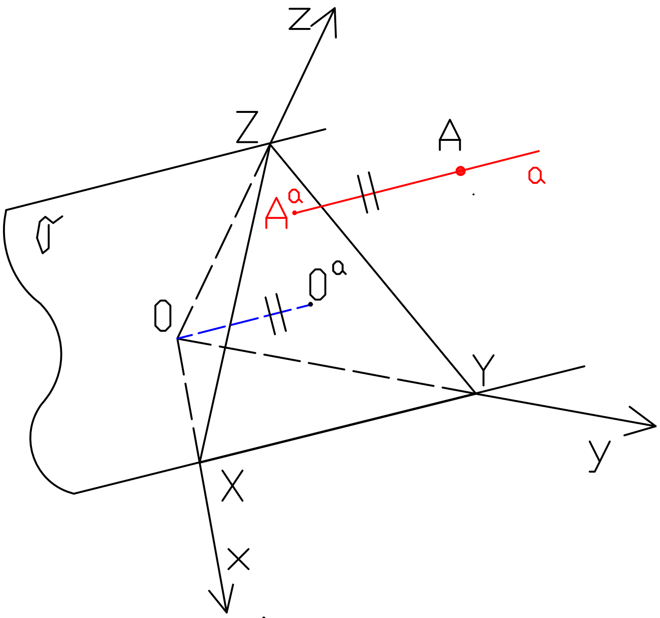
Tu kterou axonometrii vybíráme podle objektu, který chceme zobrazovat. Všimněte si, že izometrie není zrovna vhodná pro zobrazení krychle. Stejně tak není izometrie vhodná pro souměrné objekty.

A4 na výšku

1.) <u>PA</u>: △ XYZ, X[5;8] |XY|=10, |YZ|=11, |XZ|=9
Zobrazte bod A[3,5;11;6], dále zobrazte jeho půdorys, nárys a bokorys.

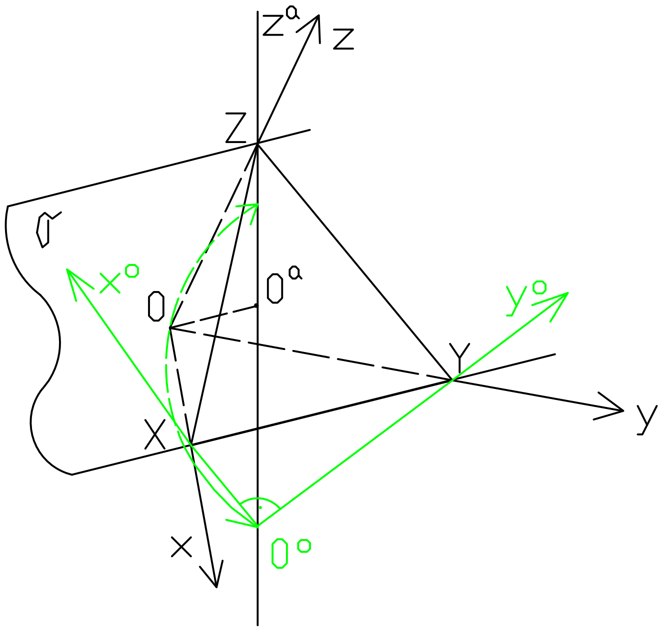
Řešení:

1. Axonometrický průmět bodu A $[x_A, y_A, z_A]$ je průsečík přímky a, která prochází bodem A a je kolmá k průmětně π, s průmětnou π.



Stejný axonometrický průmět mají ovšem všechny body přímky a. Abychom body rozlišili a byli schopni zpětně určit jejich polohu v prostoru, sestrojujeme kromě bodu A^a také axonometrický průmět A_1^a půdorysu A_1 $[x_A, y_A, 0]$ bodu A, axonometrický průmět A_2^a nárysu A_2 $[x_A, 0, z_A]$ bodu A, axonometrický průmět A_3^a bokorysu A_3 $[0, y_A, z_A]$ bodu A. Stačí zobrazit dva z bodů A, A_1, A_2, A_3, zbývající již snadno dourčíme. Obvykle sestrojujeme A_1^a a A^a.

2. Zobrazme bod A[3,5;11;6], všechny souřadnice se zkracují. Ke zkrácení x-ové a y-ové souřadnice použijeme otočení půdorysny kolem přímky XY do průmětny π.



Při otáčení půdorysny se bod O pohybuje po kružnici, která protíná průmětnu π ve dvou bodech a to na průmětu z^a osy z. □točené osy x^o a y^o svírají pravý úhel. Bod O^o je tedy jeden z průsečíků z^a a Thaletovy kružnice nad průměrem XY. Vybíráme obvykle průsečík pod přímkou XY. V případě, že je tento dolní průsečík nedostupný (mimo papír), použijeme průsečík nad přímkou XY.

Mezi axonometrickými průměty bodů půdorysny a otočenými body půdorysny je vztah afinity: osou afinity je přímka XY, dvojice odpovídajících si bodů je $O^a \leftrightarrow O^o$.

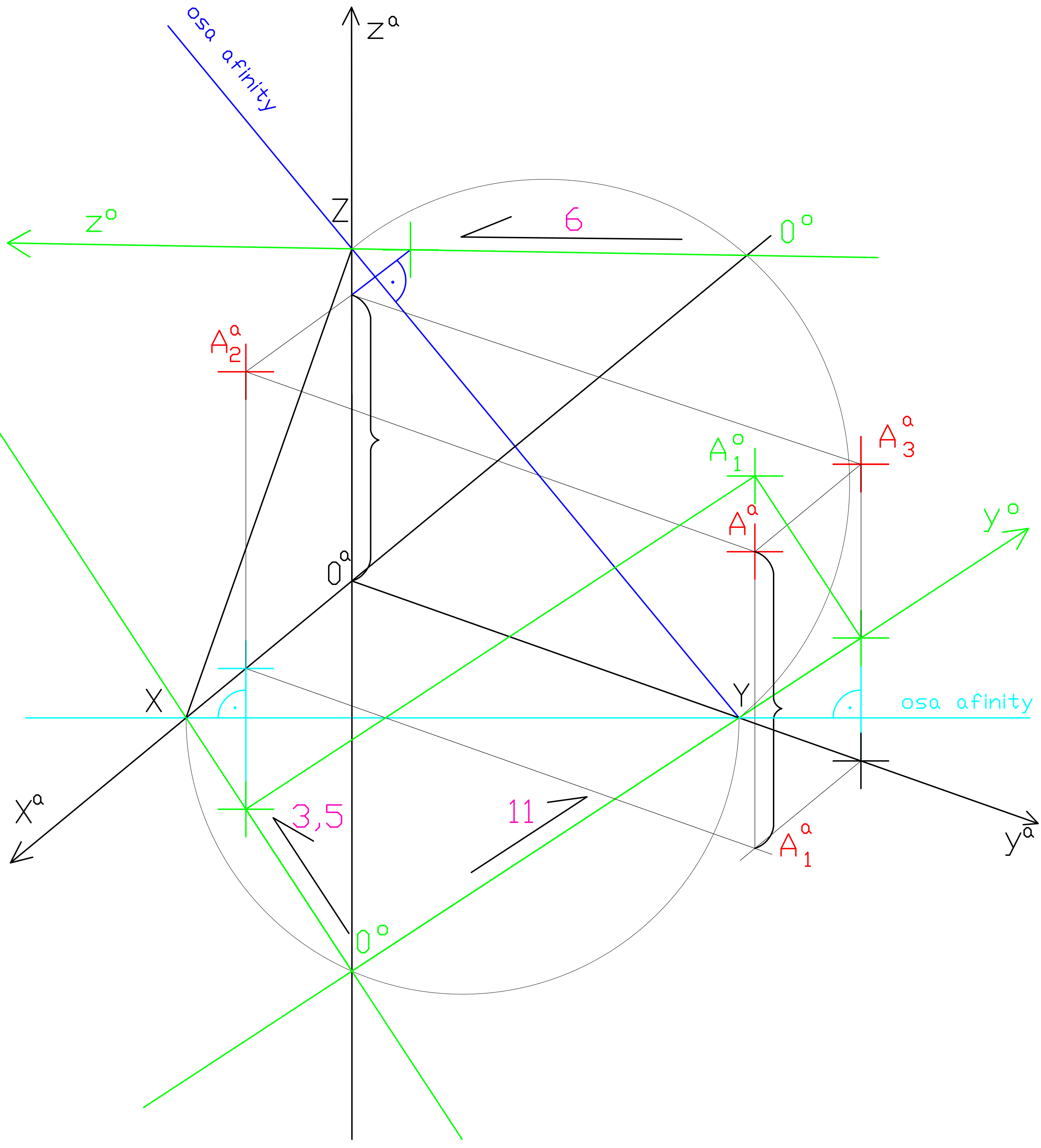
Afinita $\mathcal{A}$ (XY, $O^a \leftrightarrow O^o$) je pravoúhlá.

Na otočené osy x^o a y^o naneseme od bodu O^o 3,5cm a 11cm, můžeme (ale nemusíme) také sestrojit obdélník, jehož vrcholem je bod A_1^o. S využitím výše popsané afinity zobrazíme body na osách i obdelník. □brazem obdélníka je rovnoběžník, jedním jeho vrcholem je bod A_1^a.

3.Ke zkrácení z-ové souřadnice použijeme otočení nárysny nebo otočení bokorysny. Zde jsme použili otočení bokorysny kolem přímky YZ do průmětny π. Bod O^o leží na x^a a na Thaletově kružnici nad průměrem YZ. □pět tu existuje pravoúhlá afinita $\mathcal{A}$(YZ, $O^a \leftrightarrow O^o$). Na otočenou osu $z^o = O^o Z$ naneseme 6cm od bodu O^o, získaný bod zobrazíme s využitím afinity. Na ose z^a tímto získáme úsečku, jejíž délka je ve skutečnosti 6cm. Bodem A_1^a vedeme rovnoběžku s průmětem z^a osy z a na ní od bodu A_1^a přeneseme úsečku z průmětu z^a , dostaneme axonometrický průmět A^a bodu A.

Nyní doplníme obraz souřadnicového kvádru bodu A a snadno sestrojíme obrazy A_2^a a A_3^a nárysu a bokorysu bodu A.

1.)



osa afinity
z^a
z^o
Z
6
0^o
A_2^a
x^o
A_3^a
A_1^o
A^a
y^o
0^a
Y
X
osa afinity
x^a
3,5
11
A_1^a
y^a
0^o

A4 na výšku

2.)<u>PA</u>:△ YXZ, Y[5;10], |YX|=10, |XZ|=11, |YZ|=9, PODHLED
Zobrazte bod A[11;-4,5;-5,5], dále zobrazte jeho půdorys, nárys a bokorys.

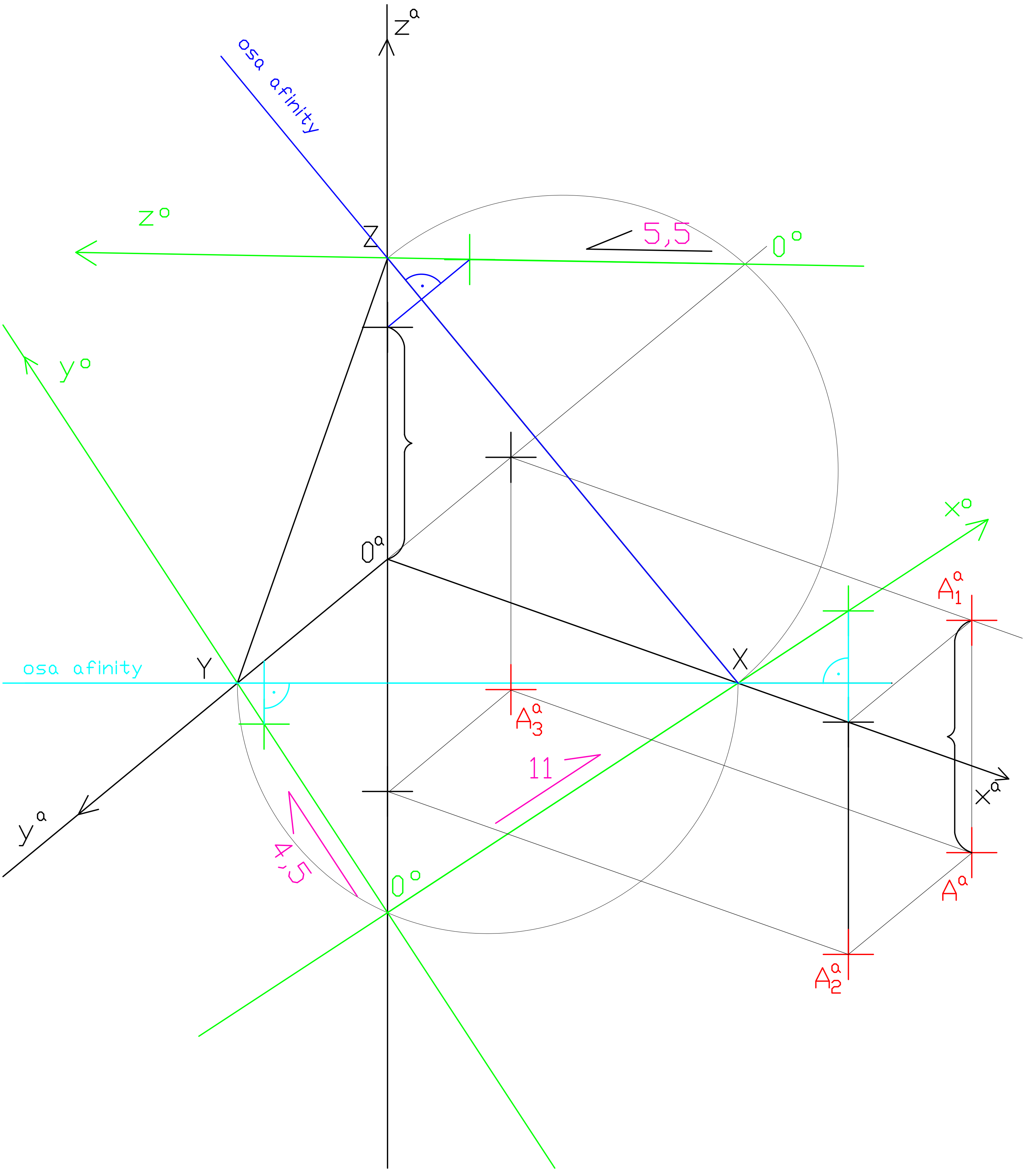
Řešení:

1.Ke zkrácení x-ové a y-ové souřadnice použijeme otočení půdorysny kolem přímky XY do průmětny ρ. Získáme afinitu $\mathcal{A}$ (YX, $0^a \longleftrightarrow 0^o$). y-ová souřadnice bodu A je záporná.
Většinou zobrazíme s využitím afinity bod [0;4,5;0] a obraz bodu [0;-4,5;0] sestrojíme souměrně podle bodu 0^a na x^a.

2.Ke zkrácení z-ové souřadnice otočíme nárysnu nebo bokorysnu. Zde jsme otočili nárysnu kolem přímky XZ do průmětny ρ a získali jsme afinitu $\mathcal{A}$ (XZ,$0^a \longleftrightarrow 0^o$).
Zobrazíme bod[0;0;5,5]. Na průmětu z^a osy z získáme obraz úsečky délky 5,5. Tuto úsečku přeneseme na rovnoběžku se z^a vedenou bodem A_1^a. Úsečku naneseme <u>pod</u> bod A_1^a, neboť z-ová souřadnice bodu A je záporná.
Dostaneme axonometrický průmět A^a bodu A. Nyní doplníme obraz souřadnicového kvádru bodu A a snadno již sestrojíme body A_2^a, A_3^a.

Úmluva: V dalším budeme vynechávat horní indexy "a". Obrazy bodů, přímek a dalších objektů budeme značit stejně jako objekty v prostoru.

2.)



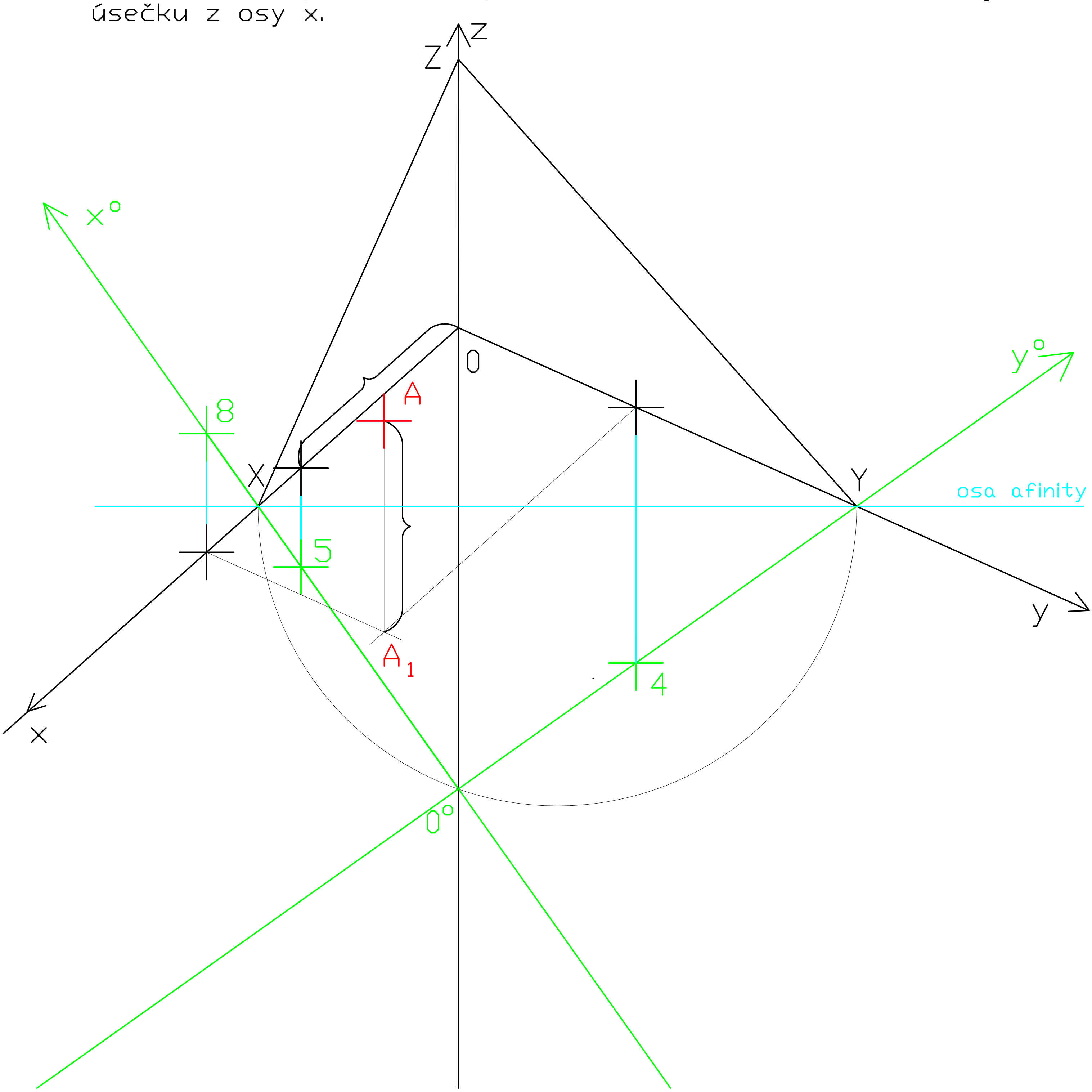
z^a
osa afinity
z^o
Z
5,5
0^o
y^o
0^a
x^o
A_1^a
osa afinity
Y
X
A_3^a
11
x^a
y^a
4,5
0^o
A^a
A_2^a

A4 na výšku

3.) PA: $\triangle$ XYZ, X[5;11], |XY|=|YZ|=11, |XZ|=9
Zobrazte bod A[8;4;5].

Řešení:

1. Axonometrický trojúhelník je rovnoramenný, jedná se o dimetrii. Na průmětech dvou os se zkracuje stejně, zde na průmětech os x a z. To samozřejmě využijeme ke konstrukci.
2. Pro sestrojení průmětu bodu A_1 použijeme otočení půdorysny kolem přímky XY do průmětny π. Pro zkrácení na průmětu osy z použijeme zkrácení na průmětu osy x. S využitím afinity $\mathcal{A}$ (XY; $0 \leftrightarrow 0^\circ$) zobrazíme na x úsečku délky 5cm. Bodem A_1 vedeme rovnoběžku s průmětem osy z a na ní naneseme (nad bod A_1) úsečku z osy x.



A4 na výšku

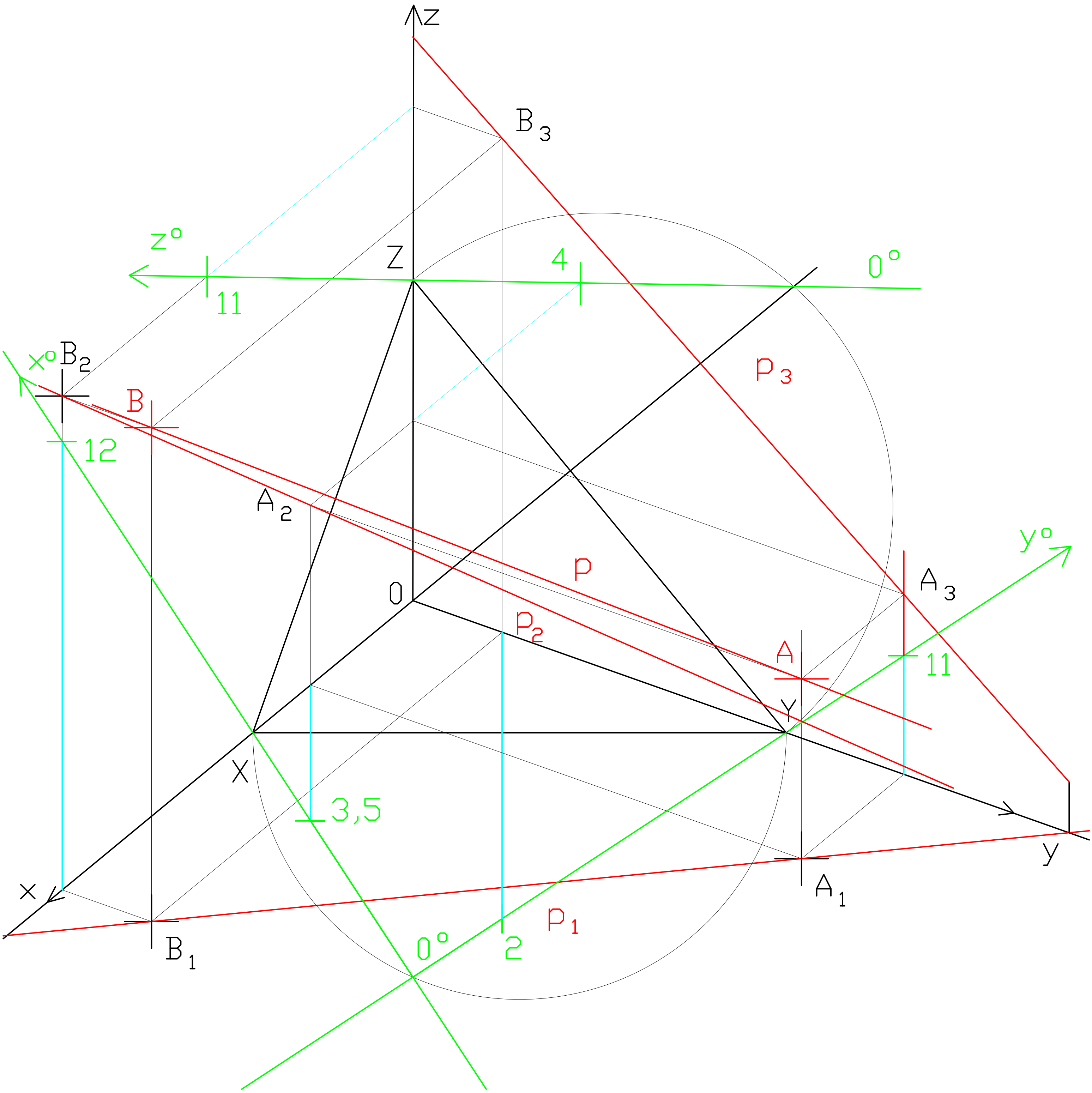
4.) PA: $\triangle$ XYZ, X[5;7], |XY|=10, |YZ|=11, |XZ|=9

Zobrazte přímku p=AB, A[3,5;11;4], B[12;2;11],
dále zobrazte její půdorys, nárys a bokorys.

Řešení:

1. Zobrazíme zadané body A,B. □braz přímky p je přímka procházející obrazy bodů A a B.

2. □braz půdorysu přímky je spojnice půdorysů bodů A,B.
□braz nárysu přímky je spojnice nárysů bodů A,B.
□braz bokorysu přímky je spojnice bokorysů bodů A,B.



A4 na výšku

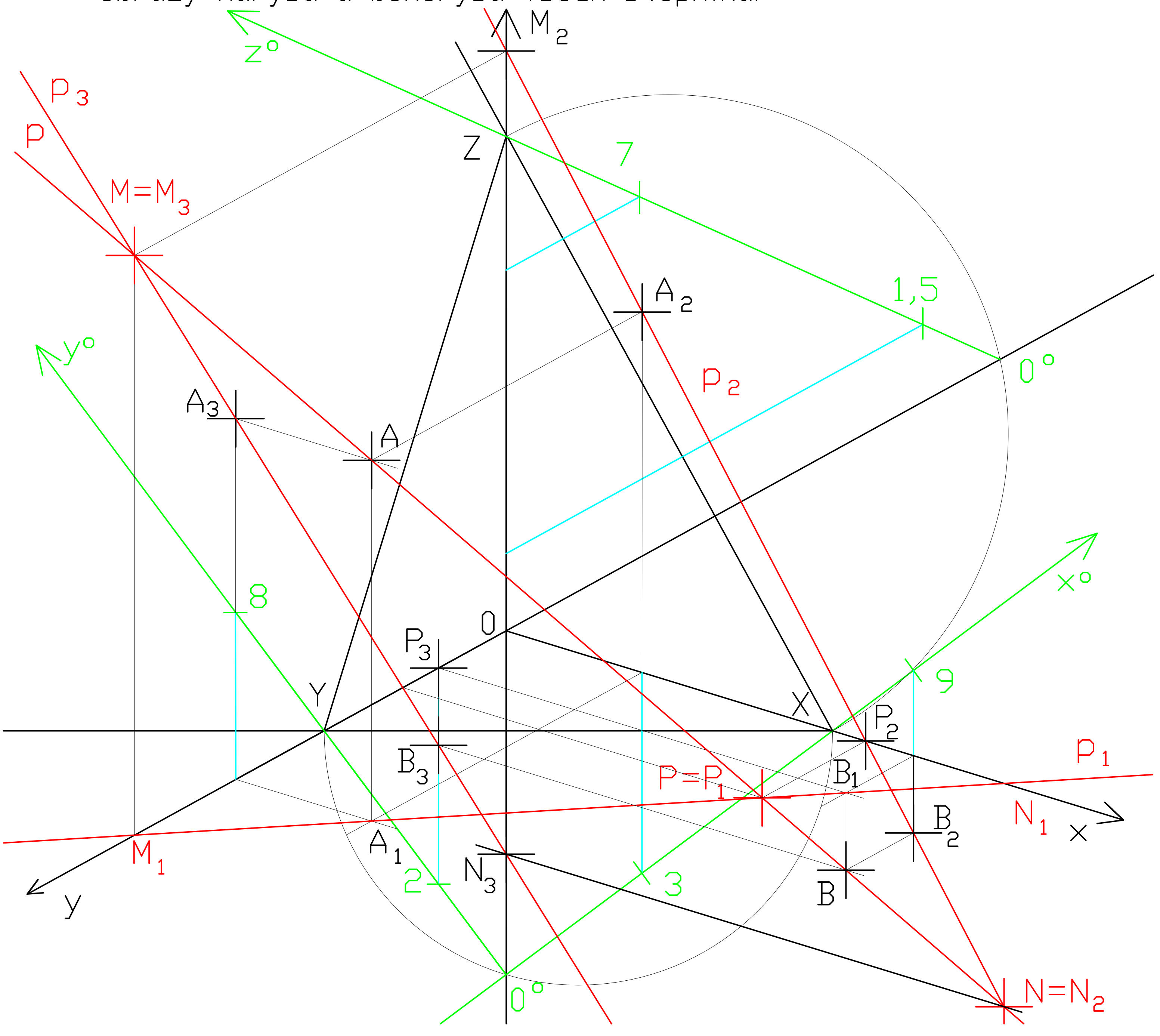
5.)PA:△ YXZ, Y[6;5,5], |YX|=9, |YZ|=11, |XZ|=12, PODHLED
Zobrazte přímku p=AB, A[3;8;7], B[9;2;-1,5], dále zobrazte její stopníky.

Řešení:

1.Zobrazíme zadané body A a B.

2.Půdorysný stopník P je průsečík přímky p s půdorysnou. Bod P je průsečík přímky p a půdorysu p_1 přímky p.
Nárysný stopník N je průsečík přímky p s nárysnou.
Protože bod N leží v nárysně, půdorys N_1 bodu N leží na ose x.
Je tedy $N_1 = p_1 \cap x$.
Bokorysný stopník M je průsečík přímky p s bokorysnou.
Protože bod M leží v bokorysně, půdorys M_1 bodu M leží na ose y.
Je tedy $M_1 = p_1 \cap y$.

3.V příkladě je také doplněn obraz nárysu a bokorysu přímky p a obrazy nárysů a bokorysů všech stopníků.

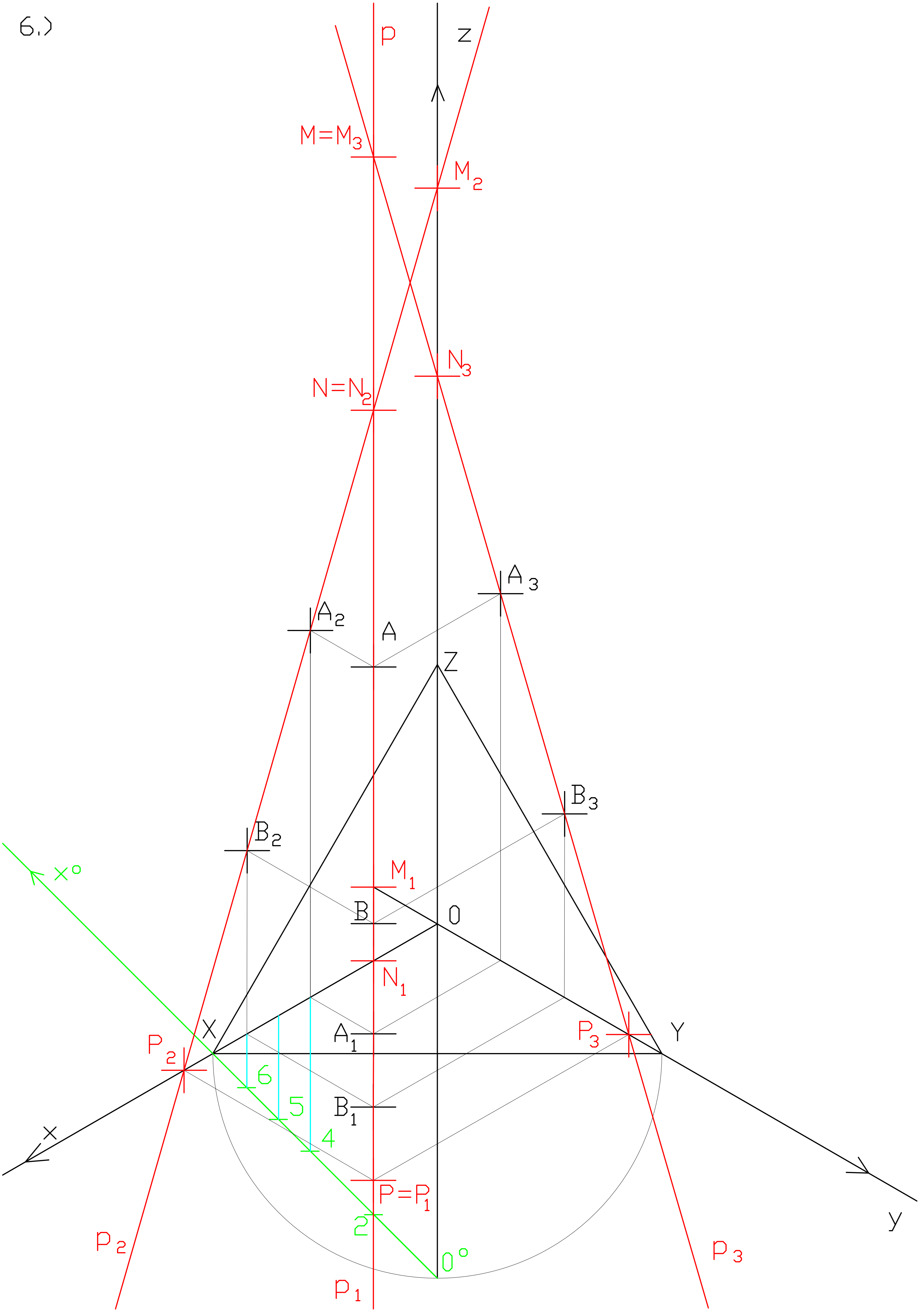


A4 na výšku

6.) PA: △ XYZ, X[5;6], |XY|=10, izometrie
Zobrazte přímku p=AB, A[4;2;10], B[6;4;5], dále zobrazte stopníky této přímky.

Řešení:
1. Zobrazíme zadané body A a B.
Axonometrický průmět přímky p a axonometrický průmět přímky p_1 splývají. Zadaná přímka tedy leží v rovině ξ, která je kolmá k půdorysně π a zároveň kolmá k průmětně ρ. Protože průměty přímek p a p_1 jsou přímky, přímka p není kolmá k půdorysně a také není kolmá k průmětně ρ (rozmyslete).
2. Stopníky P, N, M nyní nelze sestrojit pouze s využitím p_1. Víme jen, že $N_1=p_1\cap x$, $M_1=p_1\cap y$. K zobrazení stopníků využijeme buď obrazu nárysu p_2 nebo obrazu bokorysu p_3 (v příkladě ukázáno obojí).

6.)



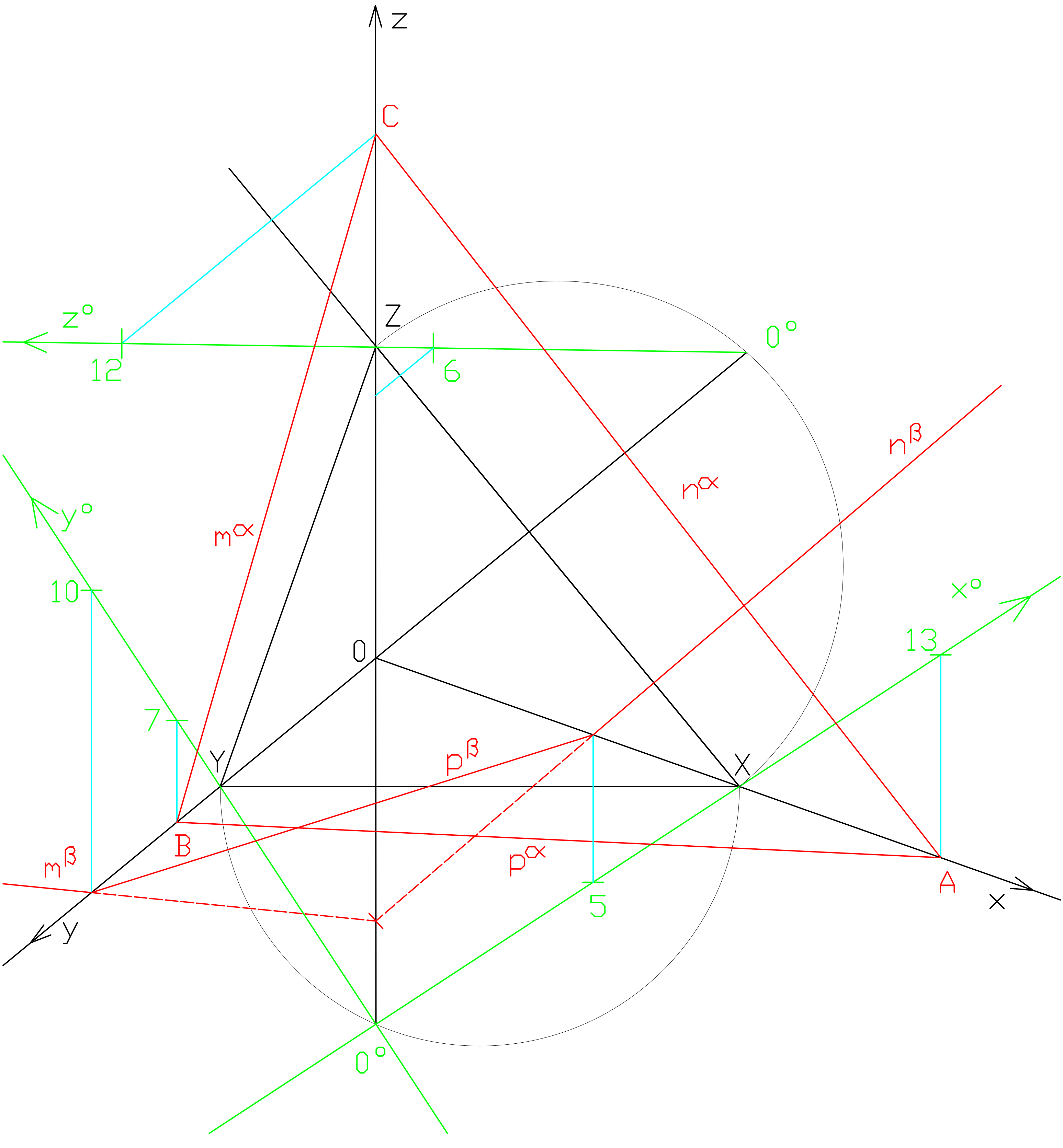
p
z
M=M3
M2
N3
N=N2
A3
A2
A
Z
B3
B2
x°
M1
B
0
N1
X
A1
P3
Y
P2
6
5
B1
x
4
P=P1
y
2
p2
0°
p3
p1

A4 na výšku

7.) PA: $\triangle$ YXZ, Y[4,5;7], |YX|=10, |YZ|=9, |XZ|=11, PODHLED
Zobrazte rovinu α(13,7,12) a rovinu β(5,10,−6).

Řešení:

1. Pokud není rovina kolmá k průmětně ρ, je jejím axonometrickým průmětem celá průmětna. Axonometrickým průmětem roviny α i roviny β je celá průmětna.
2. Zápisem α(13,7,12) jsou zadány 3 body roviny α, bod A[13,0,0], bod B[0,7,0] a bod C[0,0,12].
   Zobrazíme tyto 3 body.
   Abychom si rovinu snáze představili, zobrazíme její stopy.
   Půdorysná stopa roviny α je průsečnice roviny α a půdorysny π,
   p^{α}= AB.
   Nárysná stopa roviny α je průsečnice roviny α a nárysny ν,
   n^{α}= AC.
   Bokorysná stopa roviny α je průsečnice roviny α a bokorysny μ,
   m^{α}= BC.
3. Zobrazíme body [5,0,0], [0,10,0] a [0,0,−6] roviny β. Snadno již zobrazíme i stopy p^{β}, n^{β} a m^{β} roviny β .



Z
C
Z
z^o
12
6
0^o
n^β
n^α
y^o
m^α
10
x^o
0
13
7
p^β
Y
X
B
m^β
p^α
A
5
y
x
0^o

A4 na výšku

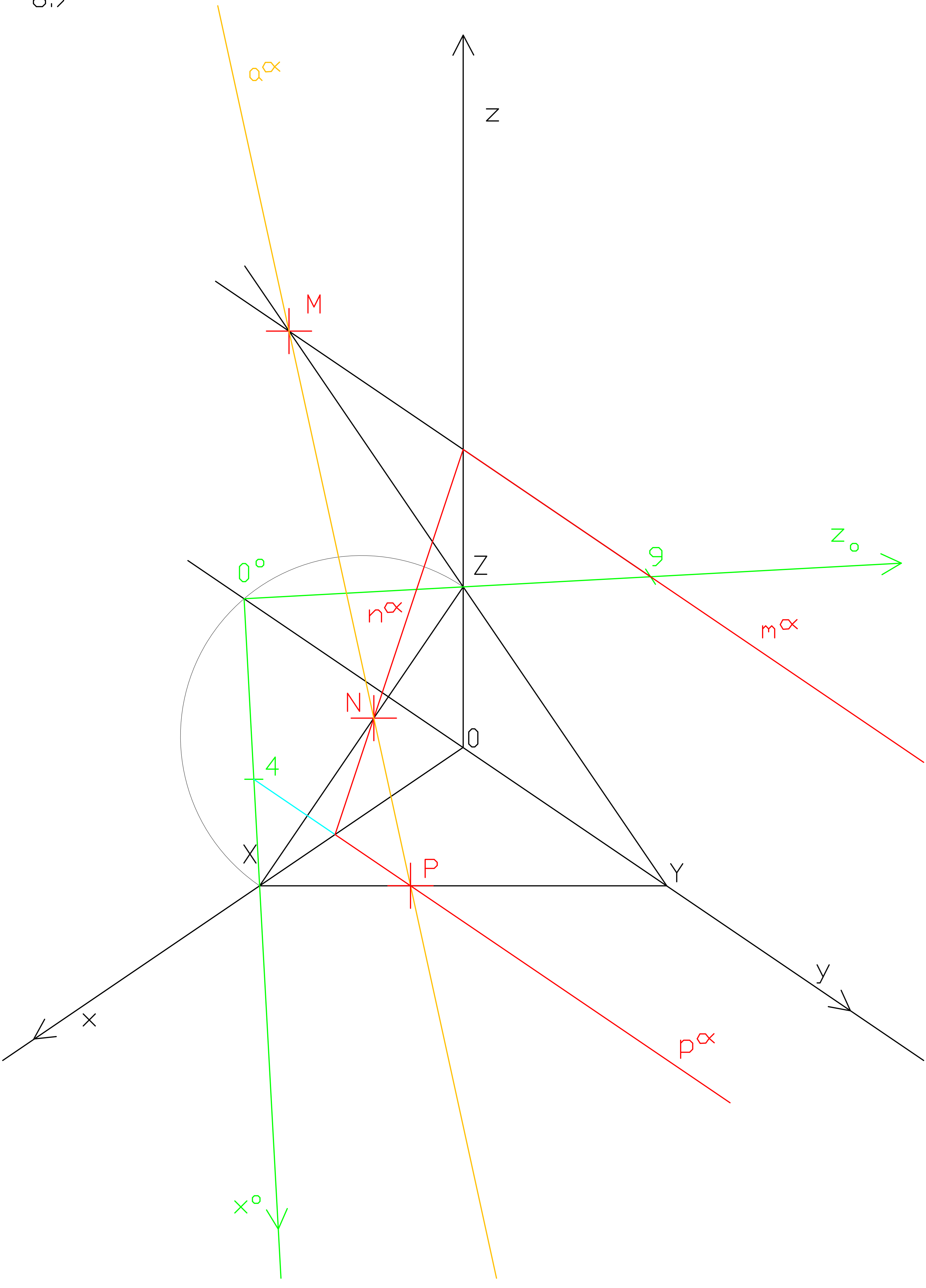
8.)<u>PA</u>:$\triangle$ XYZ, X[6;9], |XY|=9, |YZ|=|XZ|=8
Zobrazte stopy roviny $\alpha(4,\infty,9)$ a axonometrickou stopu této roviny, tj. průsečnici $a^{\alpha} = \alpha \cap \rho$.

Řešení:

1.Pokud je v zápise roviny znak „ ∞ " znamená to, že rovina neprotíná některou z os (je s příslušnou osou rovnoběžná).
V našem příkladě je rovina α rovnoběžná s osou y, tj.rovina α je kolmá k nárysně ν .
Zobrazíme body [4,0,0] a [0,0,9] roviny α. Půdorysná a bokorysná stopa roviny α jsou rovnoběžné přímky s osou y.

2.Axonometrická stopa roviny α je průsečnice roviny α a průmětny.
Půdorysná stopa protíná průmětnu ρ v bodě $P= p^{\alpha} \cap XY$, nárysná stopa protíná průmětnu ρ v bodě $N=n^{\alpha} \cap XZ$ a bokorysná stopa protíná průmětnu ρ v bodě $M= m^{\alpha} \cap YZ$.
Tyto tři body leží na jedné přímce, na axonometrické stopě roviny α.

8.)

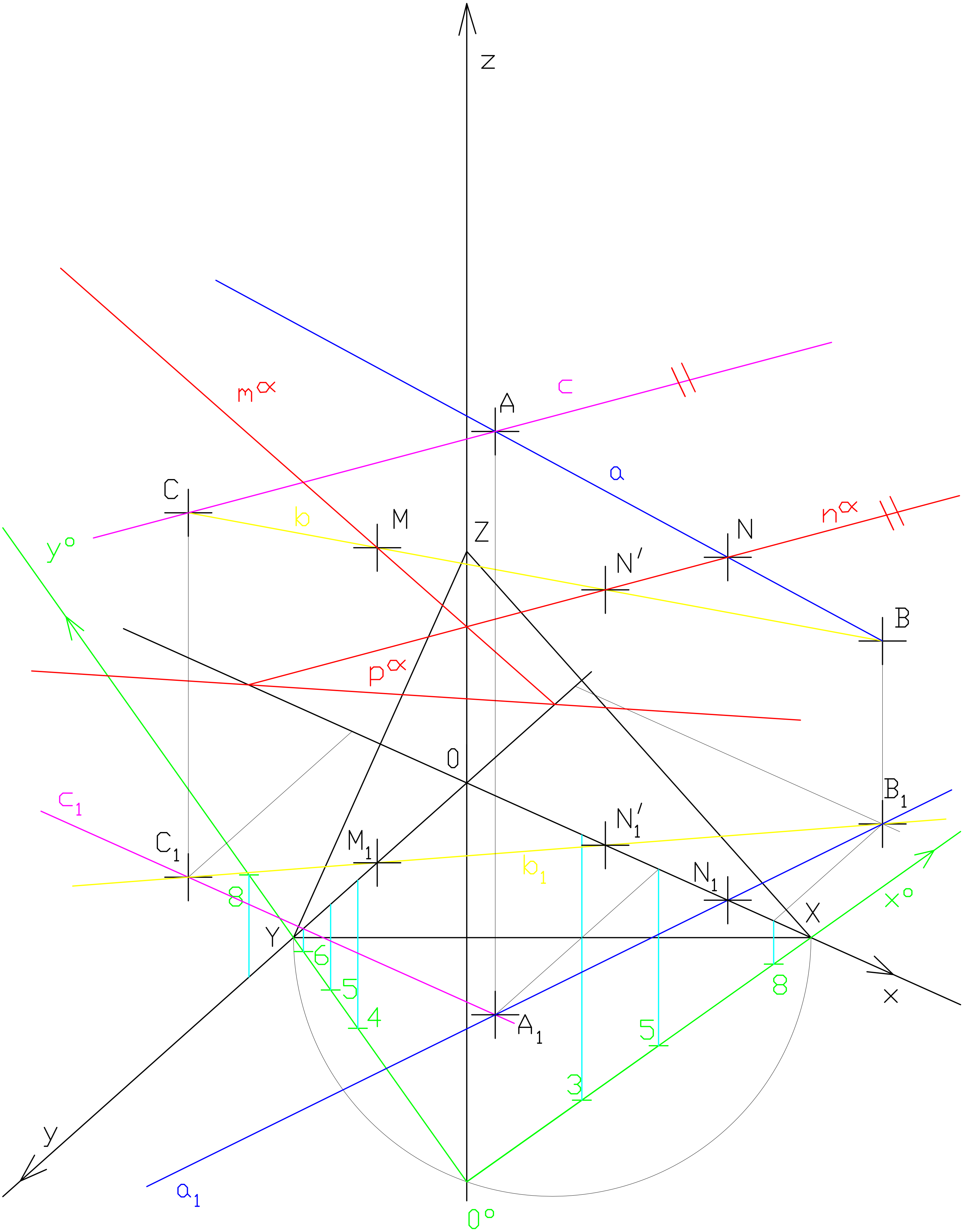


A4 na výšku

9.) PA: $\triangle$ YXZ, Y[6,5;8], |YX|=|XZ|=11, |YZ|=9, PODHLED
Zobrazte stopy roviny α(A,B,C), A[5;6;16], B[8;-4;5] a C[-3;6;10].

Řešení:
1. Zobrazíme zadané body.
2. Stopníky přímek roviny α leží na příslušných stopách roviny α.
K zobrazení stop jsme použili obrazy nárysných stopníků N, N' přímek a=AB, b=BC a obraz bokorysného stopníku M přímky BC.
Bokorysná a nárysná stopa se protínají na ose z.
Půdorysná a nárysná stopa se protínají na ose x.
Půdorysná a bokorysná stopa se protínají na ose y.
3. Zkontrolujte: $n^{\alpha} \parallel AC$.
Přímka c=AC je přímka roviny α, která je rovnoběžná s nárysnou, je to tzv. hlavní přímka druhé osnovy roviny α.

9.)



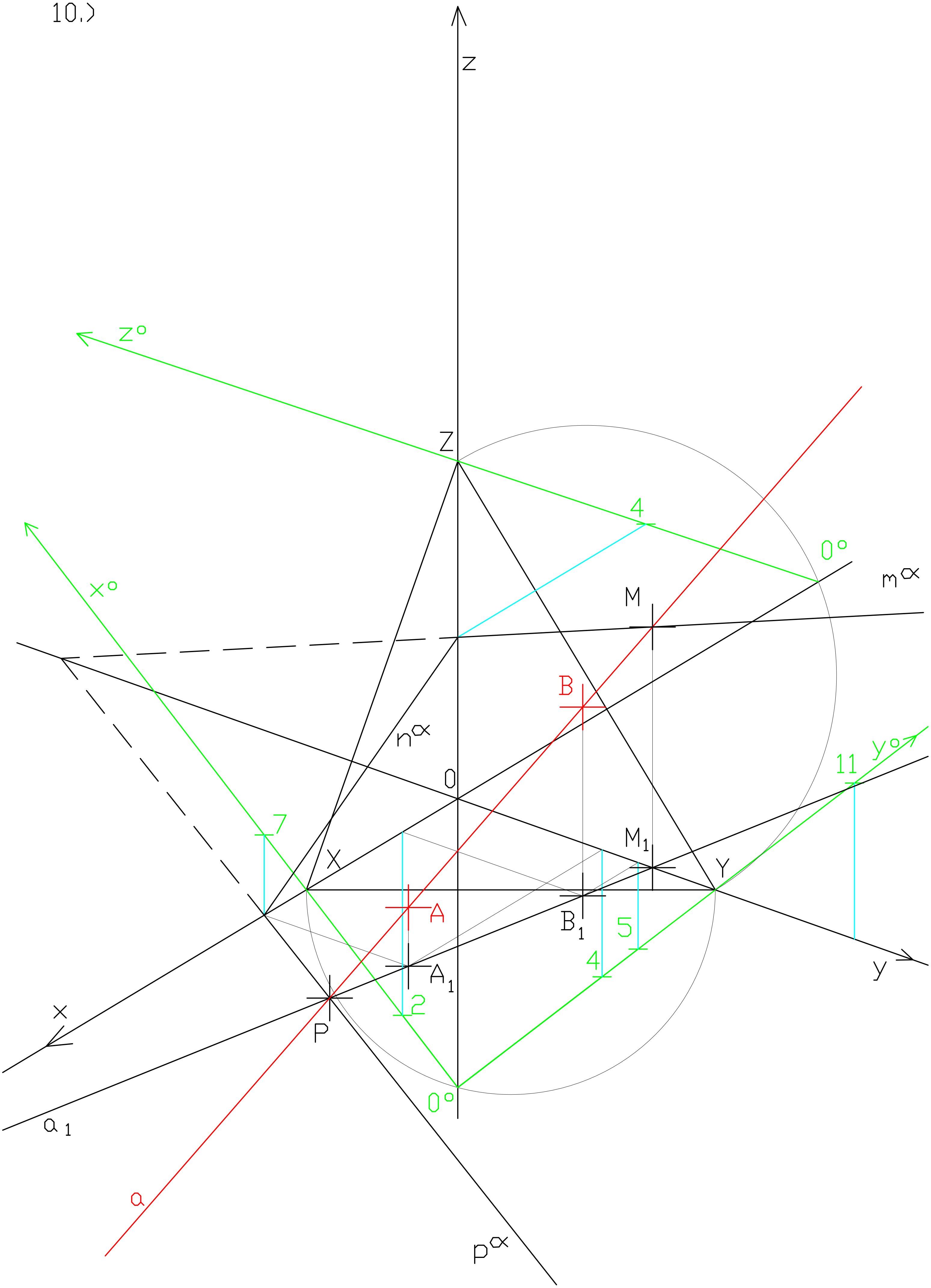
A4 na výšku

10.) PA: $\triangle XYZ$, $X[7;9]$, $|XY|=9$, $|YZ|=11$, $|XZ|=10$
Je dána rovina $\alpha(7,-11,4)$. Dourčete přímku $a=AB$ tak, aby ležela v rovině α, $A[7;4;?]$, $B[2;5;?]$.

Řešení:

1. Zobrazíme stopy roviny α a půdorys $a_1=A_1B_1$ přímky a.
2. Pokud přímka a leží v rovině α, pak její stopníky leží na příslušných stopách roviny α.
   Půdorysný stopník P přímky a leží na půdorysné stopě roviny α, $P=a_1 \cap p^{\alpha} \cap a$.
   Nárysný stopník N přímky a leží na nárysné stopě roviny α. V našem příkladě je bod N mimo papír.
   Bokorysný stopník M přímky a leží na bokorysné stopě roviny α. Půdorys M_1 bodu M je bod $M_1 = a_1 \cap y$.
3. Přímka a je jednoznačně určena body P a M.
   Snadno již sestrojíme obrazy bodů A a B.

10.)



z
z°
Z
4
0°
x°
m^{α}
M
B
n^{α}
O
y°
11
7
M_1
X
Y
A
B_1
5
4
A_1
2
x
P
0°
a_1
y
a
p^{α}

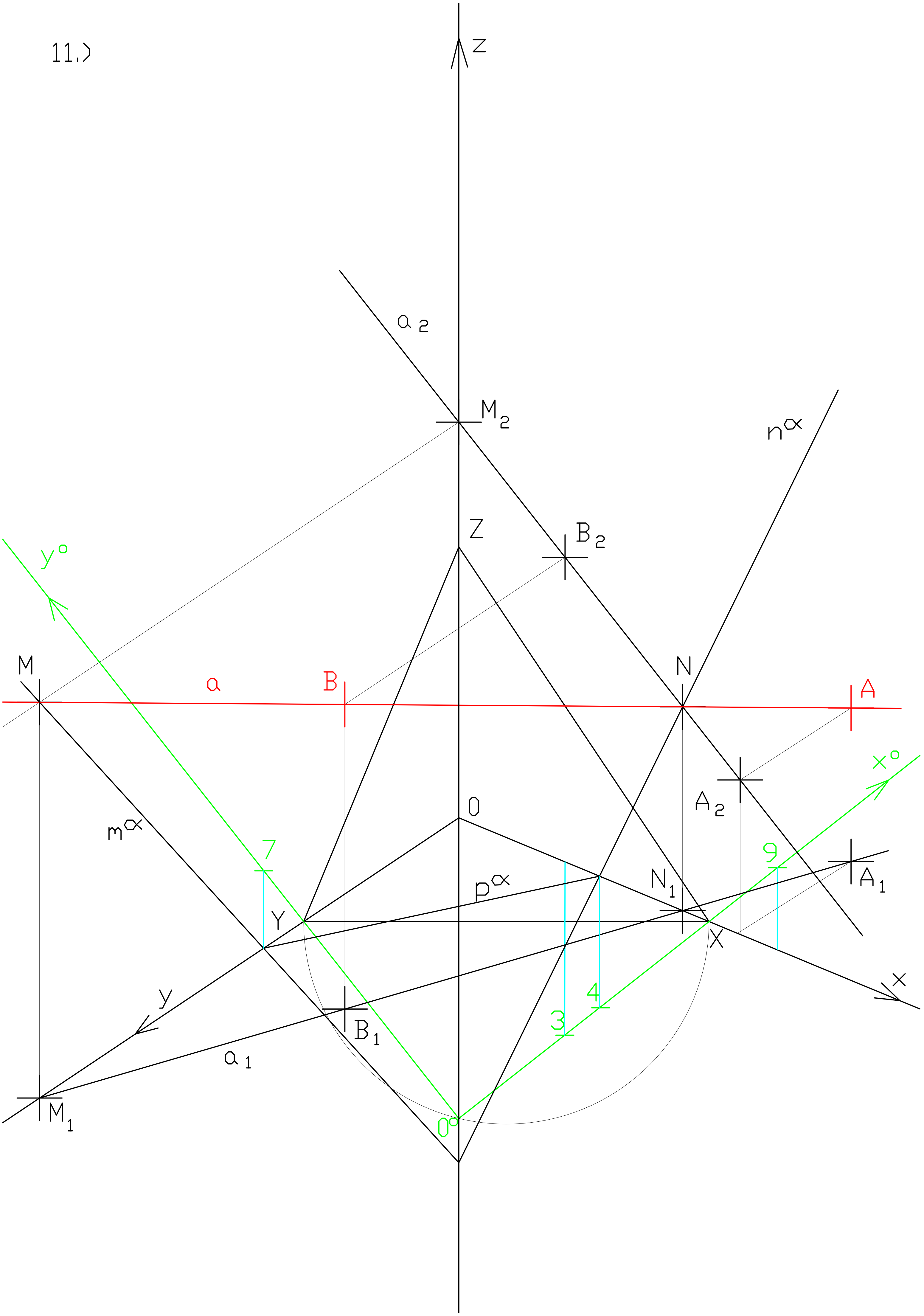
A4 na výšku

11.) <u>PA</u>: $\triangle YXZ$, Y[7;9], |YX|=|YZ|=9, |XZ|=10, PODHLED!
Je dána rovina $\alpha(4,7,-9)$. Dourčete přímku a=AB tak, aby ležela v rovině α, A[8;?;4], B[3;?;8].

Řešení:

1. Zobrazíme stopy roviny α a nárys $a_2 = A_2B_2$ přímky a.
2. K dourčení přímky a použijeme její stopníky, které leží na stopách roviny α.
   Dostupný je nárysný stopník N= $a_2 \cap n^{\alpha}$ a bokorysný stopník M, $M_2 = a_2 \cap z$.
3. Hledaná přímka je a= NM. Zobrazíme také půdorys přímky a.
   Snadno již dourčíme obrazy bodů A a B.

11.)

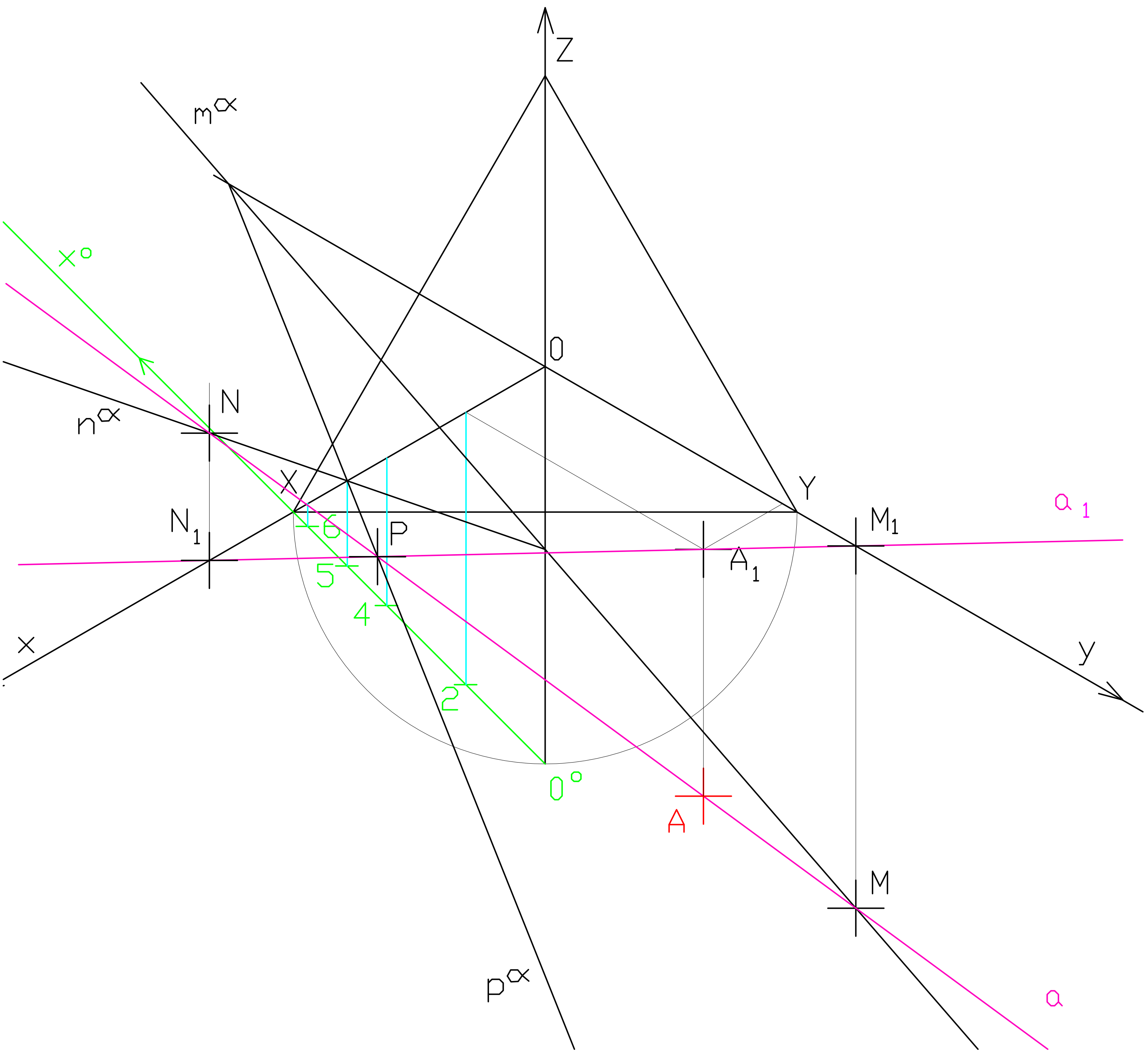


A4 na výšku

12.) <u>PA</u>: $\triangle XYZ$, $X[5,5;10]$, $|XY|=9$, izometrie
Je dána rovina α $(5,-8,-4)$. Zobrazte bod $A[2;6;?]$, který leží v rovině α.

Řešení:

1. Zobrazíme stopy roviny α a půdorys A_1 bodu A.
2. Bod roviny α dourčíme pomocí libovolné přímky a roviny α, na které bude bod A ležet. Tuto přímku nazýváme nositelka bodu A.
3. Půdorys a_1 nositelky a je libovolná přímka procházející bodem A_1. Přímku a_1 sice volíme libovolně, ale vhodně, tj. tak, abychom ji rychle dourčili (pomocí stopníků).
   Dourčíme přímku a, zde jsme sestrojili obrazy všech jejích stopníků. □braz bodu A leží na obrazu přímky a.



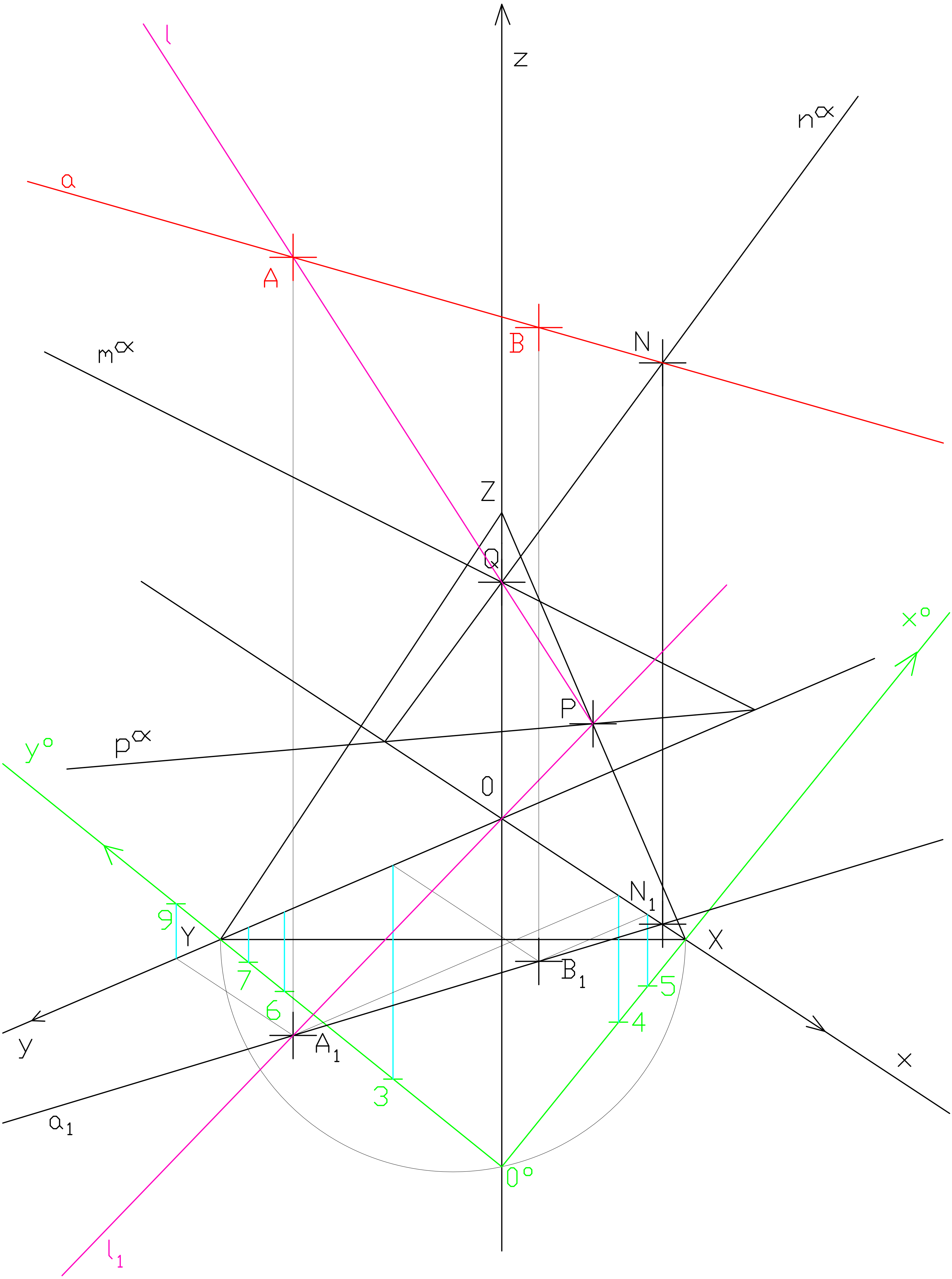
A4 na výšku

13.) PA: $\triangle YXZ$, Y[5;8], |YX|=|XZ|=10, |YZ|=11, PODHLED!
Je dána rovina $\alpha(-4,-7,6)$. Dourčete přímku a=AB tak, aby ležela v rovině α, A[4;9;?], B[5;3;?].

Řešení:

1. Zobrazíme stopy roviny α a půdorys $a_1=A_1B_1$ přímky a.
2. K dourčení přímky a použijeme její stopníky, které leží na stopách roviny α. Dostupný je ale pouze nárysný stopník N. Půdorysný a bokorysný stopník jsou mimo papír.
3. Dourčíme libovolný bod přímky a s využitím vhodně zvolené nositelky. V našem příkladě jsme dourčili bod A pomocí nositelky l ($l_1 = A_1 0$), l=PQ.
4. Hledaná přímka je a=NA. Snadno již sestrojíme obraz bodu B.

13.)


z
l
a
A
B
N
n^α
m^α
Z
Q
P
p^α
x^o
y^o
0
N_1
Y
X
9
7
6
B_1
5
4
A_1
y
x
3
a_1
0^o
l_1

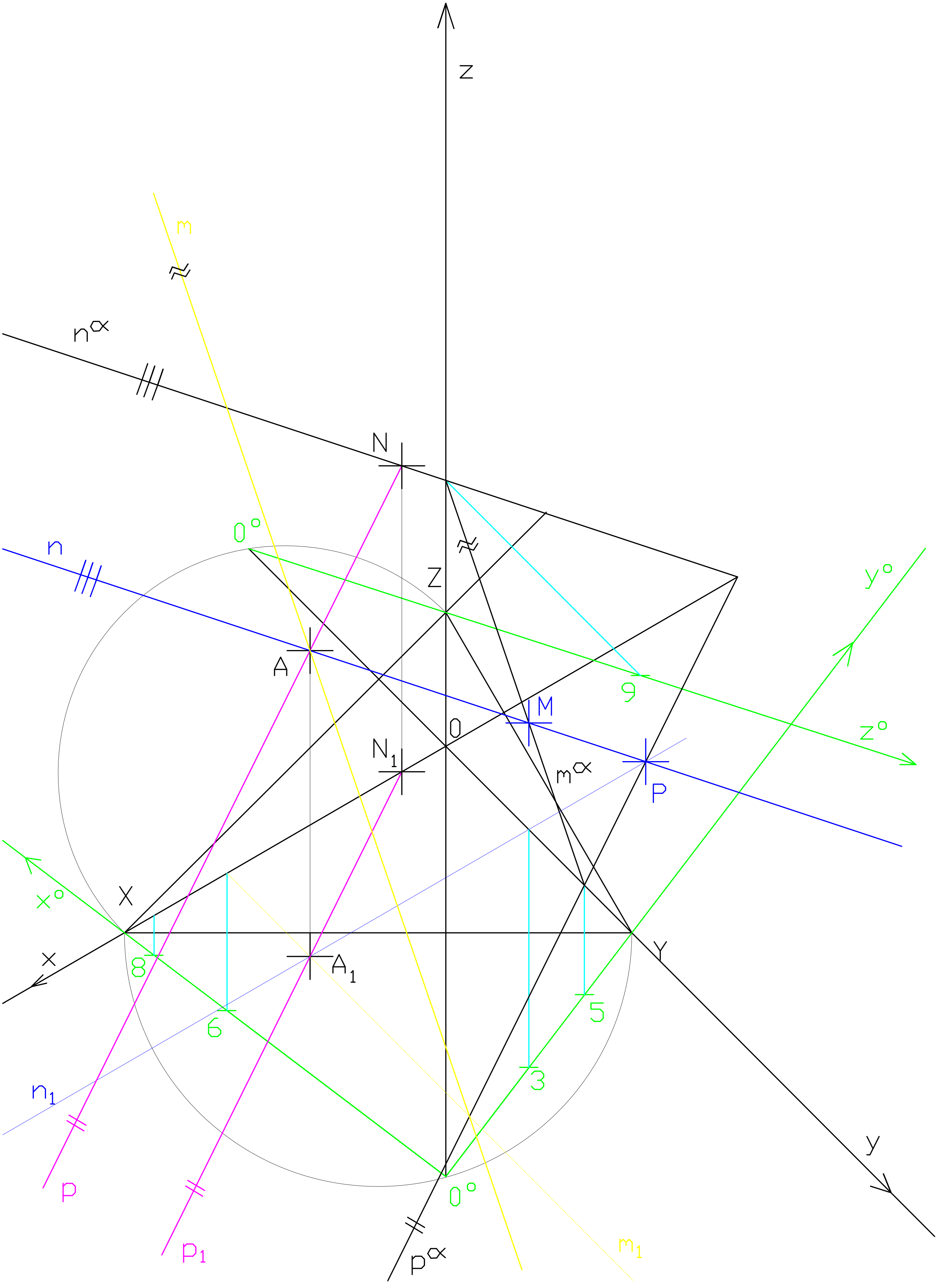
A4 na výšku

14.)PA:$\triangle XYZ$, O[10;12], osa z je svislá, $\sphericalangle(x,z)=120°$, $\sphericalangle(y,z)=135°$.
Je dána rovina $\alpha(-8;5;9)$. Zobrazte hlavní přímky roviny α, které procházejí jejím bodem A [6;3;?].

Řešení:

1. Zobrazíme stopy roviny α a půdorys A_1 bodu A. Volíme libovolný axonometrický trojúhelník XYZ, $XY \perp z$, $XZ \perp y$, $YZ \perp x$. Trojúhelník volíme dostatečně velký kvůli přesnosti.
2. Hlavní přímky první osnovy roviny α jsou přímky roviny α, které jsou rovnoběžné s půdorysnou π (x,y). Jedna z hlavních přímek první osnovy je půdorysná stopa roviny α. Hlavní přímky první osnovy jsou rovnoběžné s půdorysnou stopou roviny α.
Hlavní přímky druhé osnovy roviny α jsou přímky roviny α, které jsou rovnoběžné s nárysnou ν (x,z). Jedna z hlavních přímek druhé osnovy je nárysná stopa roviny α. Hlavní přímky druhé osnovy jsou rovnoběžné s nárysnou stopou roviny α.
Hlavní přímky třetí osnovy roviny α jsou přímky roviny α, které jsou rovnoběžné s bokorysnou μ (y,z). Jedna z hlavních přímek třetí osnovy je bokorysná stopa roviny α. Hlavní přímky třetí osnovy jsou rovnoběžné s bokorysnou stopou roviny α.
3. K dourčení bodu A použijeme některou z hlavních přímek roviny .
Zde jsme použili hlavní přímku n druhé osnovy. Půdorys n_1 prochází bodem A_1 a je rovnoběžný s osou x. Přímka n=PM je rovnoběžná s nárysnou stopou n^α roviny α.
4. Půdorys p_1 hlavní přímky p první osnovy je rovnoběžný s půdorysnou stopou p^α.
Půdorys m_1 hlavní přímky m třetí osnovy je rovnoběžný s osou y.

14.)

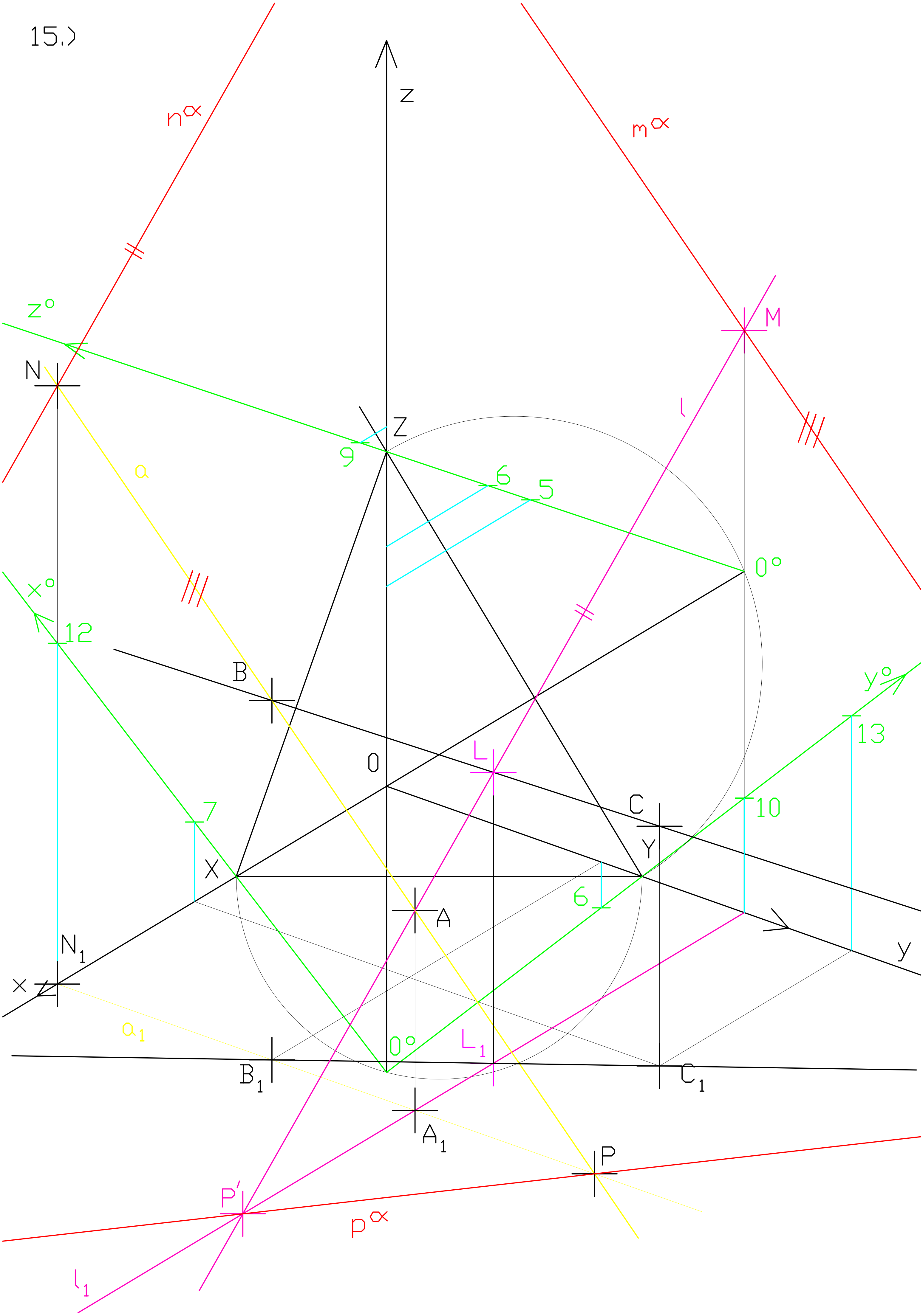


A4 na výšku

15.) PA: $\triangle XYZ$, $X[5,5;10]$, $|XY|=9$, $|XZ|=10$, $|YZ|=11$
Zobrazte stopy roviny $\alpha(A,B,C)$, $A[12;10;5]$, $B[12;6;9]$, $C[7;13;6]$.

Řešení:
1.Zobrazíme zadané body.
2.Stopníky přímek roviny α leží na stopách roviny α.
Stopníky přímek AB, BC, AC jsou většinou nedostupné. Na papíře jsou půdorysný stopník P a nárysný stopník N přímky a=AB. Přímka a je hlavní přímka třetí osnovy roviny α.
3.Zvolme si libovolnou přímku roviny α, jejíž stopníky bychom mohli využít. V řešení příkladu jsme si zvolili přímku l procházející bodem A a to hlavní přímku druhé osnovy, l=AL ($L \in BC$). Bod P´ je půdorysný stopník přímky l a bod M je bokorysný stopník přímky l.
4.Půdorysná stopa je p^{α}= PP´.
Nárysná stopa je přímka procházející bodem N a je rovnoběžná s přímkou l.
Bokorysná stopa je přímka procházející bodem M a rovnoběžná s přímkou a.

15.)



z
nα
mα
z°
M
N
l
Z
9
a
6
5
0°
x°
12
y°
B
13
L
0
C
7
10
X
Y
6
A
y
N1
x
a1
0°
L1
B1
C1
A1
P
P'
pα
l1

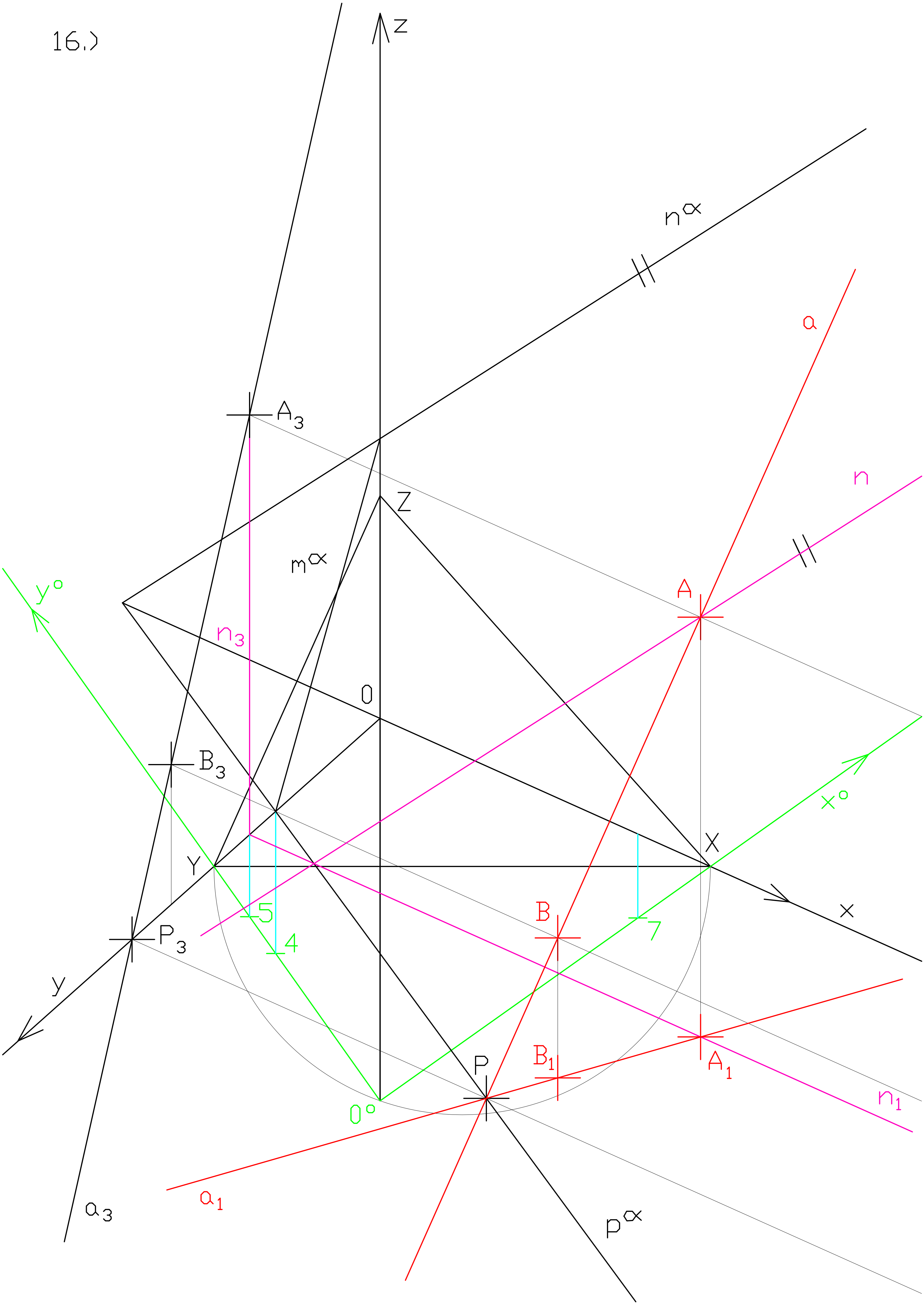
A4 na výšku

16.) PA: $\triangle YXZ$, $Y[5;10]$, $|YX|=|XZ|=11$, $|YZ|=9$, PODHLED
Je dána rovina $\alpha(-7,4,8)$. Dourčete přímku $a=AB$ tak, aby ležela v rovině α, $A[?;5;12]$, $B[?;8;4]$.

Řešení:

1. Zobrazíme stopy roviny α a bokorys $a_3=A_3B_3$ přímky a.
2. K dourčení přímky a použijeme její půdorysný stopník P, $P_3=a_3 \cap y$.
   Nárysný a bokorysný stopník přímky a jsou mimo papír.
3. Dourčíme libovolný bod přímky a s využitím vhodně zvolené nositelky. V našem příkladě jsme dourčili bod A pomocí nositelky n (hlavní přímka druhé osnovy roviny α).
4. Hledaná přímka je $a=AP$. Zobrazíme také půdorys této přímky a bod B.

16.)



A4 na výšku

17.) <u>PA:</u> $\triangle XYZ$, $X[6;9]$, $|XY|=9$, $|XZ|=11$, $|YZ|=12$
Zobrazte stopy roviny $\alpha(A,B,0)$, $A[8;3;4]$, $B[2;10;-7]$, $0[0;0;0]$. Dále zobrazte axonometrickou stopu roviny α.

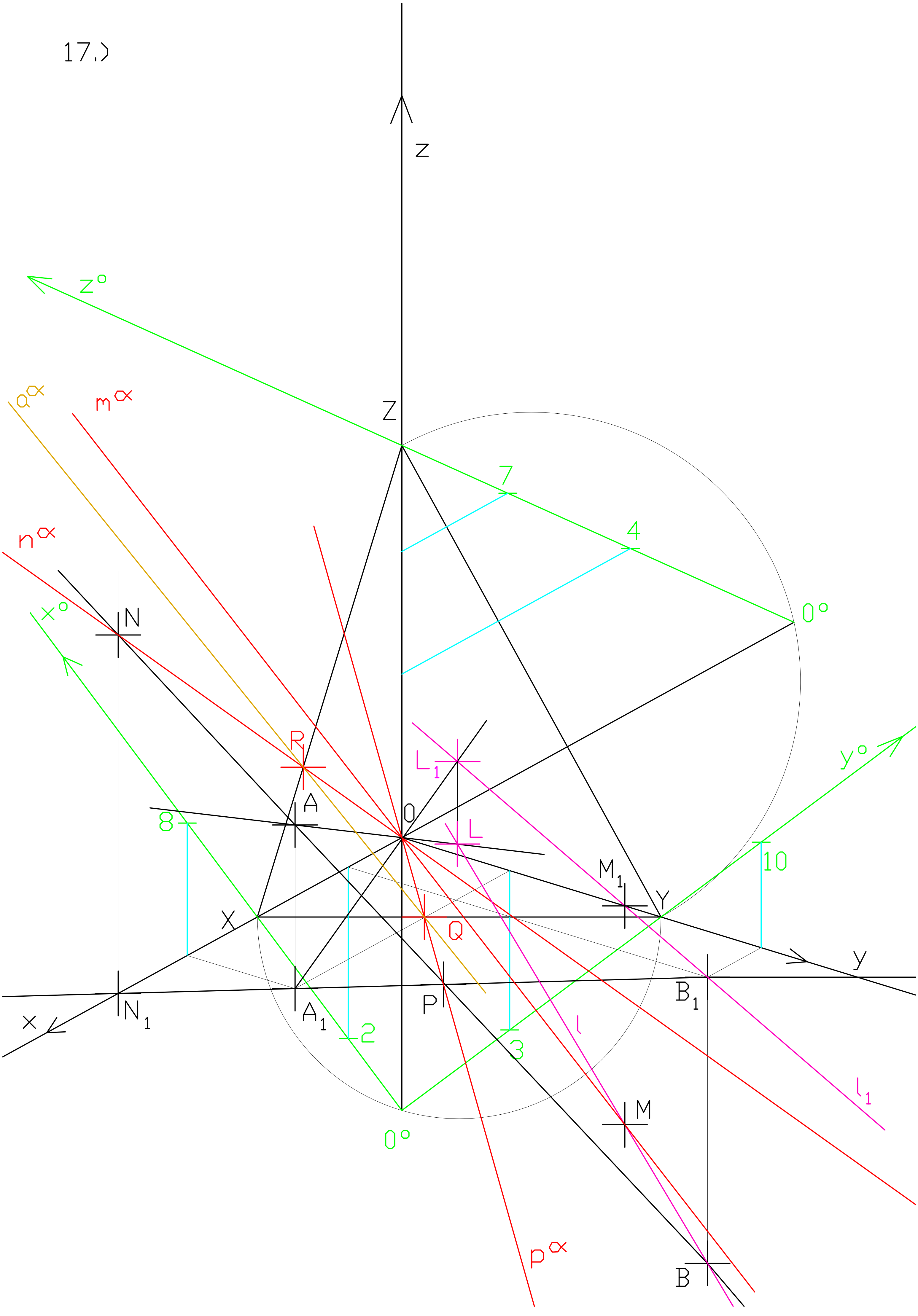
Řešení:

1.Zobrazíme body A,B.
Zobrazíme stopníky přímky AB. Dostupné jsou pouze půdorysný stopník P a nárysný stopník N.
Půdorysná stopa je $p^{\alpha}=P0$, nárysná stopa je $n^{\alpha}=N0$.

2.Zobrazíme bokorysný stopník M libovolně zvolené přímky l roviny α.
V našem řešení je $l=LB$, kde L je bod přímky A0.
Bokorysná stopa je $m^{\alpha}=M0$.

3.Axonometrická stopa a^{α} roviny α je průsečnice roviny α a průmětny ρ.
Půdorysná stopa roviny α protíná průmětnu ρ v bodě $Q=p^{\alpha}\cap XY$, nárysná stopa roviny protíná průmětnu ρ v bodě $R=n^{\alpha}\cap XZ$.
Axonometrická stopa je $a^{\alpha}=QR$.

17.)



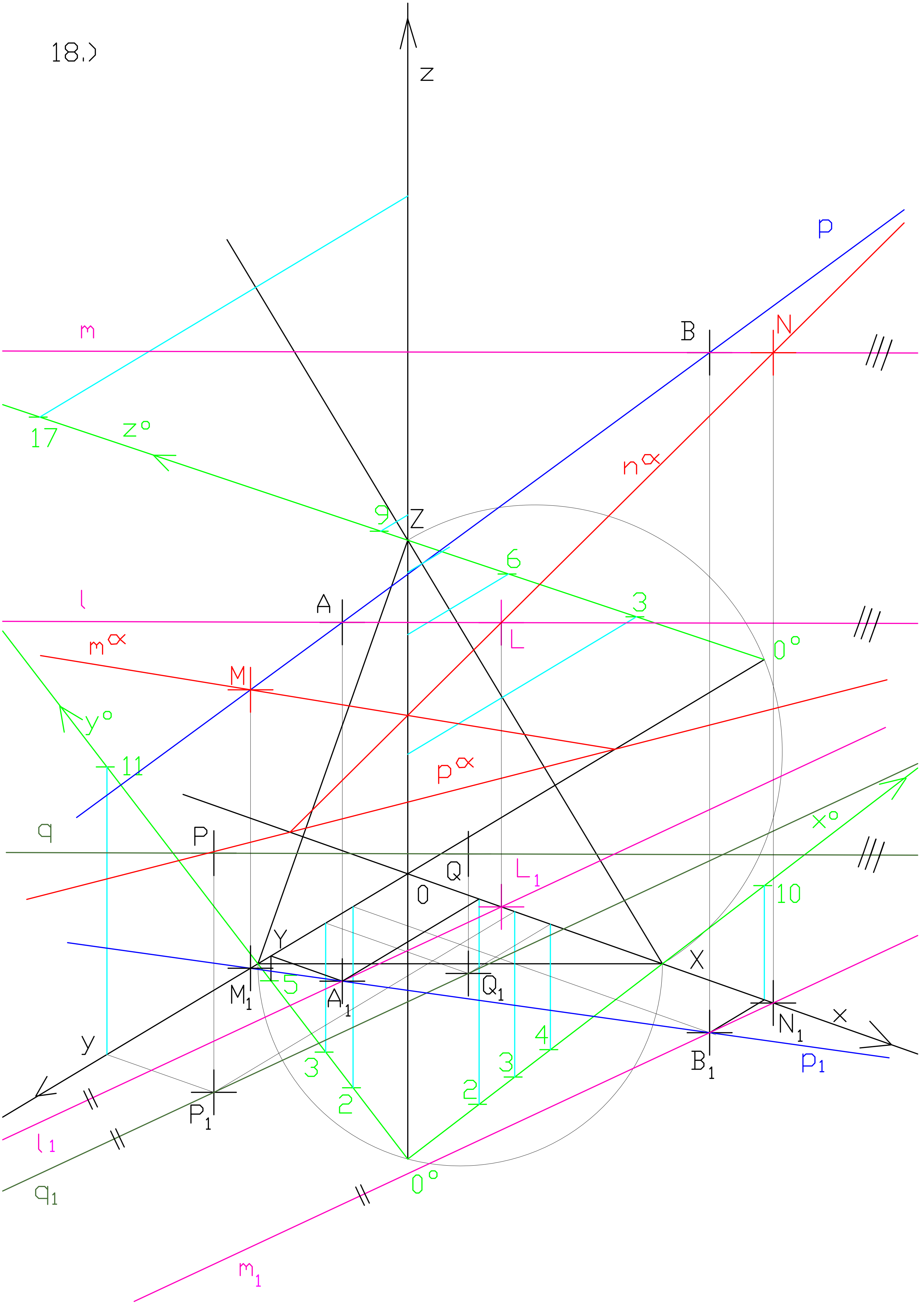
A4 na výšku

18.) <u>PA</u>: $\triangle YXZ$, Y[6;8], |YX|=9, |YZ|=10, |XZ|=11, PODHLED
Zobrazte stopy roviny α, která obsahuje přímku p=AB a je rovnoběžná s přímkou q=PQ, A[2;5;9], B[10;2;17], P[3;11;6], Q[4;3;3].

Řešení:

1. Zobrazíme zadané přímky p,q. Jsou to přímky mimoběžné.
2. Dourčíme rovinu α, libovolným bodem přímky p (zde bodem A) vedeme přímku l rovnoběžnou s přímkou q. Rovina α je určena různoběžnými přímkami p a l.
3. Zobrazíme stopníky přímek p a l. Dostupné jsou pouze obraz bokorysného stopníku M přímky p a obraz nárysného stopníku L přímky l. Zvolíme další libovolnou přímku m roviny α (zde $B \in m$, $m \parallel l$) a zobrazíme její nárysný stopník N.
4. Nárysná stopa je n^{α}=LN, bokorysná stopa m^{α} prochází bodem M a protíná se s nárysnou stopou na ose z. Půdorysná stopa p^{α} se protíná s nárysnou stopou na ose x a s bokorysnou stopou na ose y.

18.)


z
Z
p
m
B
N
n^α
z°
17
9
6
3
l
A
L
m^α
0°
M
y°
11
p^α
q
P
Q
L_1
x°
10
0
Y
X
5
M_1
A_1
Q_1
x
N_1
y
4
3
2
B_1
p_1
P_1
l_1
q_1
0°
m_1

A4 na výšku

19.) PA: $\triangle XYZ$, $X[5;11]$, $|XY|=|YZ|=11$, $|XZ|=9$

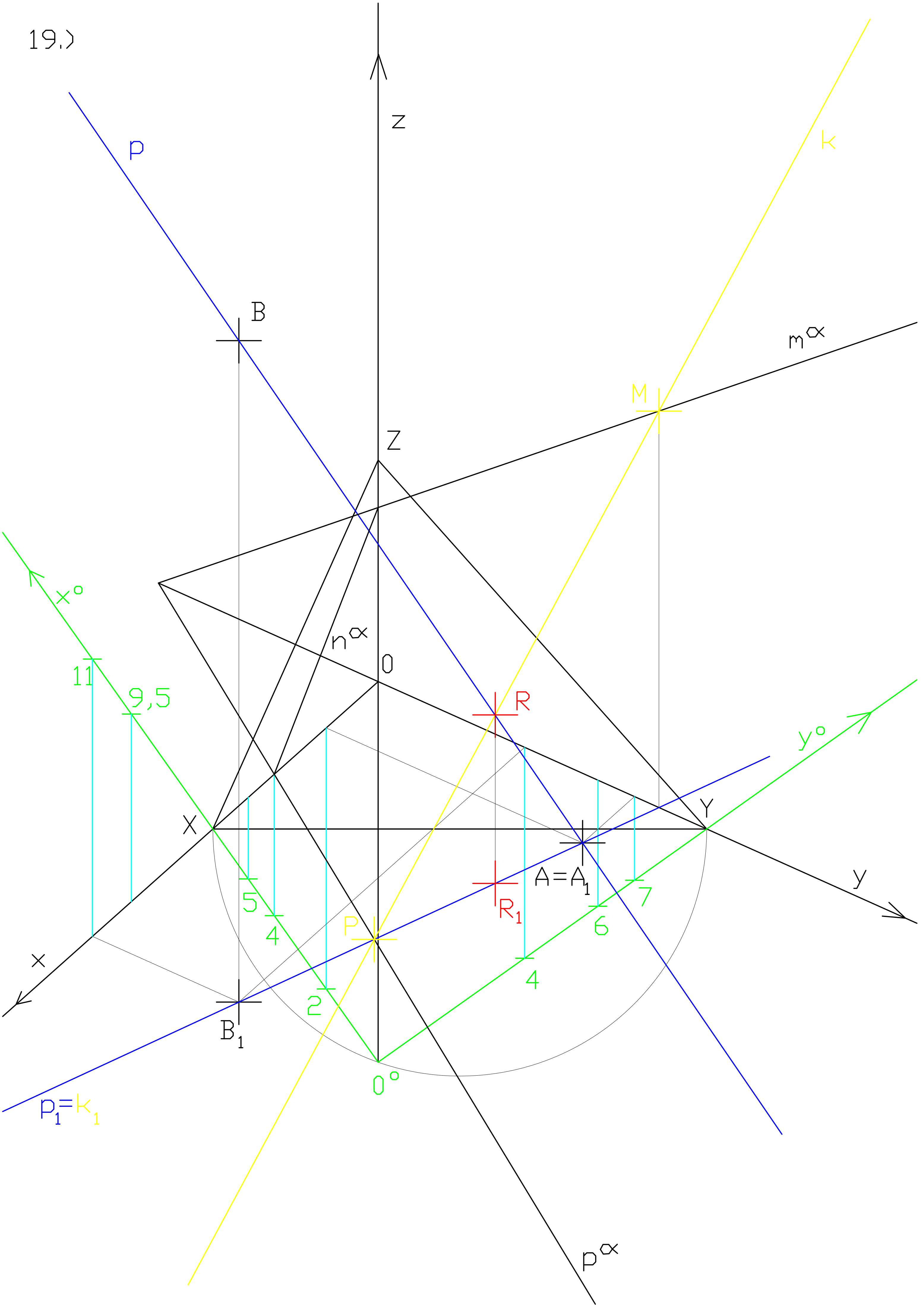
Určete vzájemnou polohu roviny $\alpha(4,-6,5)$ a přímky $p=AB$, $A[2;7;0]$, $B[11;4;19]$. Je-li přímka p různoběžná s rovinou α, zobrazte průsečík $R=p\cap\alpha$.

Řešení:

1. Zobrazíme stopy roviny α a přímku p.
2. Použijeme tzv. krycí přímku k. Nechť přímka k je přímka roviny α a půdorys k_1 „se kryje" s půdorysem p_1 přímky p ($k_1=p_1$). Dourčíme přímku k. Stopníky přímky k leží na stopách roviny α, k=PM.
3. Mohou nastat 3 případy:
   a) k=p, přímka p pak leží v rovině α,
   b) $k \parallel p$, přímka p je pak rovnoběžná s rovinou α,
   c) $k\cap p=R$, přímka p protíná rovinu α v bodě R.

V našem příkladě nastala situace c).

19.)



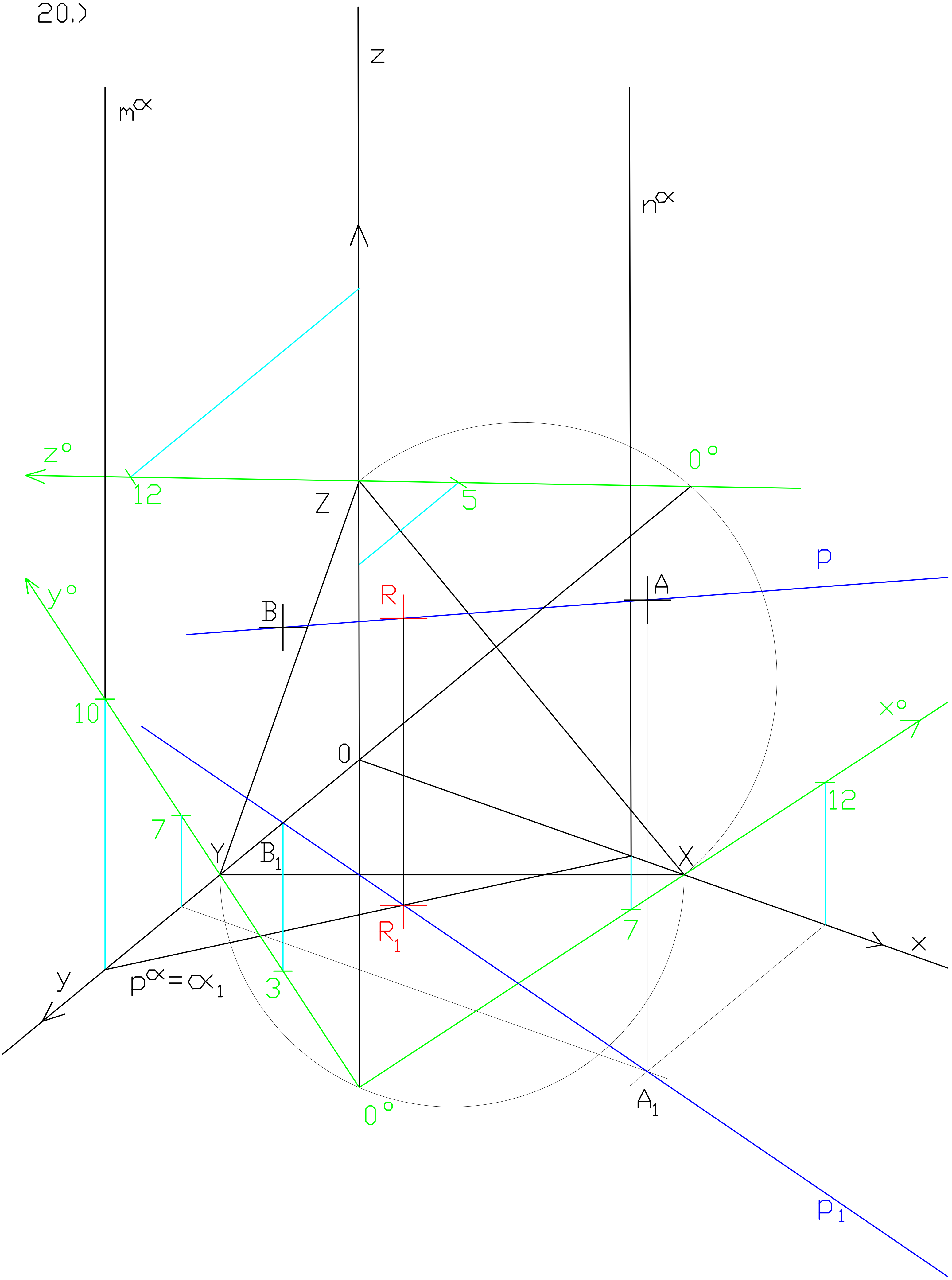
A4 na výšku

20.) $\underline{PA}$: $\triangle YXZ$, $Y[5;10]$, $|YX|=10$, $|XZ|=11$, $|YZ|=9$, PODHLED
Určete vzájemnou polohu roviny $\alpha(7,10,\infty)$ a přímky $p=AB$, $A[12;7;12]$, $B[0;3;5]$. Je-li přímka p různoběžná s rovinou α, zobrazte průsečík přímky p a roviny α.

Řešení:

1. Zobrazíme stopy roviny α a přímku p.
   Rovina α je kolmá k půdorysně, půdorysem roviny α je přímka $\alpha_1 = p^{\alpha}$.
2. Přímka p neleží v rovině α ($p_1 \neq \alpha_1$) a ani není s rovinou α rovnoběžná ($p_1 \nparallel \alpha_1$). Přímka p protíná rovinu α v bodě R. Snadno určíme půdorys R_1 bodu R, $R_1 = p_1 \cap \alpha_1$, následně bod $R \in p$.

20.)


z
m^{α}
n^{α}
z^{o}
12
5
Z
0^{o}
p
y^{o}
B
R
A
10
0
x^{o}
12
7
Y
B_1
X
7
R_1
x
3
y
$p^{\alpha} = \alpha_1$
0^{o}
A_1
p_1

A4 na výšku

21.) PA: $\triangle XYZ$, X[6;10], |XY|=10, |YZ|=11, |XZ|=9
Určete vzájemnou polohu roviny $\alpha(\infty;\infty;5,5)$ a přímky p=AB, A[4;6;4], B[13;4;12]. Je-li přímka p různoběžná s rovinou α, zobrazte její průsečík s rovinou α.

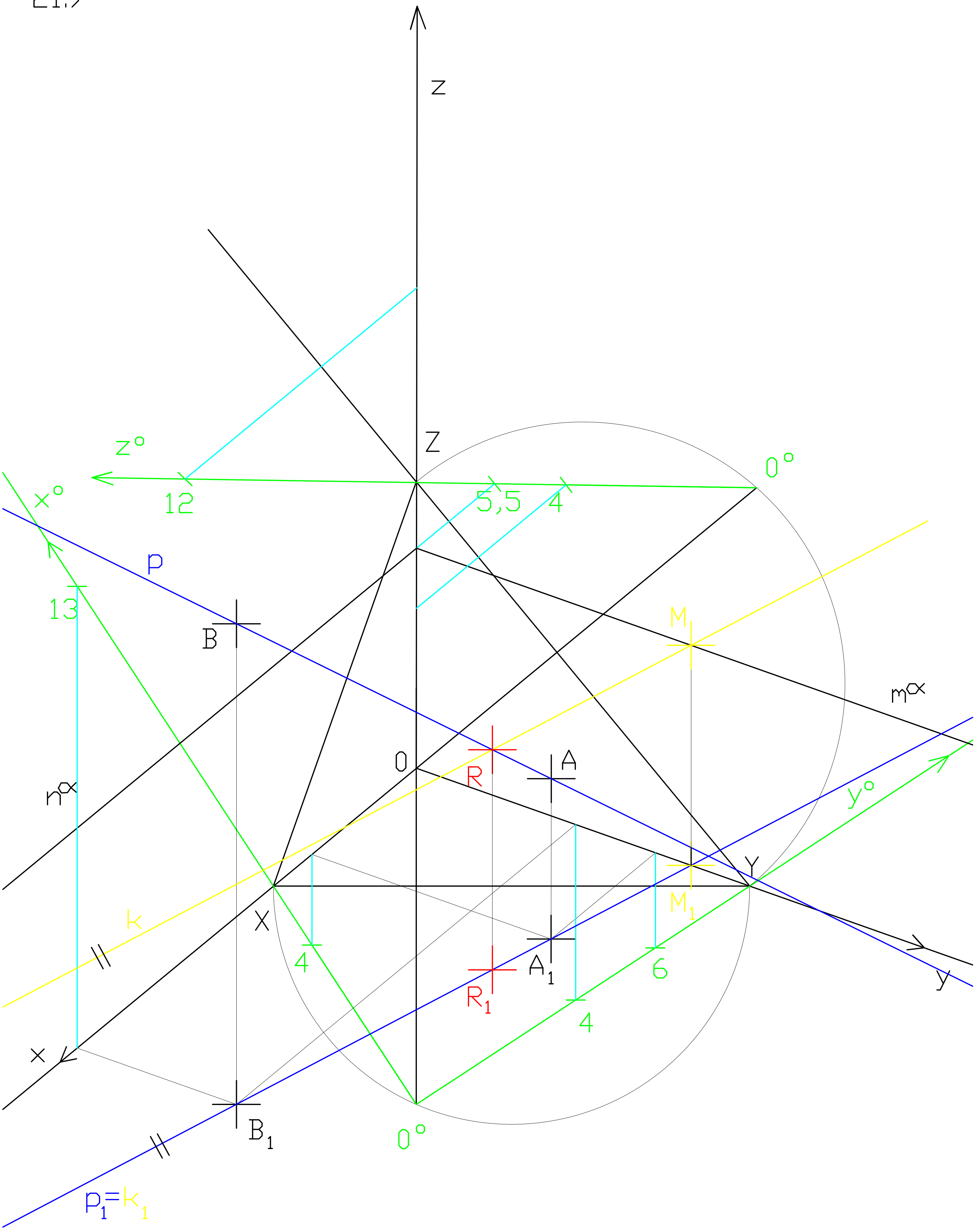
Řešení:

1.Zobrazíme stopy roviny α a přímku p.

2.Použijeme krycí přímku k roviny α, její půdorys k_1 se kryje s půdorysem p_1 zadané přímky p.
Dourčíme přímku k tak, aby ležela v rovině α. Stopníky přímky k leží na stopách roviny α, v našem příkladě je dostupný jenom bokorysný stopník M přímky k. Vzhledem k tomu, že rovina je rovnoběžná s půdorysnou, musí být přímka k rovnoběžná s půdorysnou, tedy k je rovnoběžná se svým půdorysem k_1.

3.Přímky k a p jsou různoběžné, jejich společný bod R je průsečík přímky p s rovinou α.

21.)



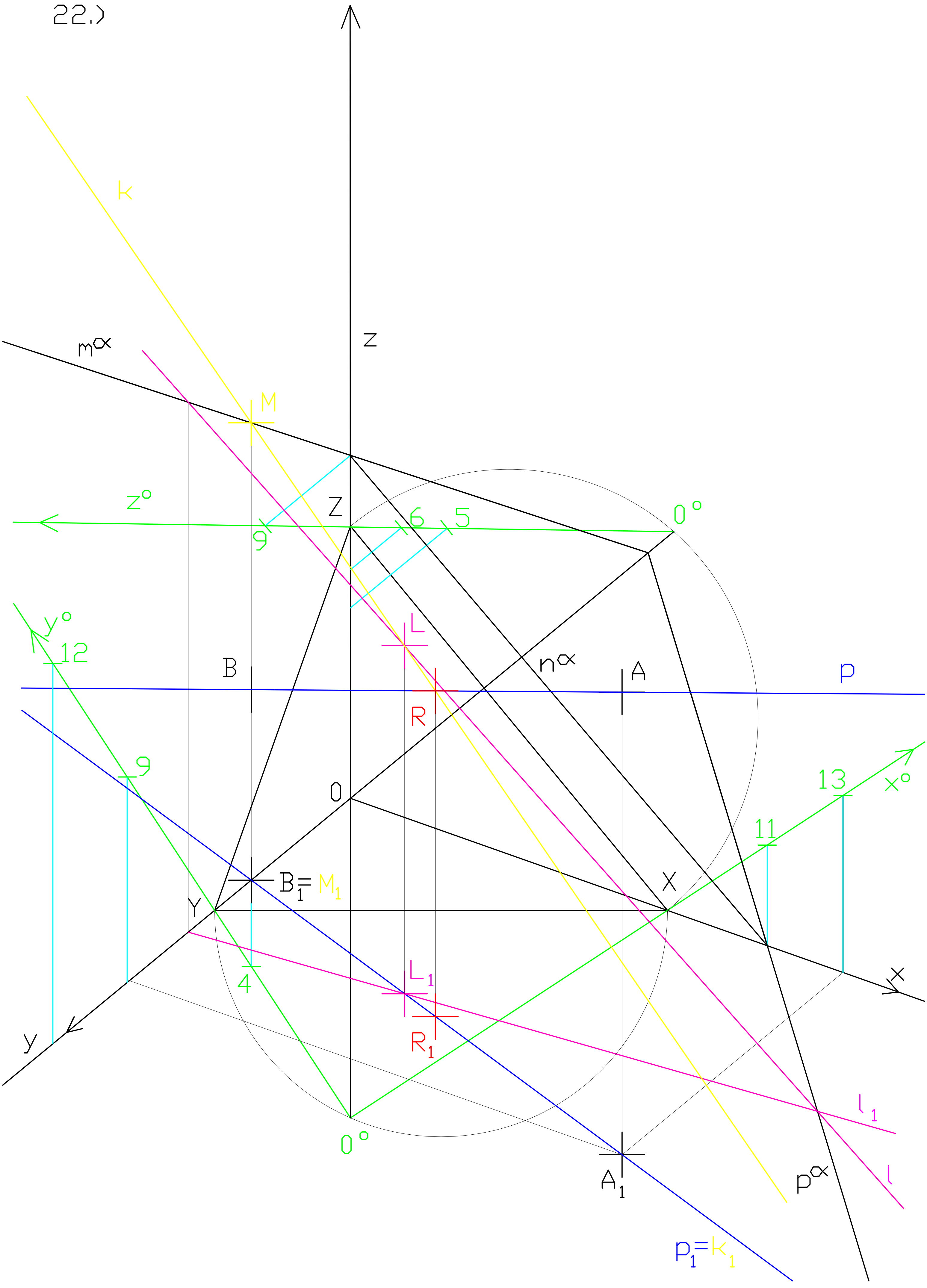
A4 na výšku

22.) PA: $\triangle YXZ$, Y[5;8,5], |YX|=10, |XZ|=11, |YZ|=9, PODHLED
Určete vzájemnou polohu roviny $\alpha(11,-12,9)$ a přímky p=AB, A[13;9;12], B[0;4;5]. Je-li přímka p různoběžná s rovinou α, zobrazte průsečík přímky p a roviny α.

Řešení:

1. Zobrazíme stopy roviny α a přímku p.
2. Použijeme krycí přímku k roviny α, půdorys k_1 se kryje s půdorysem p_1 zadané přímky.
 Dourčíme přímku k tak, aby ležela v rovině α.
 Stopníky přímky k leží na stopách roviny α, dostupný je pouze bokorysný stopník M přímky k.
 Vybereme si libovolný bod L_1 na přímce k_1 a dourčíme ho (pomocí libovolné nositelky l) tak, aby ležel v rovině α.
 Hledaná krycí přímka je k=ML.
3. Přímky k a p jsou různoběžné, jejich společný bod R je průsečík přímky p s rovinou α.

22.)



z
k
m^α
M
z^o
Z
6
5
0^o
9
y^o
L
12
B
n^α
A
p
R
9
13
0
x^o
11
$B_1 = M_1$
X
Y
4
L_1
x
y
R_1
l_1
0^o
A_1
p^α
l
$p_1 = k_1$

A4 na výšku

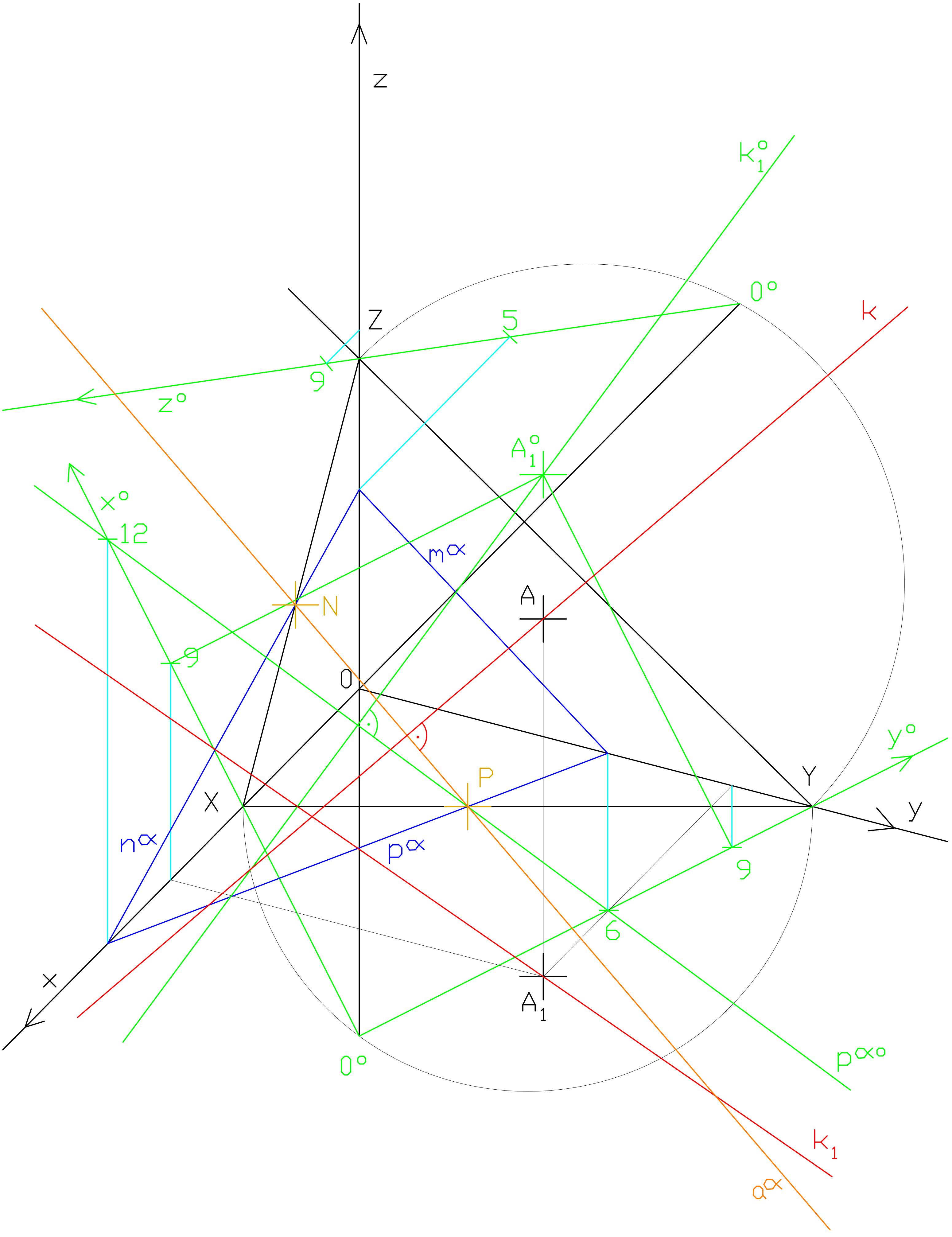
23.) PA: $\triangle XYZ$, O[8;13], osa z je svislá, $\sphericalangle(x,z)=135°$, $\sphericalangle(y,z)=105°$.

Je dána rovina $\alpha(12,6,5)$ a bod A [9;9;9].
Zobrazte přímku k, která prochází bodem A a je kolmá k rovině α.

Řešení:

1. Volíme libovolný axonometrický trojúhelník XYZ. Kvůli přesnosti volíme trojúhelník dostatečně velký. Zobrazíme stopy roviny α a bod A.
2. Je-li přímka k kolmá k rovině α, je kolmá ke všem přímkám roviny α. Kolmé přímky se v pravoúhlé axonometrii zobrazí jako kolmé přímky, pokud jedna z nich je rovnoběžná s axonomterickou průmětnou γ a druhá není k průmětně γ kolmá.
   Axonometrická stopa a^{α} roviny α a přímka k se zobrazí jako kolmé přímky.
3. Přímka k není svým axonometrickým průmětem určena jednoznačně, je potřeba zobrazit ještě její půdorys nebo nárys nebo bokorys. Je-li $k \perp \alpha$, je také $k \perp p^{\alpha}$ a půdorys k_1 přímky k je kolmý k půdorysné stopě p^{α} VE SKUTEČNOSTI!!
   Otočíme půdorysnu do průmětny γ a sestrojíme k_1^o: $A_1^o \in k_1^o$, $k_1^o \perp p^{\alpha o}$.
   S využitím afinity zobrazíme půdorys k_1 přímky k.
   Podobně je VE SKUTEČNOSTI nárys k_2 přímky k kolmý k nárysné stopě n^{α} a bokorys k_3 přímky k kolmý k bokorysné stopě m^{α}.

23.)



z
Z
k$_1^o$
0°
5
k
9
z°
A$_1^o$
x°
12
mα
A
N
9
0
y°
P
Y
X
y
nα
pα
9
6
x
A$_1$
0°
pα°
k$_1$
aα

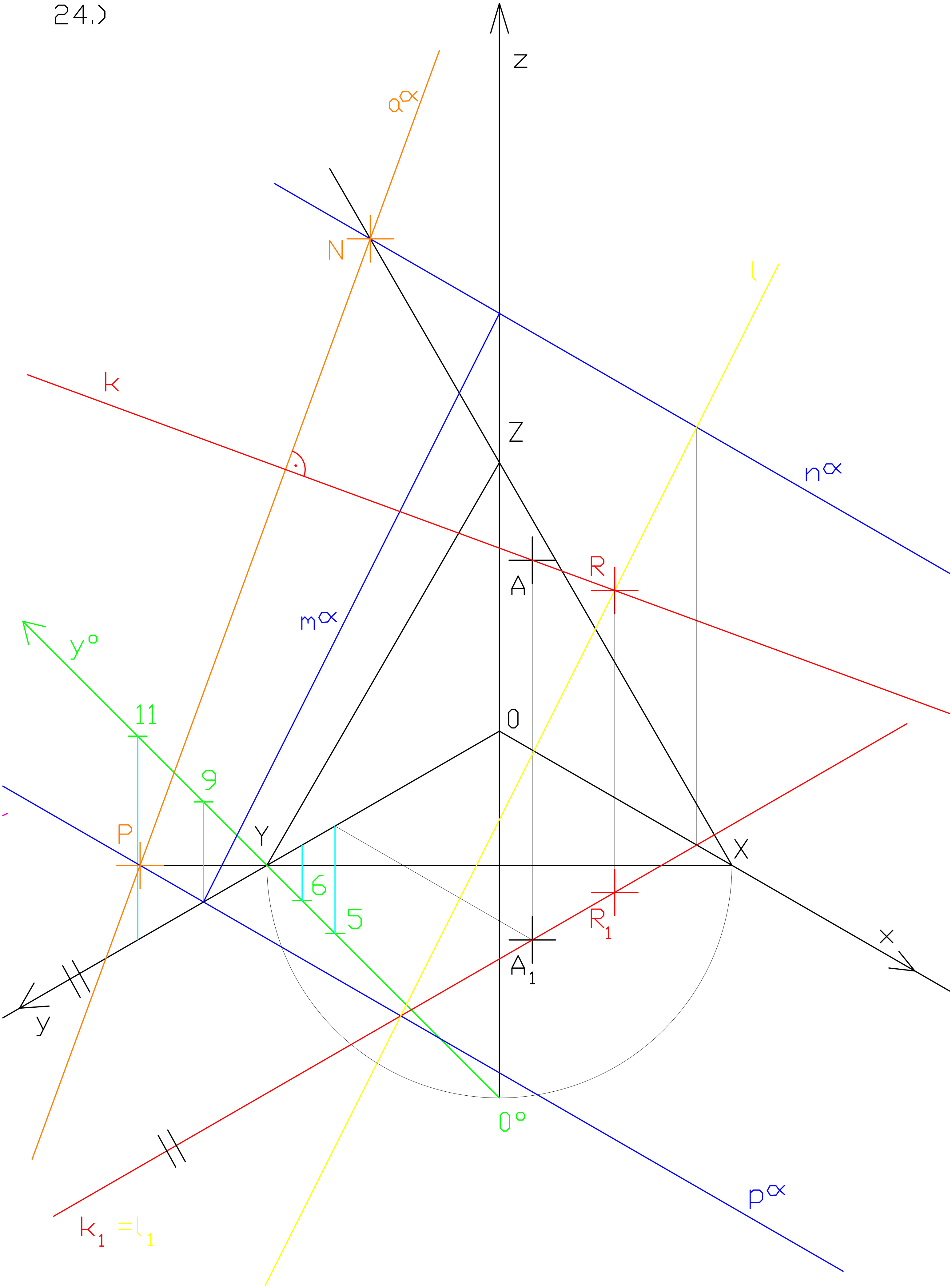
A4 na výšku

24.) PA: $\triangle YXZ$, Y[6;10], |XY|=10, izometrie, PODHLED
Je dána rovina $\alpha(\infty,9,11)$ a bod A[6;5;10].
Zobrazte přímku k, která prochází bodem A a je kolmá k rovině α. Dále zobrazte průsečík přímky k s rovinou α.

Řešení:

1. Zobrazíme stopy roviny α a bod A.
2. Sestrojíme axonometrickou stopu a^{α} roviny α, a^{α}=PN.
Přímka k se zobrazí jako kolmice k axonometrické stopě, $A \in k$, $k \perp a^{\alpha}$. Zobrazíme půdorys k_1 přímky k. Přímka k_1 je ve skutečnosti kolmá k půdorysné stopě roviny α. Protože je půdorysná stopa rovnoběžná s osou x, zobrazí se k_1 jako rovnoběžka s osou y.
3. Zobrazíme průsečík R přímky k s rovinou α, použili jsme krycí přímku l.

24.)



A4 na výšku

25.) PA: $\triangle XYZ$, $X[5;9]$, $|XY|=|YZ|=11$, $|XZ|=9$
Je dána rovina $\alpha(5,13,\infty)$ a bod $A[8;10;20]$.
Zobrazte přímku k, která prochází bodem A a je kolmá k rovině α. Dále zobrazte průsečík přímky k s rovinou α.

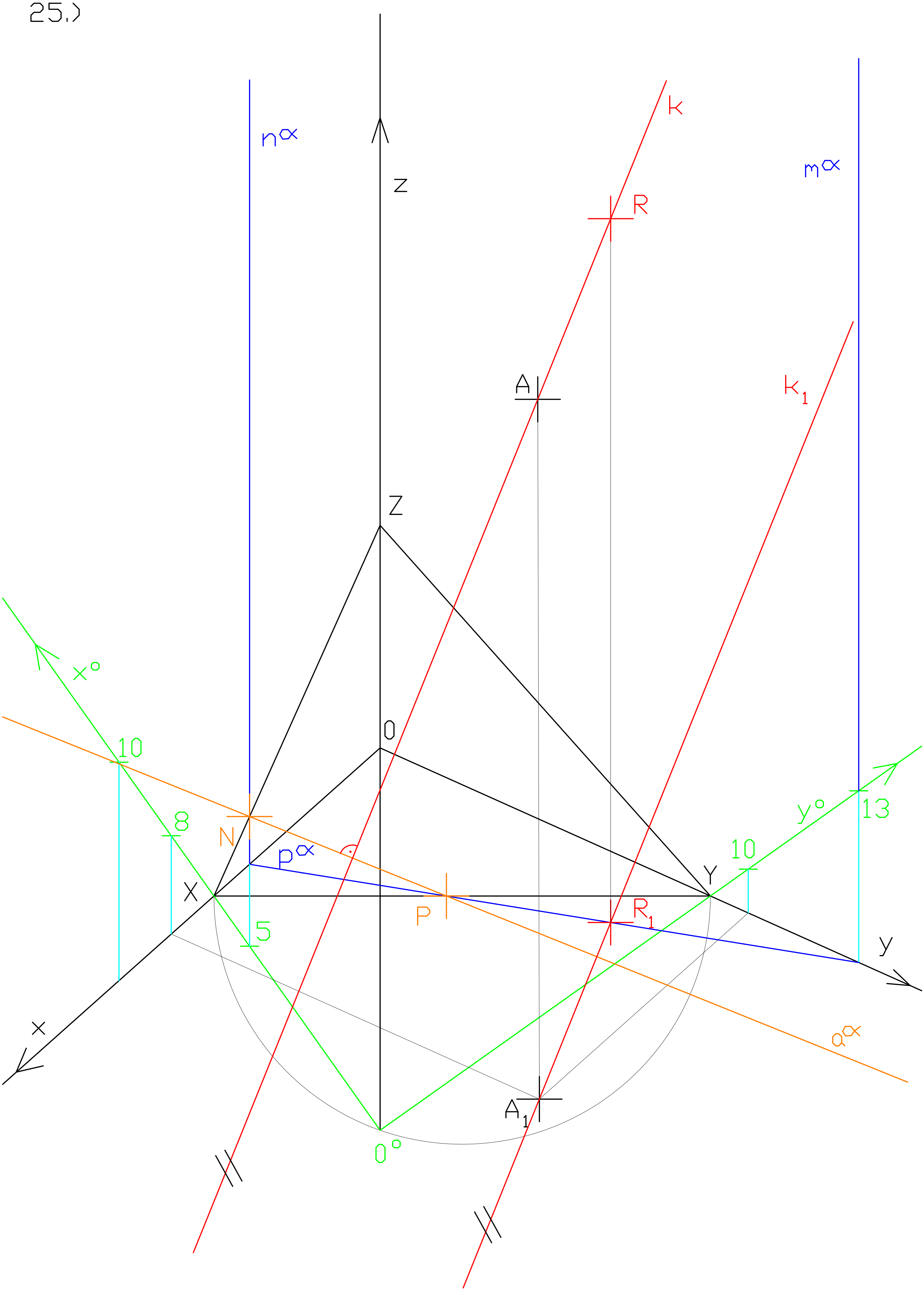
Řešení:

1.Zobrazíme stopy roviny α a bod A.

2.Sestrojíme axonometrickou stopu a^{α} roviny α, $a^{\alpha}=PN$.
Přímka k se zobrazí jako kolmice k axonometrické stopě, $A \in k$, $k \perp a^{\alpha}$. Zobrazíme půdorys k_1 přímky k. Vzhledem k tomu, že rovina α je kolmá k půdorysně, je přímka k rovnoběžná s půdorysnou. Je tedy $k_1 \parallel k$!

3.Zobrazíme průsečík R přímky k s rovinou α, $R_1 = k_1 \cap p^{\alpha}$.

25.)



z
Z
0
x
X
x°
y
Y
y°
0°
A
A_1
R
R_1
k
k_1
n^α
m^α
p^α
q^α
N
P
10
8
5
10
13

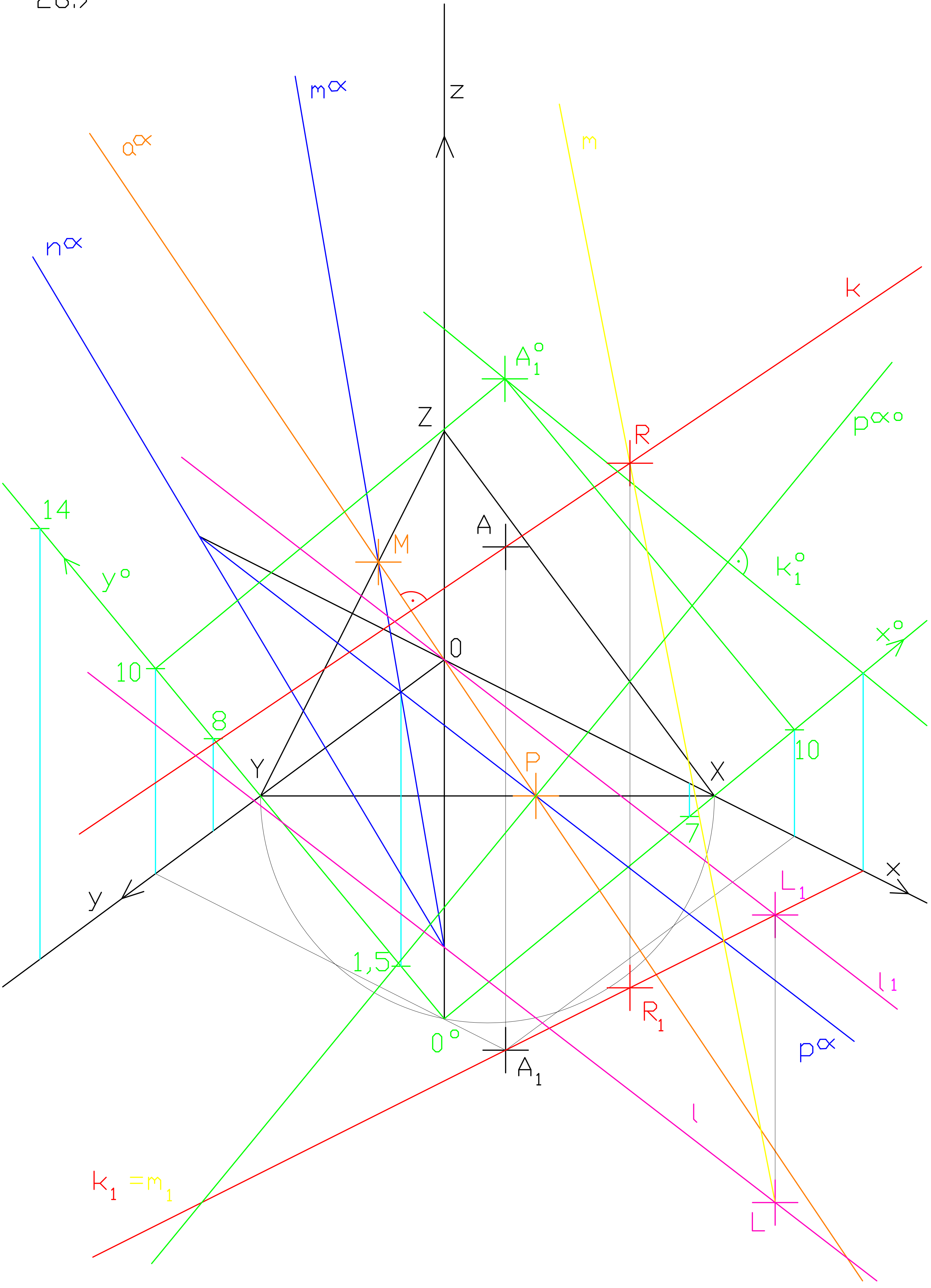
A4 na výšku

26.) PA: $\triangle YXZ$, Y[6;11], |YX|=|XZ|=10, |YZ|=9, PODHLED
Je dána rovina $\alpha(-7;1{,}5;-8)$ a bod A[10;10;14]. Zobrazte přímku k, která prochází bodem A a je kolmá k rovině α. Dále zobrazte průsečík přímky k s rovinou α.

Řešení:

1. Zobrazíme stopy roviny α a bod A.
2. Sestrojíme axonometrickou stopu a^{α} roviny α, a^{α}=PM.
Přímka k se zobrazí jako kolmice k axonometrické stopě, $A \in k$, $k \perp a^{\alpha}$. Zobrazíme půdorys k_1 přímky k. Použijeme otočení půdorysny ($k_1^{\circ} \perp p^{\alpha\circ}$) a afinitu $\mathcal{A}$(YX, $0 \leftrightarrow 0^{\circ}$).
3. Zobrazíme průsečík R přímky k s rovinou α. Použili jsme krycí přímku m ($m_1=k_1$), pro zobrazení přímky m jsme využili libovolnou přímku l roviny α (zde $0 \in l_1$, l je hlavní přímka první osnovy roviny α).
Společný bod R přímek k a m je hledaný průsečík přímky k s rovinou α.

26.)



z
m^{α}
a^{α}
m
n^{α}
k
A_1^{o}
Z
R
$p^{\alpha o}$
14
A
M
k_1^{o}
y^{o}
0
x^{o}
10
8
10
Y
P
X
7
y
L_1
x
1,5
l_1
R_1
0^{o}
A_1
p^{α}
l
L
$k_1 = m_1$

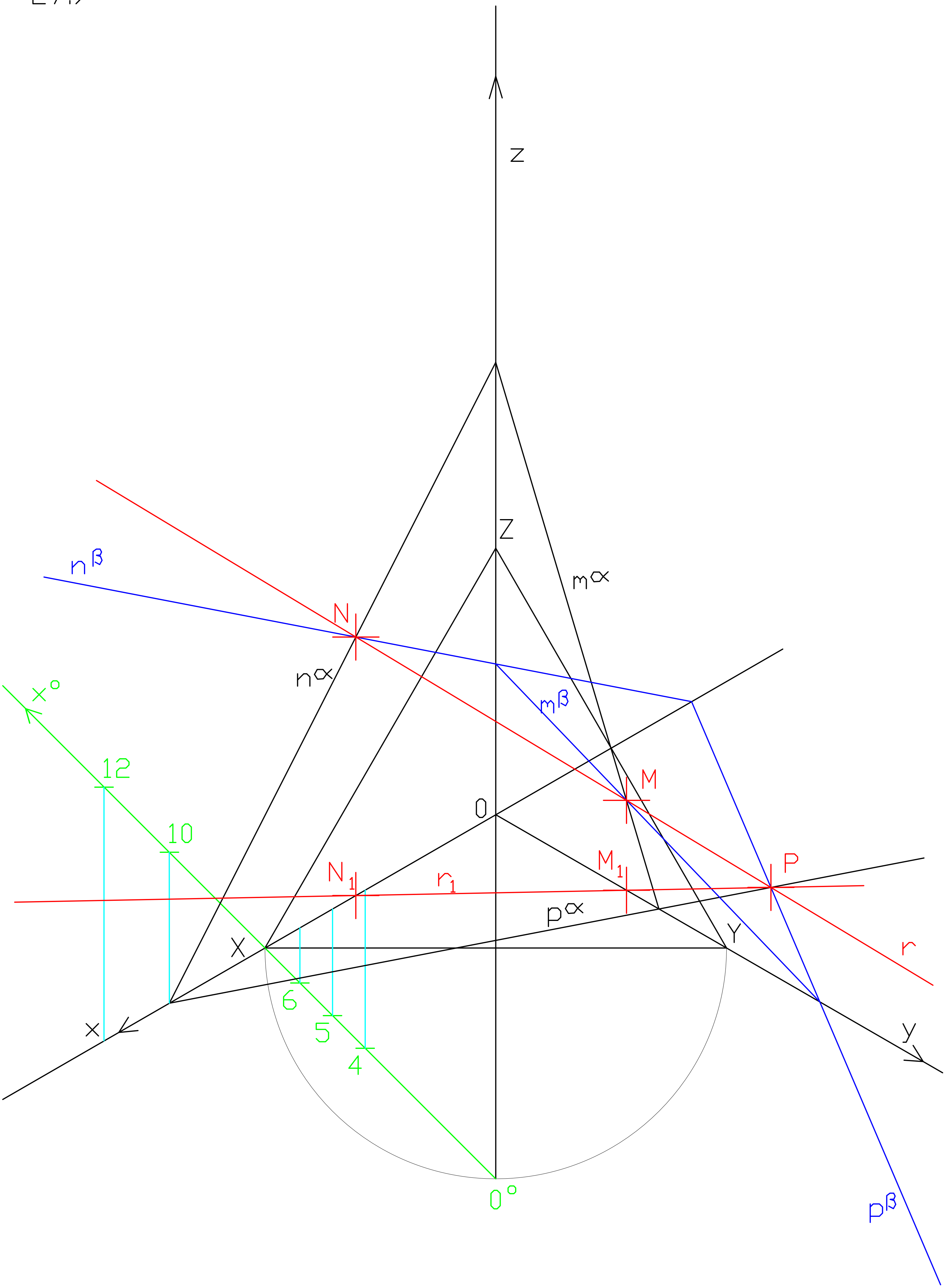
A4 na výšku

27.) <u>PA:</u> $\triangle XYZ$, $X[6;8]$, $|XY|=10$, izometrie
Učete vzájemnou polohu rovin $\alpha(10,5,12)$ a $\beta(-6,10,4)$. Jsou-li roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

Řešení:

1. Zobrazíme stopy rovin α a β.
2. Dvě roviny v prostoru jsou buď rovnoběžné nebo různoběžné.
   Zadané roviny α a β jsou růzboběžné.
   Hledáme společné body obou rovin (stačí dva různé).
   Půdorysné stopy se protínají v bodě P, nárysné stopy v bodě N a bokorysné stopy v bodě M. Všechny 3 body leží na jedné přímce a to je hledaná průsečnice r.
   Sestrojíme i obraz půdorysu r_1 .

27.)



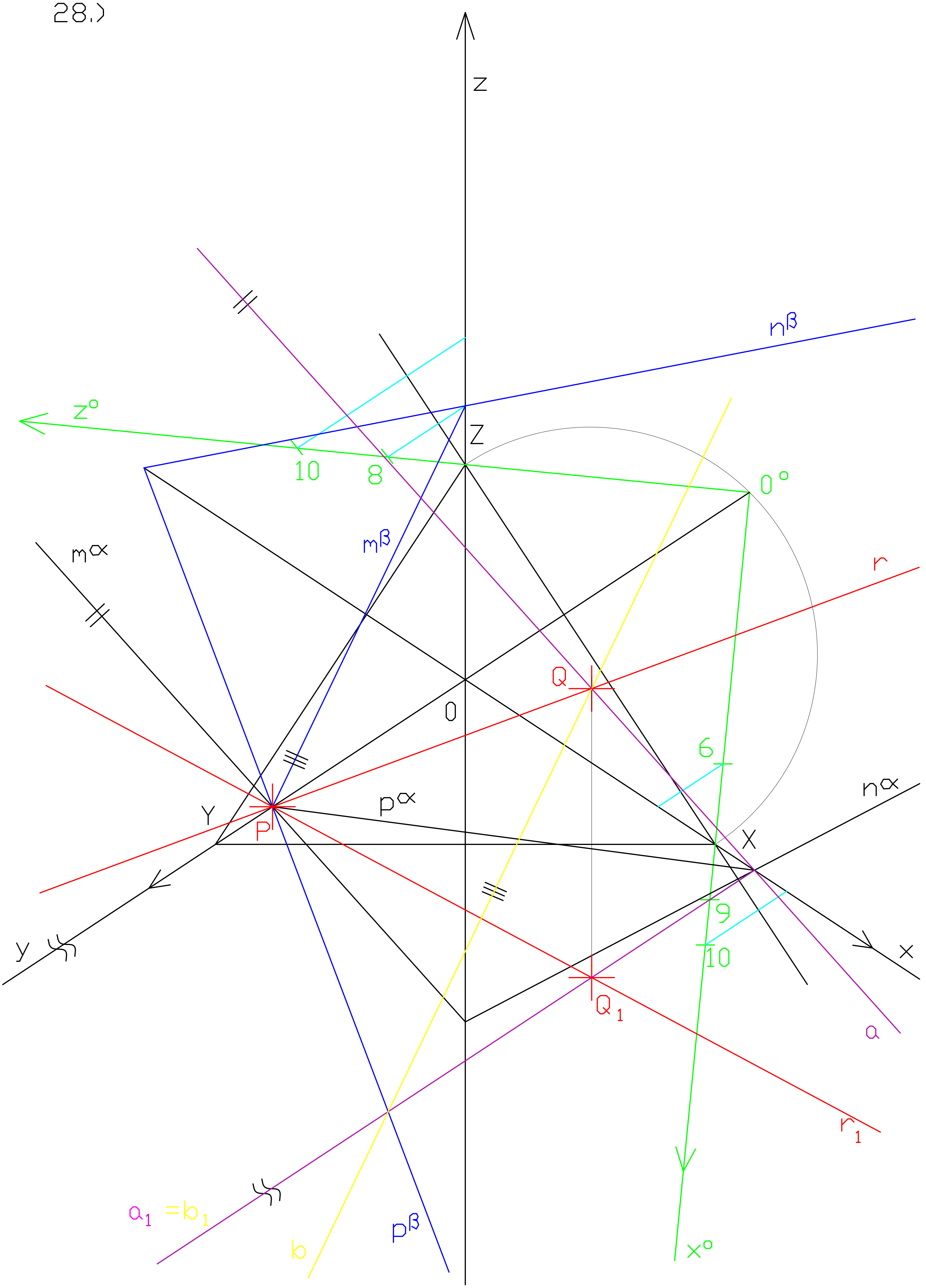
z
Z
m^α
n^β
N
n^α
x°
m^β
12
M
0
10
N_1
M_1
P
r_1
p^α
X
Y
r
6
x
5
y
4
0°
p^β

A4 na výšku

28.) PA: △YXZ, Y[5;10], |YX|=11, |XZ|=|YZ|=10, P□DHLED
Určete vzájemnou polohu rovin α(9,6,−10) a β(−10,6,8). Jsou-li roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

Řešení:
1.Zobrazíme stopy rovin α a β.
2.Roviny nejsou rovnoběžné, snadno najdeme společný bod P (průsečík půdorysných a zároveň bokorysných stop).
K dourčení průsečnice najdeme další společný bod.
Vybereme libovolnou přímku a roviny α (zde jsme zvolili hlavní přímku třetí osnovy). Zobrazíme průsečík přímky a s rovinou β , využili jsme krycí přímku b (hlavní přímka třetí osnovy roviny β).
Společný bod Q přímek a a b je bod hledané průsečnice r= PQ.

28.)

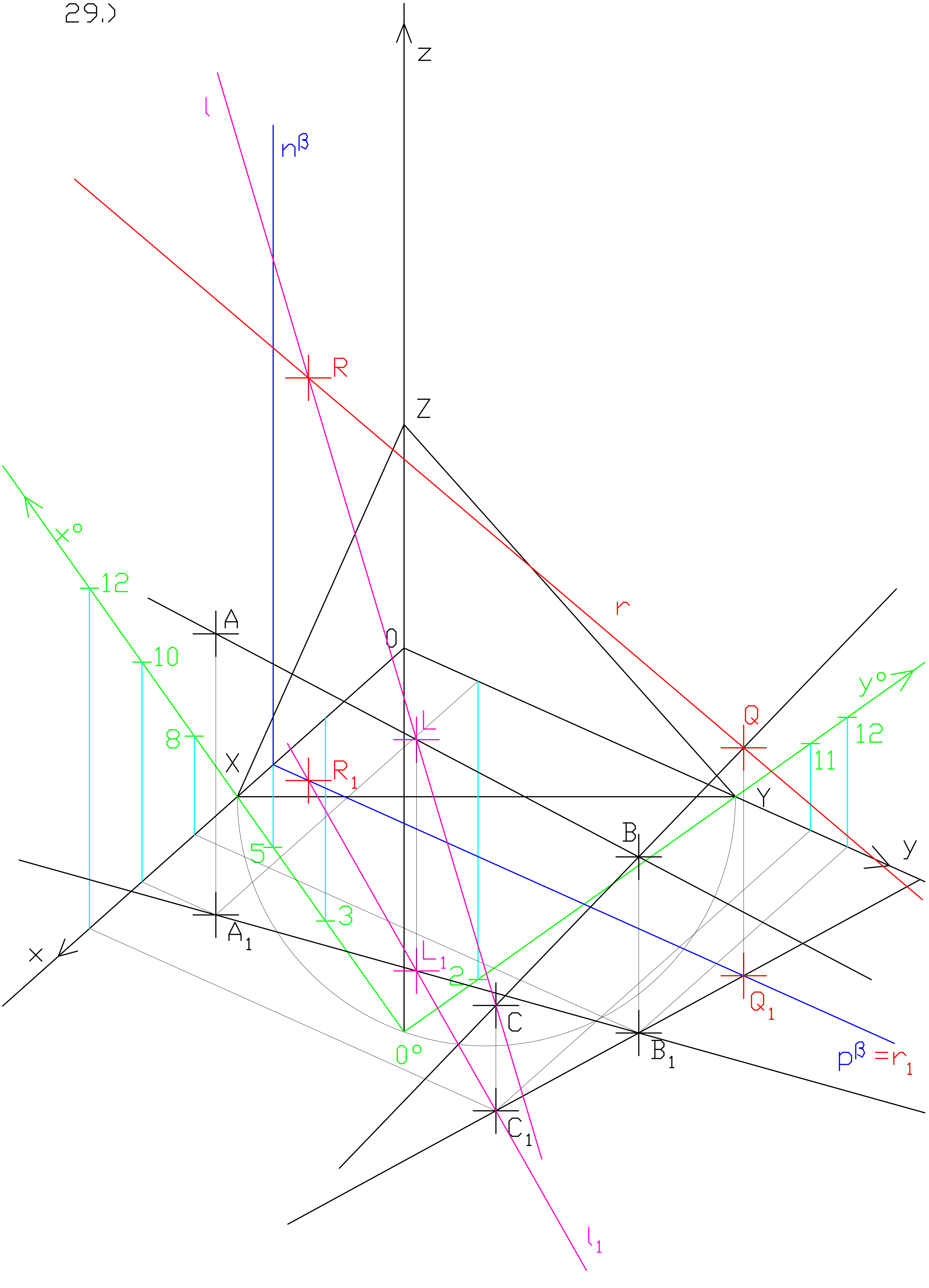

z
z^o
n^β
10
8
Z
0^o
m^α
m^β
r
Q
0
6
n^α
p^α
Y
P
X
9
10
y
x
Q_1
a
r_1
$a_1 = b_1$
b
p^β
x^o

A4 na výšku

29.) <u>PA</u>: $\triangle XYZ$, $X[5,5;11]$, $|XY|=|YZ|=11$, $|XZ|=9$
Jsou dány roviny $\alpha(A,B,C)$ a $\beta(5,\infty,\infty)$, $A[10;2;8]$ $B[8;12;5]$, $C[12;11;3]$. Určete vzájemnou polohu rovin α a β. Jsou-li roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

Řešení:
1. Zobrazíme body A,B,C a stopy roviny β.
2. Hledáme společné body rovin α a β. Vybereme 2 libovolné přímky roviny α a zobrazíme jejich průsečíky s rovinou β.
V našem příkladě jsme zobrazili průsečík Q přímky BC s rovinou β a průsečík R přímky $l=CL$ s rovinou β. (Bod $L \in AB$ libovolně zvolen.)
3. Hledaná průsečnice je $r = QR$, $r_1 = p^{\beta}$.

29.)



z
nβ
l
R
Z
x°
12
10
8
A
O
X
R1
L
Q
y°
12
11
Y
5
3
A1
x
B
y
r
L1
2
C
0°
Q1
B1
pβ = r1
C1
l1

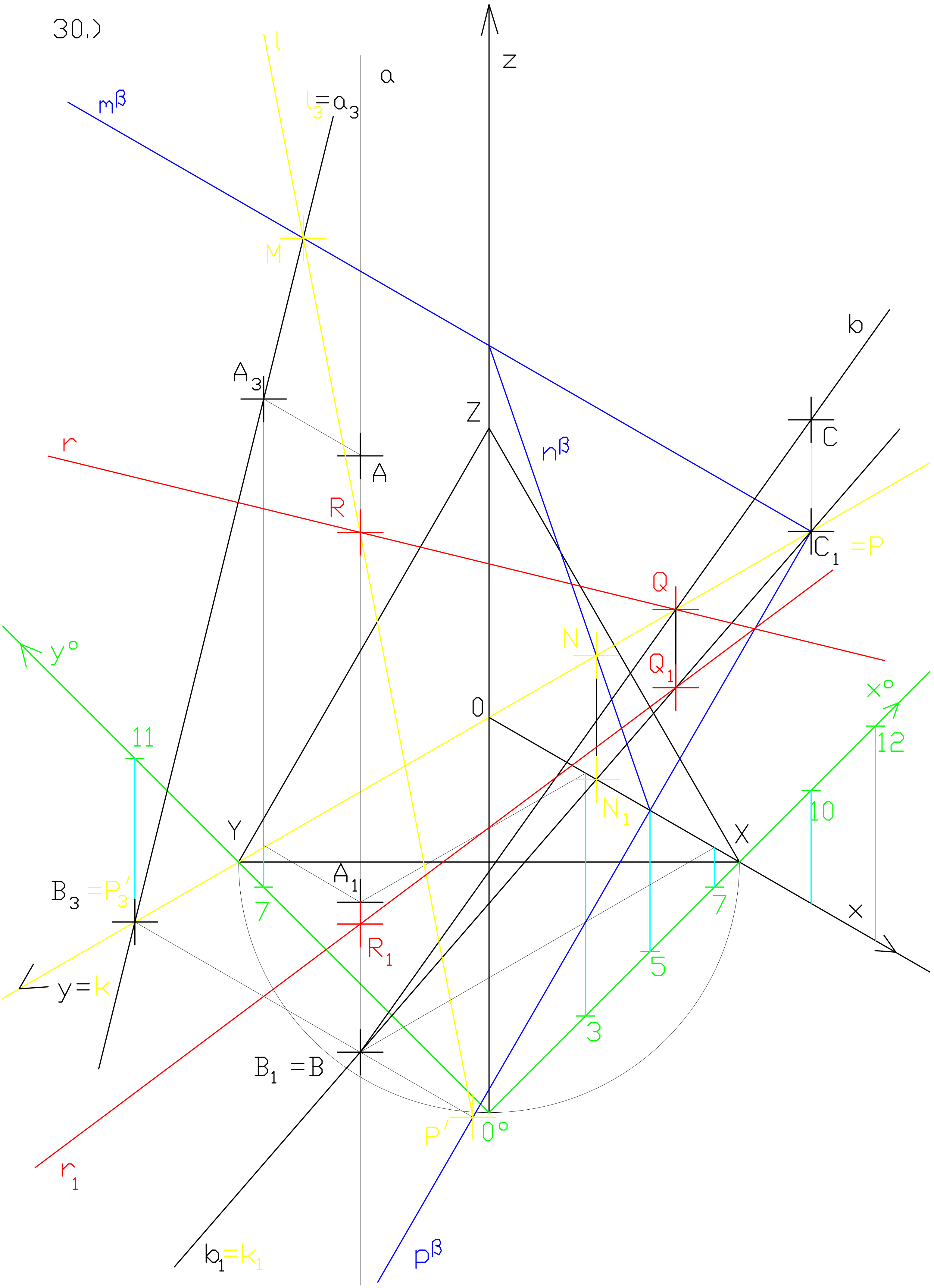
A4 na výšku

30.) PA: $\triangle YXZ$, Y[5,5;10], |XY|=11, izometrie, PODHLED
Jsou dány roviny α(A,B,C) a β(5,−10,10), A[3;7;12], B[7;11;0], C[0;−10;3]. Určete vzájemnou polohu rovin α a β. Jsou-li roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

Řešení:

1. Zobrazíme body A,B,C a stopy roviny β.
2. Hledáme společné body rovin α a β. Vybereme 2 libovolné přímky roviny α a zobrazíme jejich průsečíky s rovinou β.
   V našem příkladě jsme zobrazili průsečík Q přímky b=BC s rovinou β (krycí přímka k). Dále jsme zobrazili průsečík R přímky a=AB s rovinou β (krycí přímka l, $a_3=l_3$).
3. Hledaná průsečnice je r= QR, zobrazíme také její půdorys r_1.

30.)

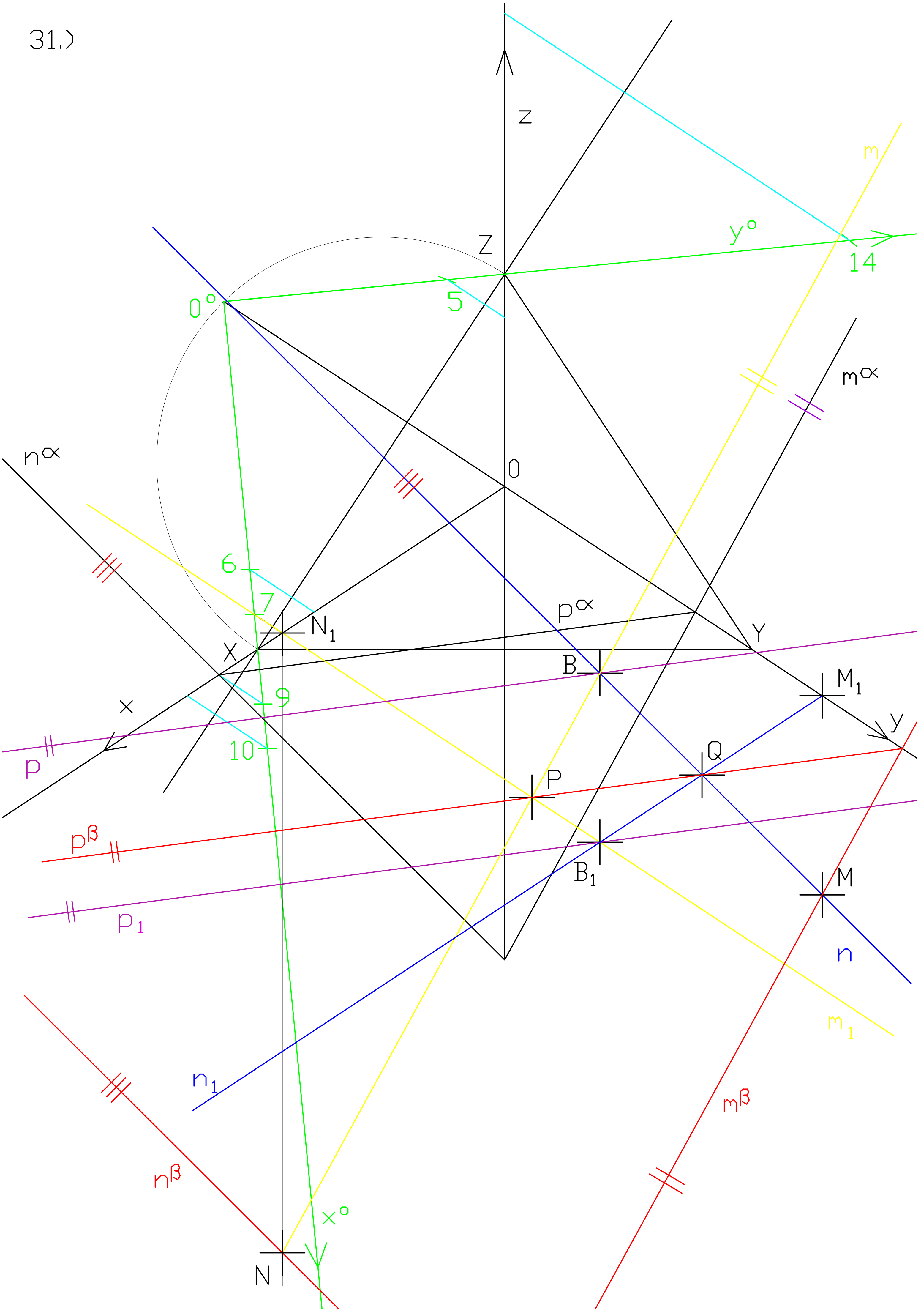

z
a
l
m^β
$l_3 = a_3$
M
b
A_3
Z
C
A
r
n^β
R
$C_1 = P$
Q
N
Q_1
y^o
0
x^o
11
12
N_1
10
Y
X
A_1
$B_3 = P_3'$
7
7
x
R_1
5
$y = k$
3
$B_1 = B$
P'
0^o
r_1
$b_1 = k_1$
p^β

A4 na výšku

31.) <u>PA</u>: △XYZ, X[6;15], |XY|=11, |XZ|=|YZ|=10
Je dána rovina α(9,6,−14) a bod B[7;10;5].
Zobrazte stopy roviny β, která prochází bodem B a je rovnoběžná s rovinou α.

Řešení:
1.Zobrazíme stopy roviny α a bod B.
2.Stopy rovnoběžných rovin jsou přímky rovnoběžné, $p^{\alpha} \parallel p^{\beta}$, $n^{\alpha} \parallel n^{\beta}$, $m^{\alpha} \parallel m^{\beta}$.
Abychom zobrazili stopy roviny β, musíme zobrazit stopníky přímek roviny β, někdy stačí zobrazit jen jeden.
3.Bodem B vedeme libovolnou přímku rovnoběžnou s rovinou α, většinou rovnoběžnou s některou stopou roviny α, tj. bodem B vedeme hlavní přímku roviny β.
V našem příkladě jsme zobrazili všechny 3 hlavní přímky roviny β, které prochází bodem B.
Nejvýhodnější by bylo použití hlavní přímky m třetí osnovy roviny β, pomocí ní lze zobrazit všechny 3 stopy roviny β.
Pro zobrazení stop roviny β není vhodná hlavní přímka p první osnovy roviny β.
Pokud nelze využít hlavní přímky, můžeme použít jiné přímky roviny β.

31.)


z
Z
y°
14
m
0°
5
mα
nα
0
6
7
pα
N1
X
Y
B
M1
x
9
y
p
10
Q
P
pβ
B1
M
p1
n
m1
n1
mβ
nβ
x°
N

A4 na výšku

32.) PA: $\triangle YXZ$, Y[6;12], |YX|=10, |YZ|=11, |XZ|=9, PODHLED
Je dána rovina ρ(10,6,∞) a bod S[4;12;11].
Zobrazte průsečnici roviny ρ a roviny α, která prochází bodem S a je rovnoběžná s průmětnou π.

Řešení:

1.Zobrazíme stopy roviny ρ a bod S.

2.Hledaná průsečnice r bude rovnoběžná s axonometrickou stopou roviny ρ (dvě rovnoběžné roviny α a π jsou třetí rovinou protnuty v rovnoběžných přímkách). Sestrojíme axonometrickou stopu roviny ρ, a^{ρ} =PM.

3.Najdeme jeden společný bod rovin α a ρ.
Zobrazíme libovolnou přímku roviny α a její průsečík s rovinou ρ.
V našem příkladě jsme vybrali přímku h, hlavní přímku třetí osnovy roviny α procházející bodem S (h || YZ).
Označme R průsečík přímky h a roviny ρ.
Hledaná průsečnice r prochází bodem R a je rovnoběžná s axonometrickou stopou a^{ρ} roviny ρ.
Půdorys r_1 splyne s p^{ρ}.

Pozn.: Stopy roviny α rovnoběžné s průmětnou π jsou rovnoběžné s přímkami axonometrického trojúhelníka, p^{α} || XY, n^{α} || XZ, m^{α} || YZ. K zobrazení stop roviny α potřebujeme stopníky libovolných přímek roviny α, většinou používáme hlavní přímky roviny α (přímky rovnoběžné s XY, XZ a YZ).

32.)