# TESELACE ROVINNÉ i PROSTOROVÉ

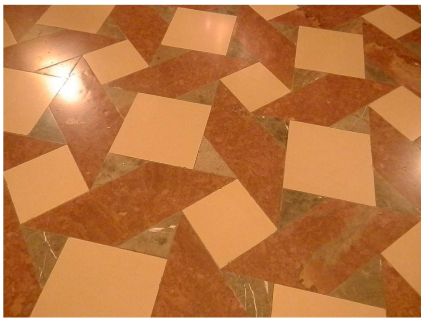
RNDr. Dana Kolářová

## Teselace (tessellation, tiling, mozaikování, parketování)

**Teselací rozumíme vyplnění roviny pomocí jednoho nebo více geometrických útvarů bez překrývání a bez mezer. Tento pojem lze zobecnit také do prostoru.**

**Teselacemi se zabývají vědci i umělci již staletí, samotné slovo má řecký původ s významem "čtyři", tj. pokrytí roviny čtvercovou dlažbou. Teselace v rovině užíváme při dláždění, parketování, ale i u rozdělení území na správní celky atd. Příklady najdeme v architektuře, v umění, ale i v přírodě (například včelí plástve).**


Slovensko foto Dana Kolářová

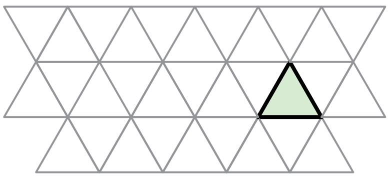

Mnichov foto Dana Kolářová

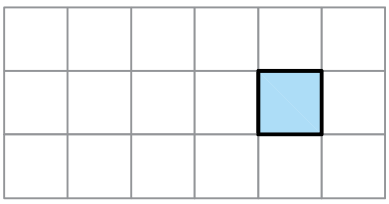

Klášter Teplá foto Dana Kolářová

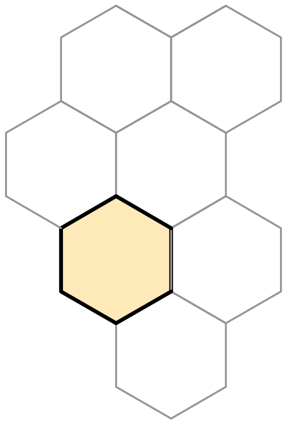
**Jak je vidět na fotografiích, teselace mohou být nejrůznějšího typu. Rovinnou teselaci tvoří geometrické útvary, které někdy nazýváme také buňky nebo cely. Podle jejich tvaru rozlišujeme různé druhy teselací, konvexní, nekonvexní, pravidelné, nepravidelné, podle způsobu opakování vzoru periodické, aperiodické. Velkou roli hraje nejen tvar dlaždice, ale i její barevnost. Můžeme vytvářet nekonečně mnoho variant. Našim cílem je ukázat některé z nich a seznámit se se způsobem jejich vzniku.**

**Z pravidelných mnohoúhelníků monohedrální (jeden druh dlaždic) teselaci tvoří jen rovnostranný trojúhelník, čtverec a pravidelný šestiúhelník.**

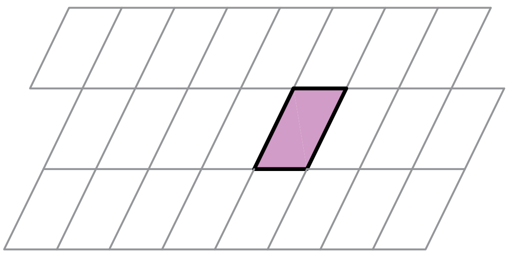
**Monohedrální teselaci můžeme vytvořit také pomocí obecných rovnoběžníků a trojúhelníků.**

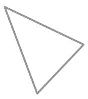


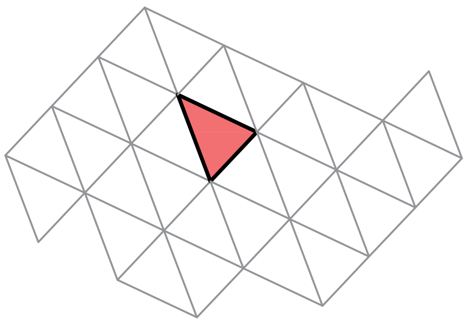




**pravidelné teselace**







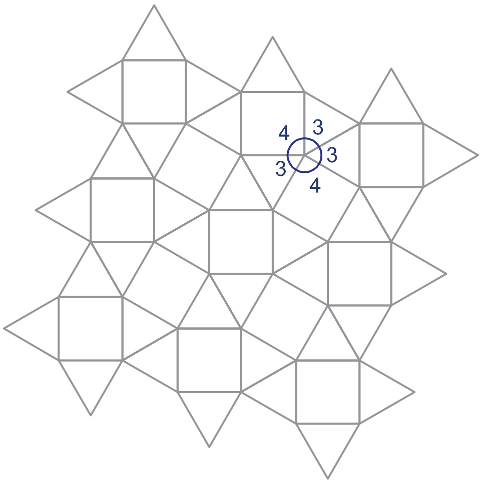
**monohedrální teselace**

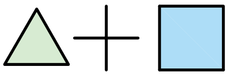
**Polopravidelné teselace (někdy též nazývané Archimedovské) jsou teselace tvořené pouze pravidelnými mnohoúhelníky, ale víc než jednoho tvaru, délky stran jsou stejně velké a platí, že jejich uspořádání je u každého vrcholu stejné.**

**Například vzor A má vrchol typu 3.4.3.3.4.**

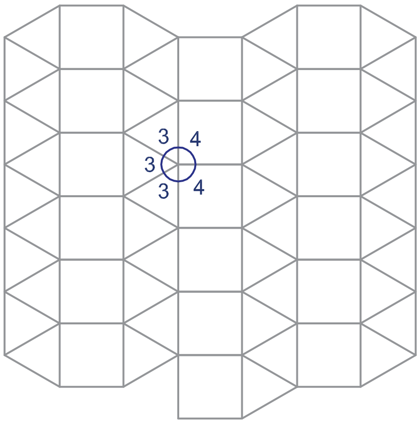
**Celkem existuje jen 8 takových vzorů (označíme je písmeny).**

**A**

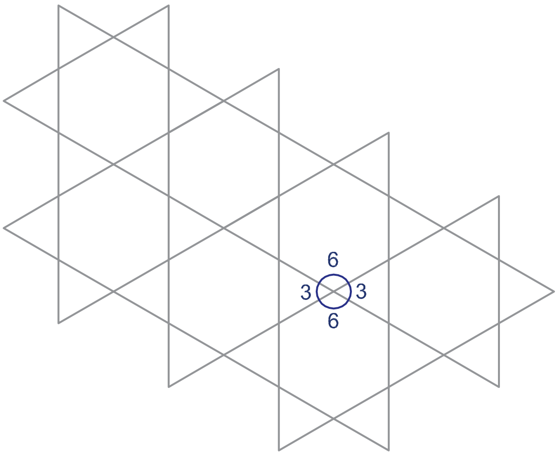


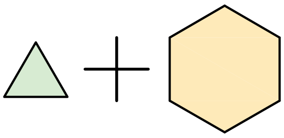



**B**

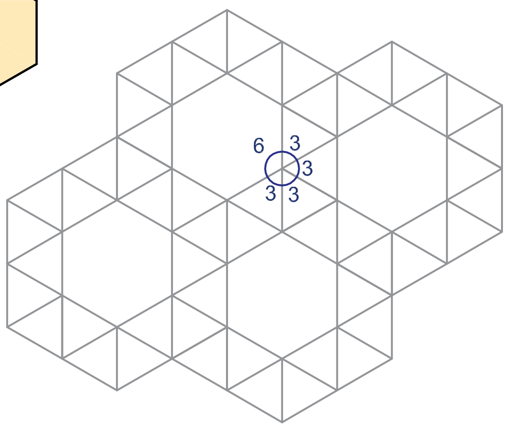



**C**

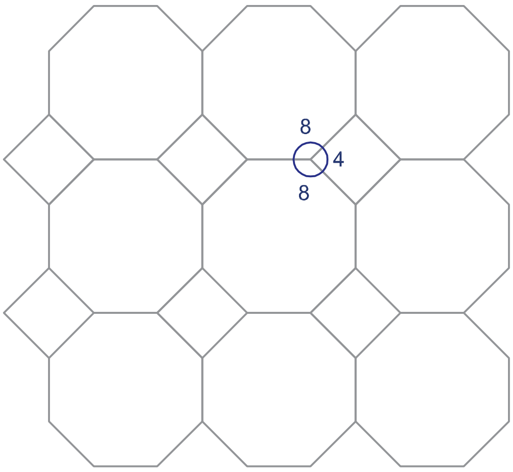


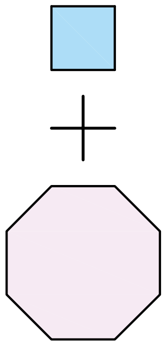



**D**

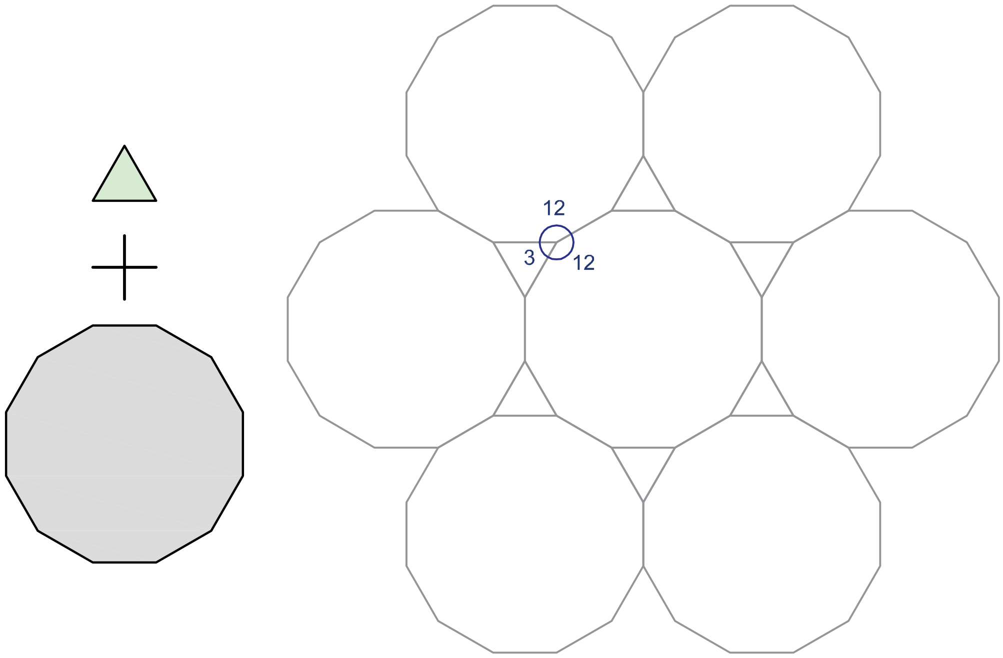



**E**

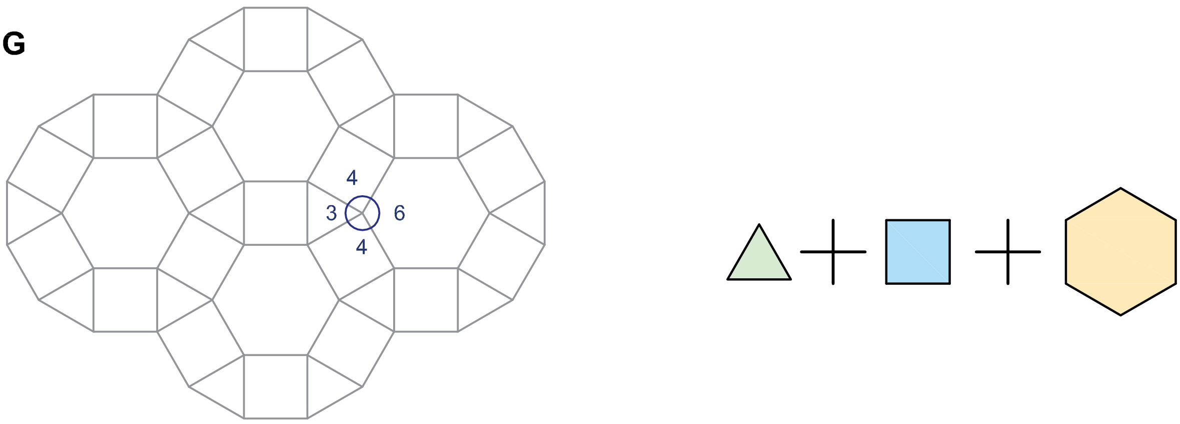


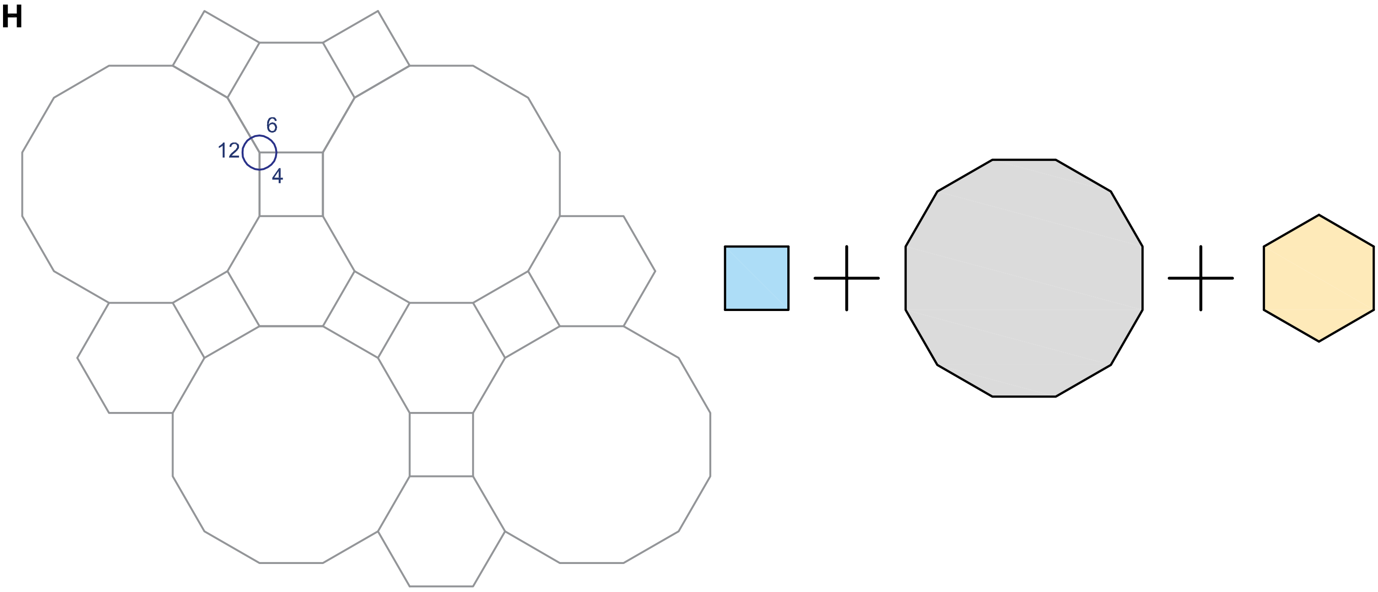
**F**




**G**



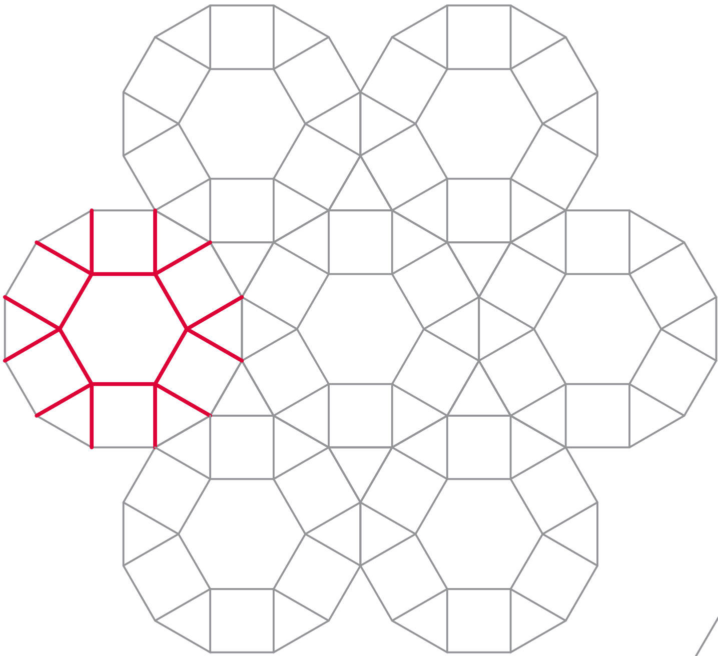

**H**



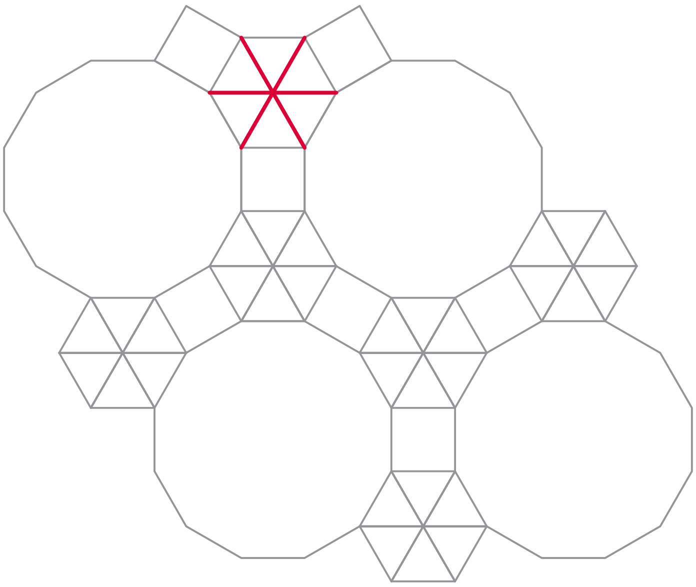
**Dále existuje 14 teselací tvořených pravidelnými mnohoúhelníky, které ale nesplňují podmínku, že se ve vrcholu setkávají vždy stejné mnohoúhelníky ve stejném pořadí. Mají dva až tři typy vrcholů (označíme číslicemi).**

**Vznikají různým způsobem, například u vzoru 1 můžeme vidět, že vznikl rozčleněním dvanáctiúhelníku ze vzoru F, u vzoru 2 a 3 najdeme podobný princip aplikovaný na vzory G a H.**

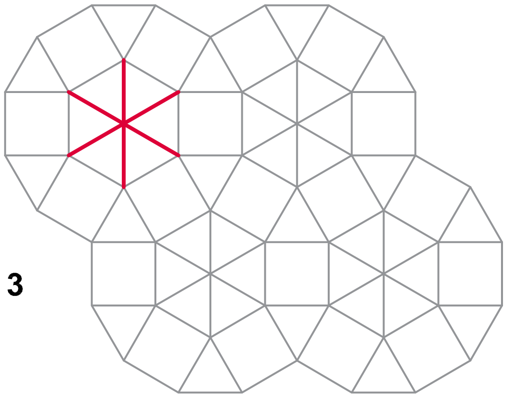
1



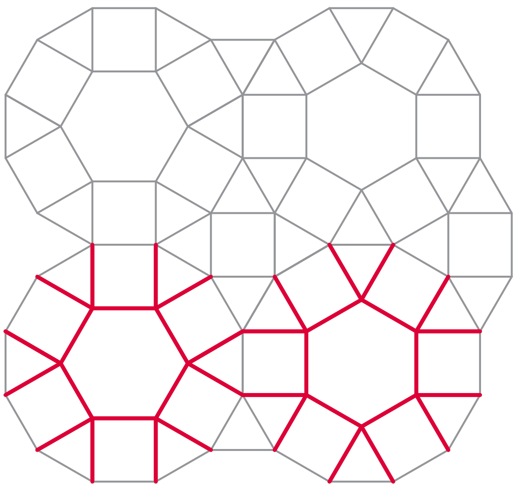
2



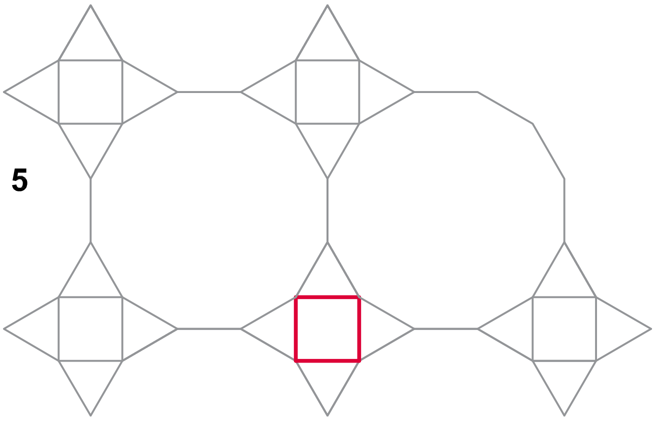
3



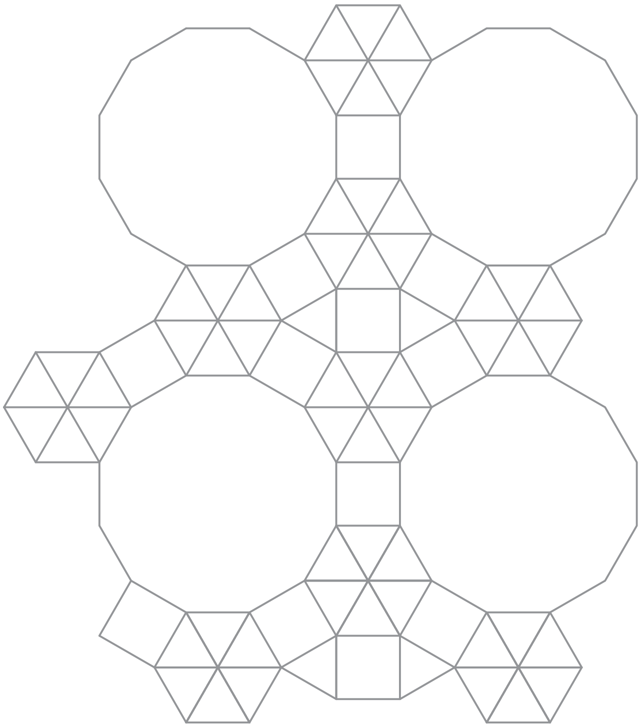
4



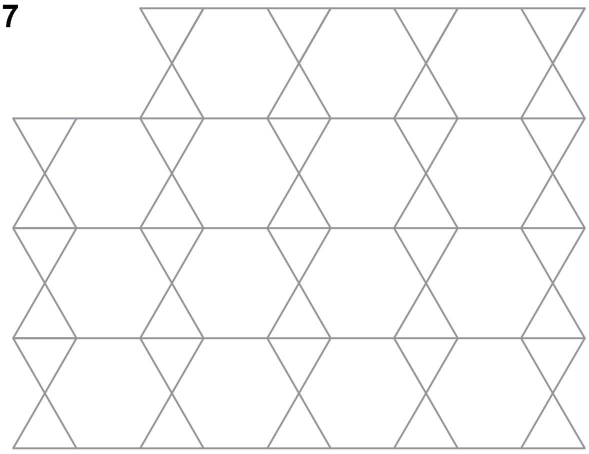
**5**



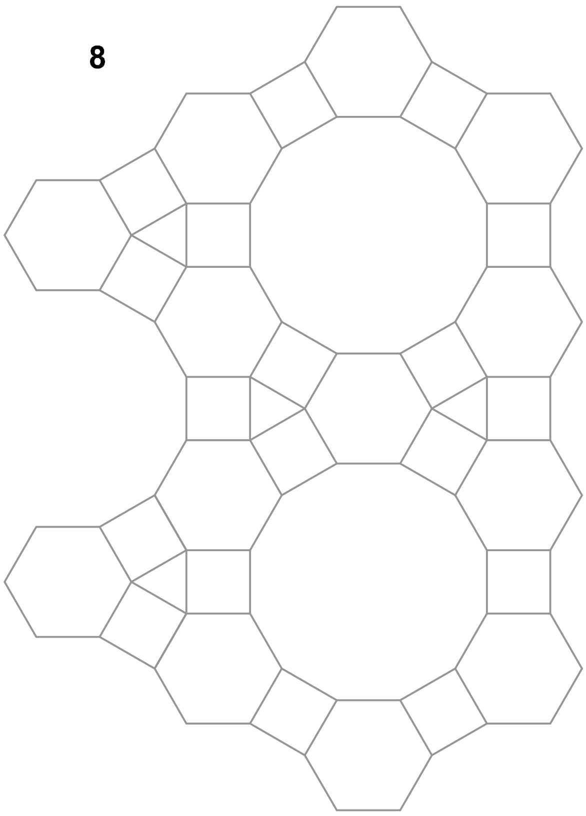
**6**



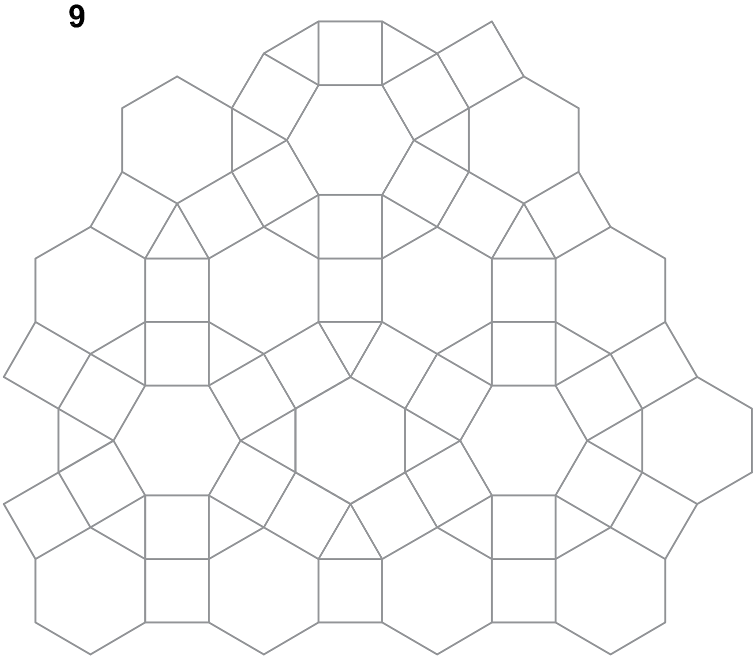
**7**



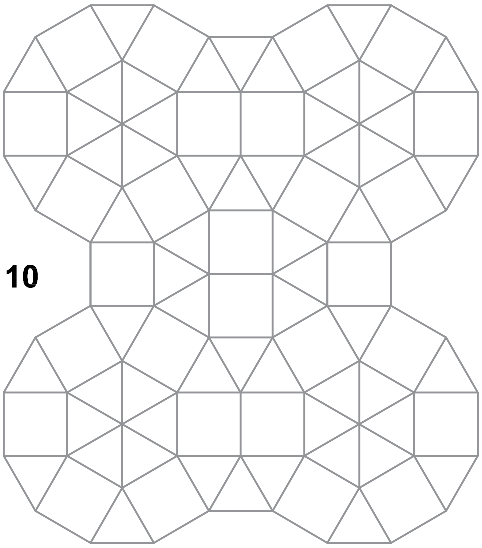
**8**



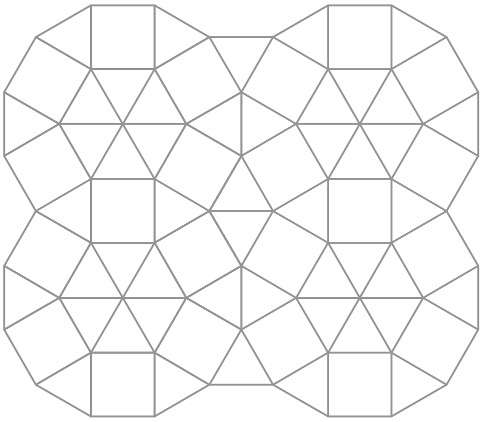
**9**



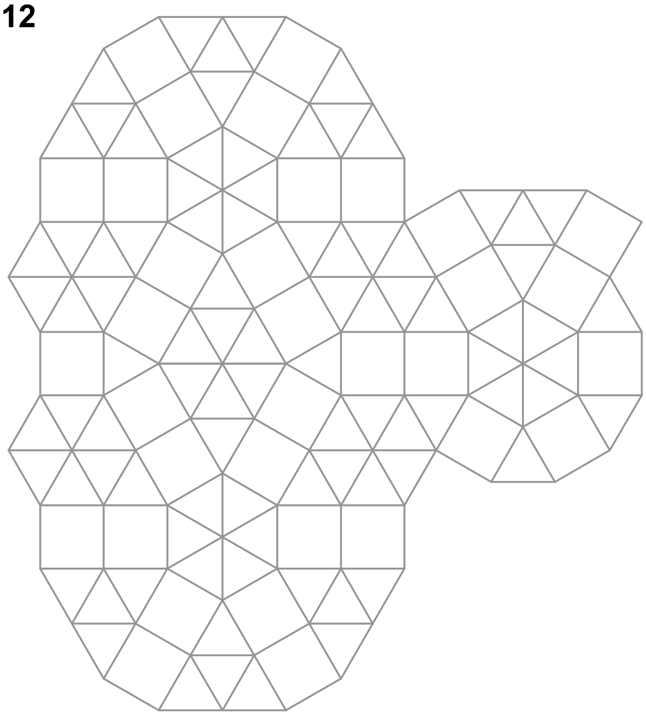
10



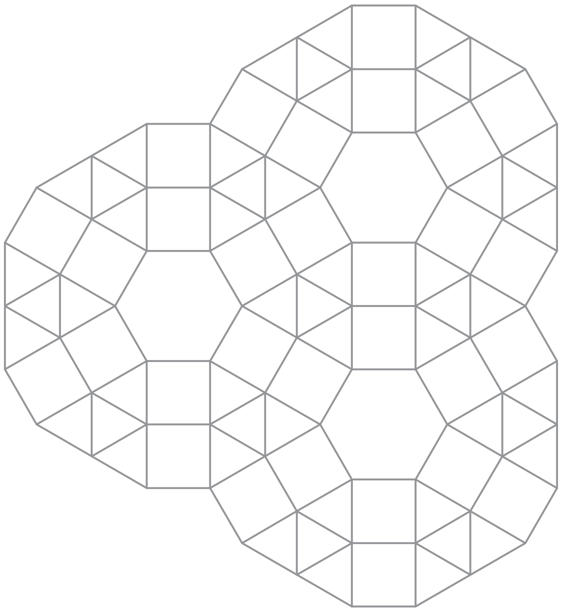
11



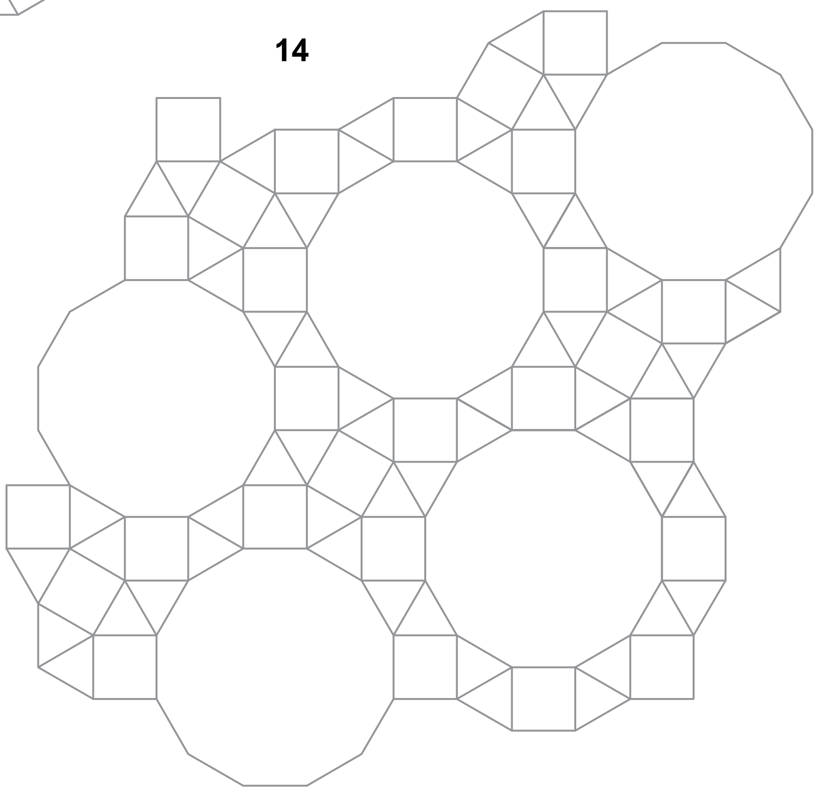
12



13

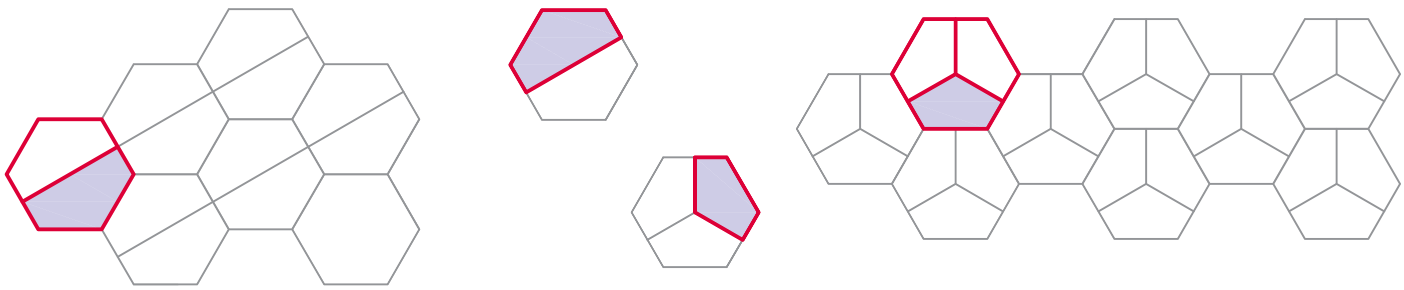


14

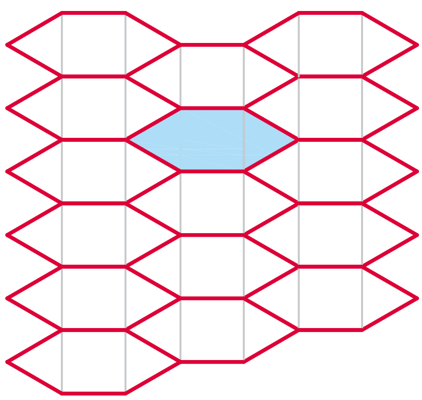
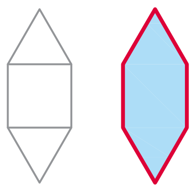
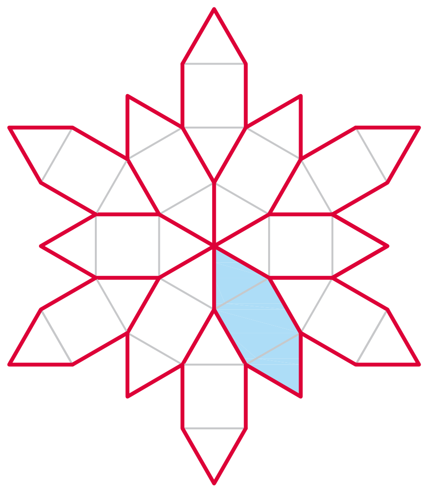


Vedle teselací tvořených pravidelnými mnohoúhelníky existují monohedrální teselace, které jsou tvořeny jedním tvarem mnohoúhelníku, který ale není pravidelný. Máme tedy monohedrální teselace čtyřúhelníkové, pětiúhelníkové, šestiúhelníkové atd.

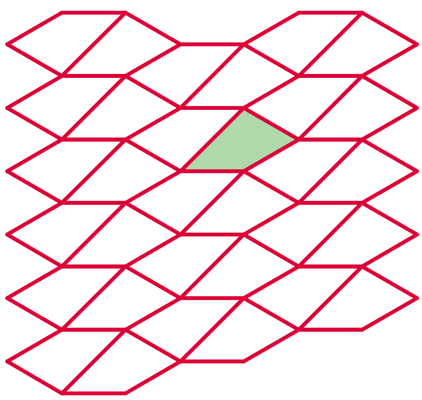
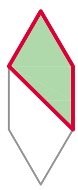
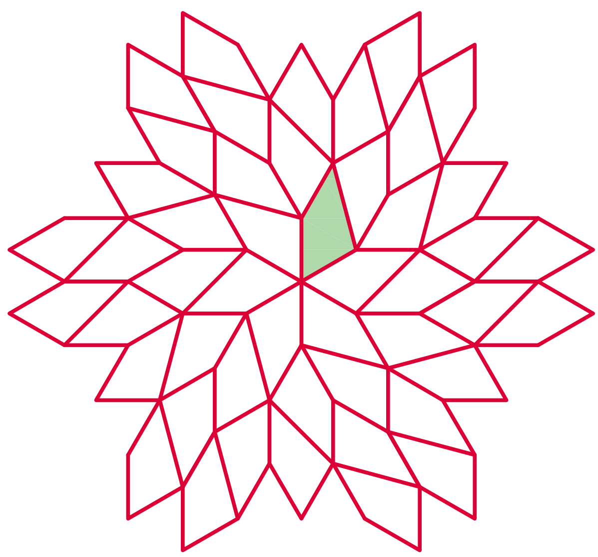
Pokud budeme takové teselace vytvářet, pak máme různé možnosti. Nejjednodušší je dělení nebo skládání základních teselací.



**pětiúhelníková teselace**

**šestiúhelníková teselace**

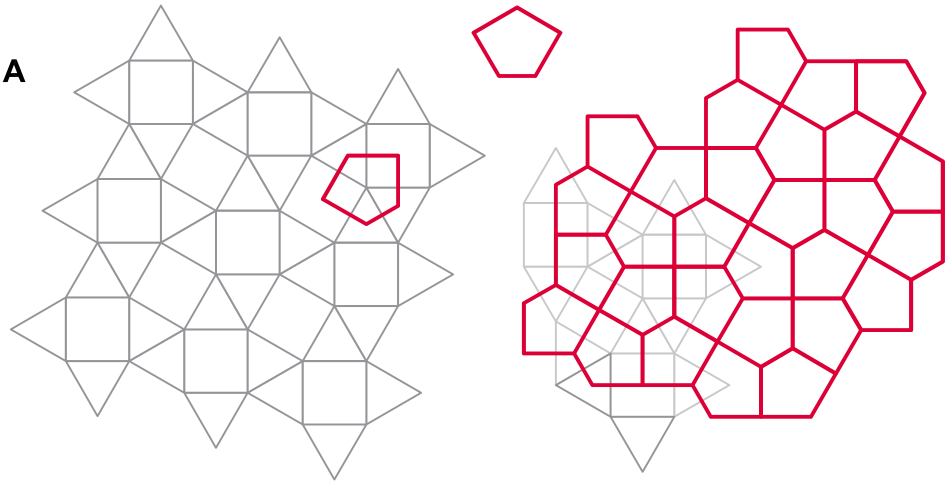




**čtyřúhelníková teselace**

## Dualita

**Další možnost vytváření vzorů je princip duality. Pokud použijeme například polopravidelné teselace, spojíme středy sousedních pravidelných mnohoúhelníků, pak vznikají následující vzory, které jsou tvořeny konvexními mnohoúhelníky (nikoli pravidelnými).**

A

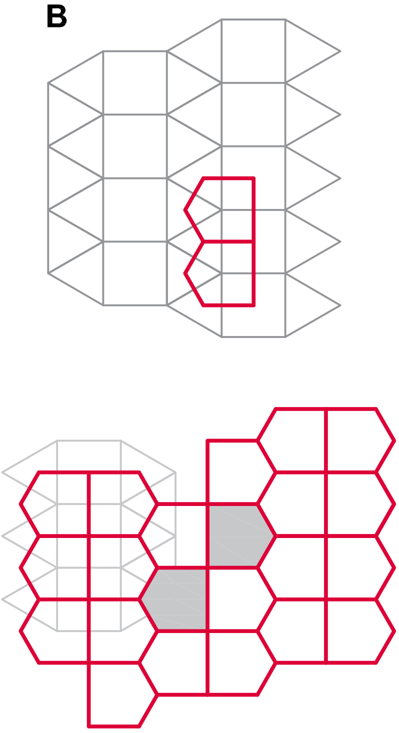


**Z polopravidelného vzoru A vzniká dualním principem dlažba, která se nazývá Cairo, podle Káhiry, kde je tento způsob dláždění použitý. Jedná se o konvexní pětiúhelníkové dláždění. Na obrázku vidíte využití této dlažby dle návrhů studentů oboru Krajinářská architektura.**

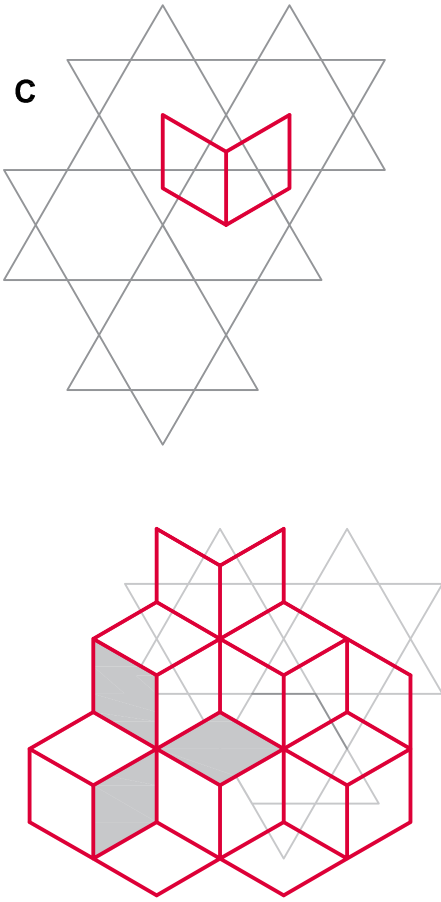
Práce vzniklé na základě návrhů studentů foto Jana Feuereislová

### Další duální vzory k polopravidelným vzorům

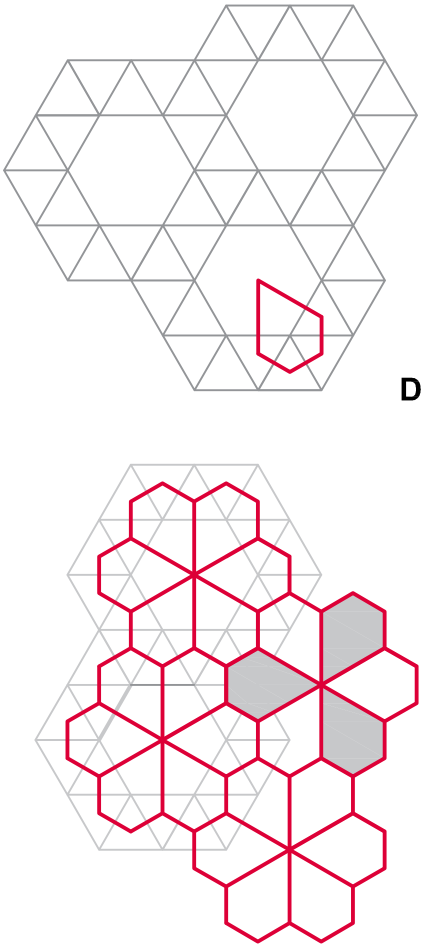
B



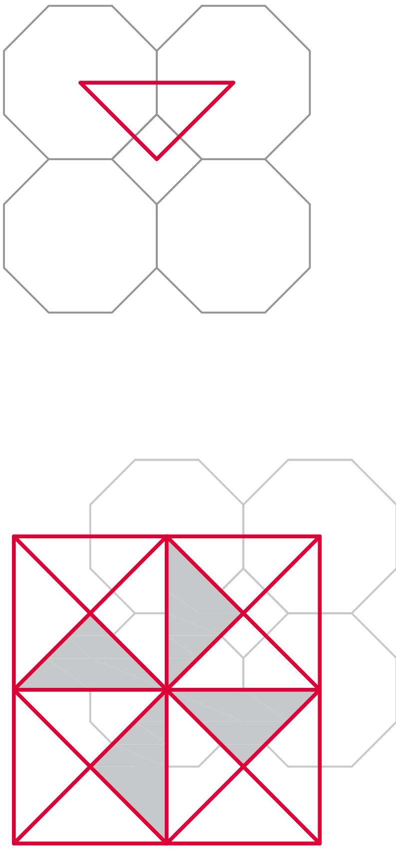
C



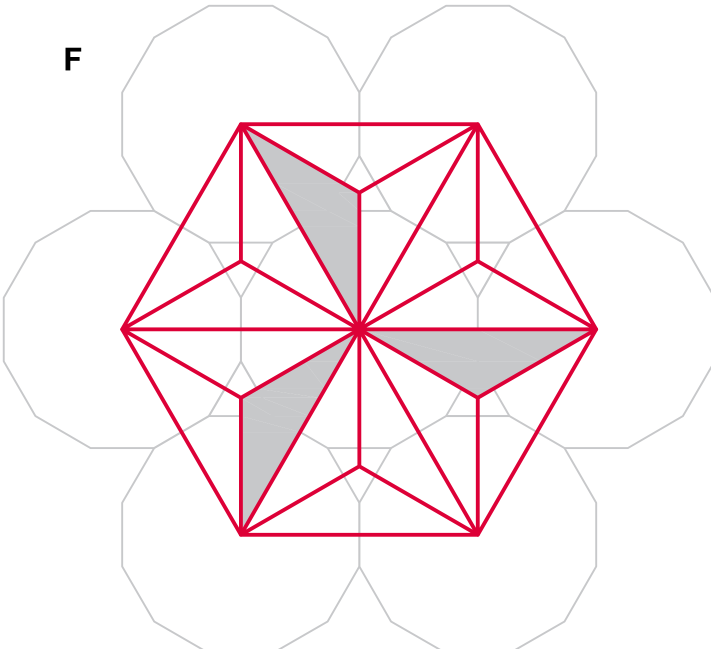
D



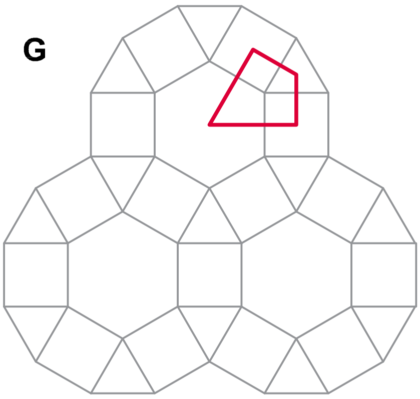
E



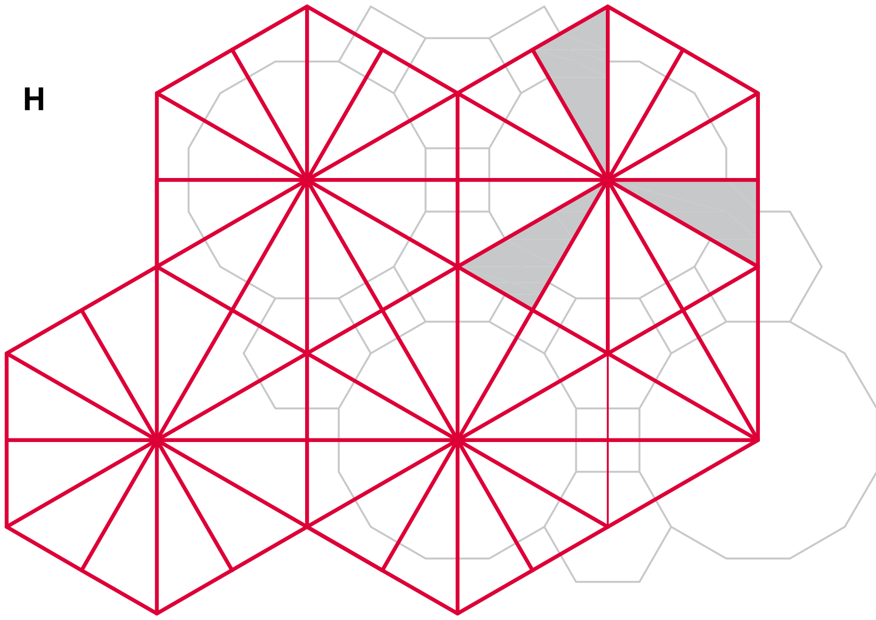
F

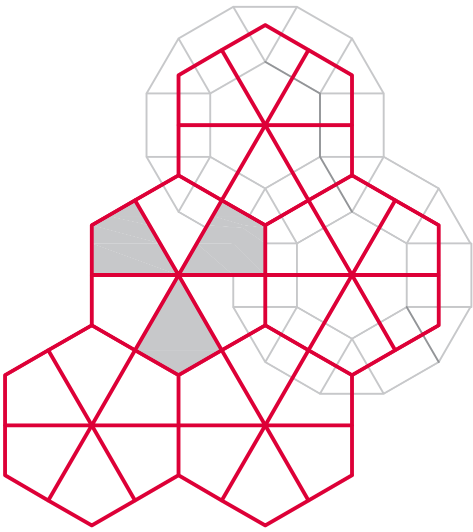


G

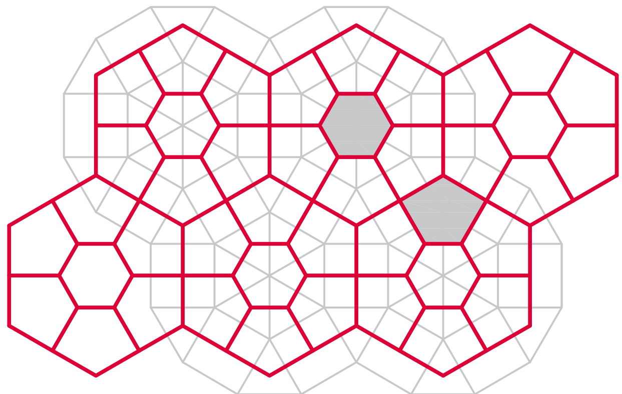


H

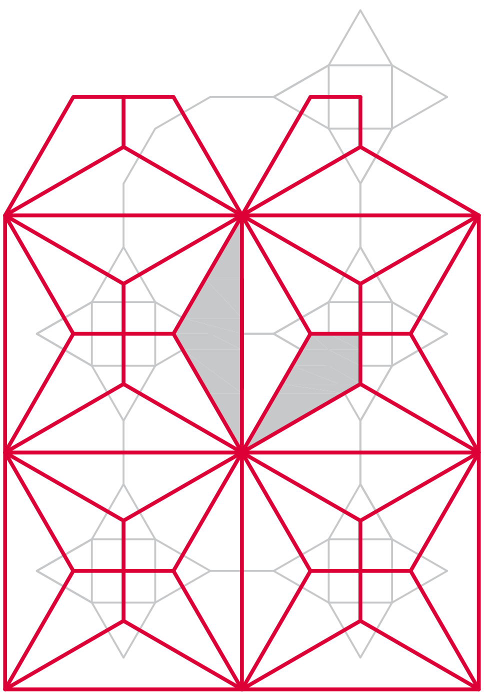




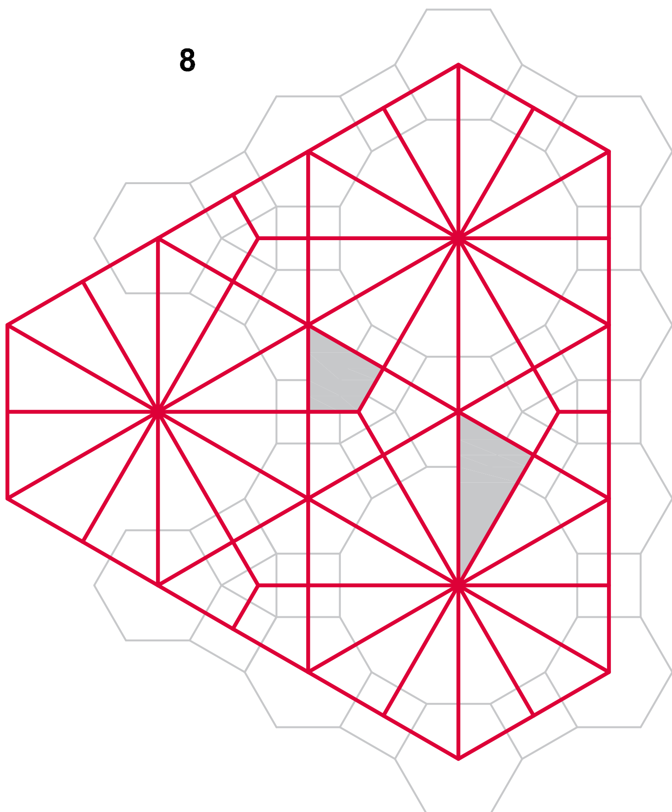
3



5

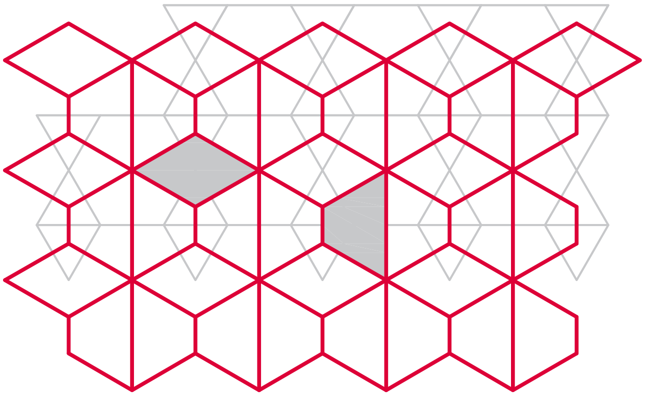


8

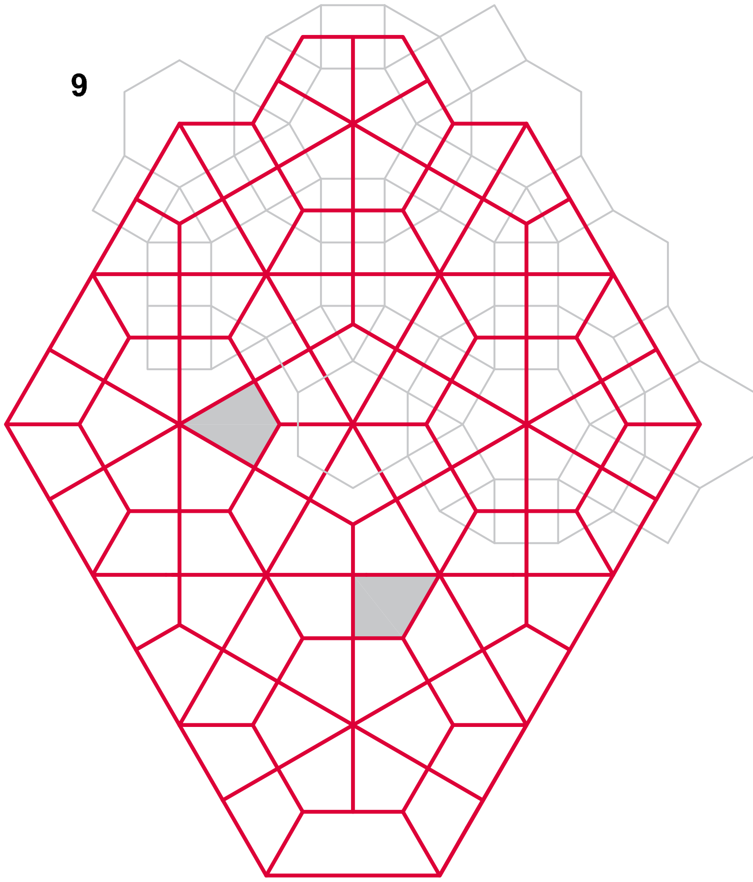


**Zde uvedený princip vzniku duálních vzorů může být dopněn jejich kombinací nebo užitím různé barevnosti. Je na Vás to vyzkoušet.**

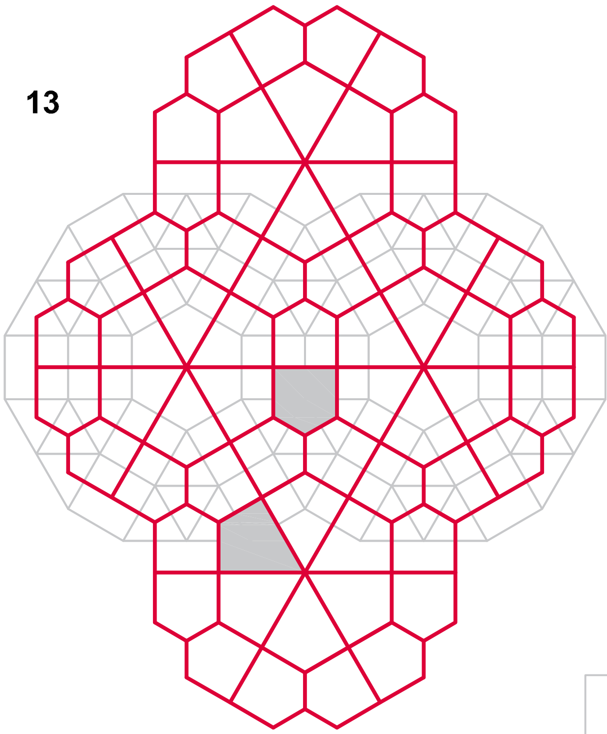
7



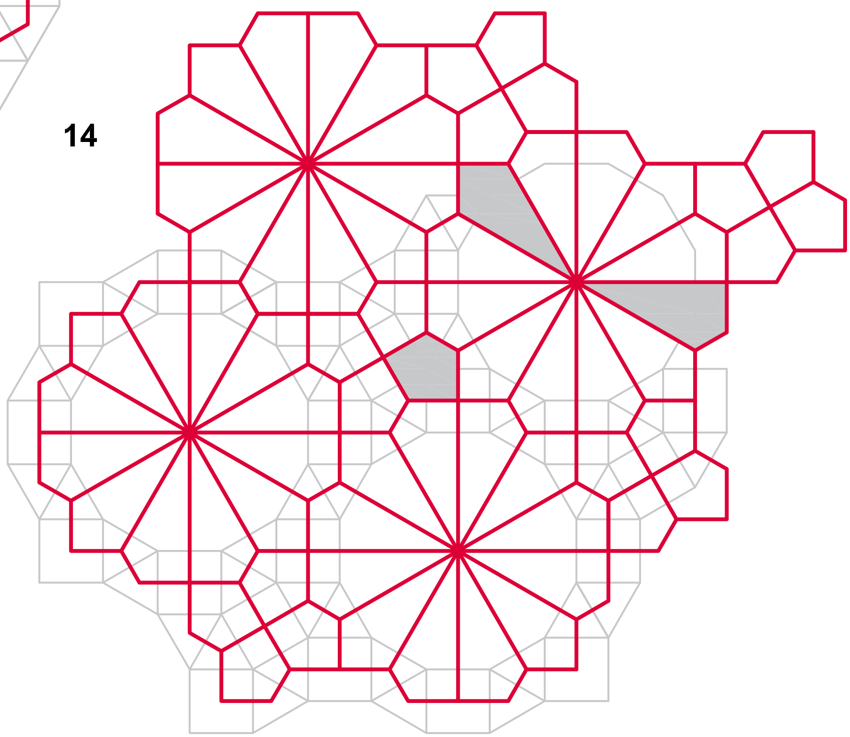
9



13

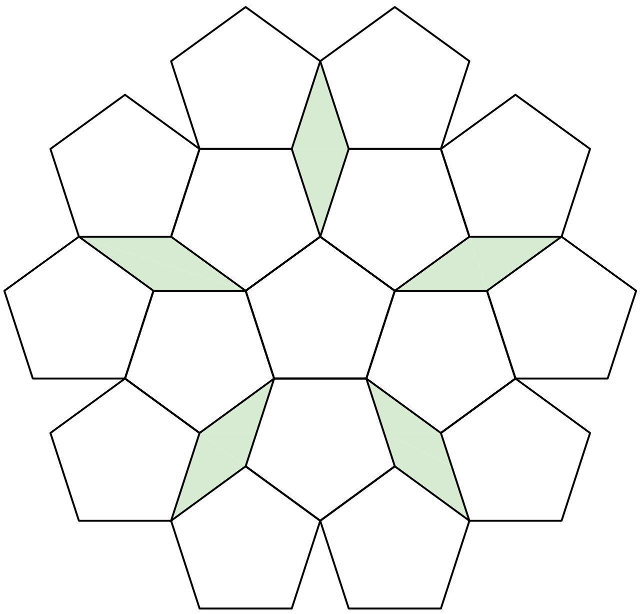


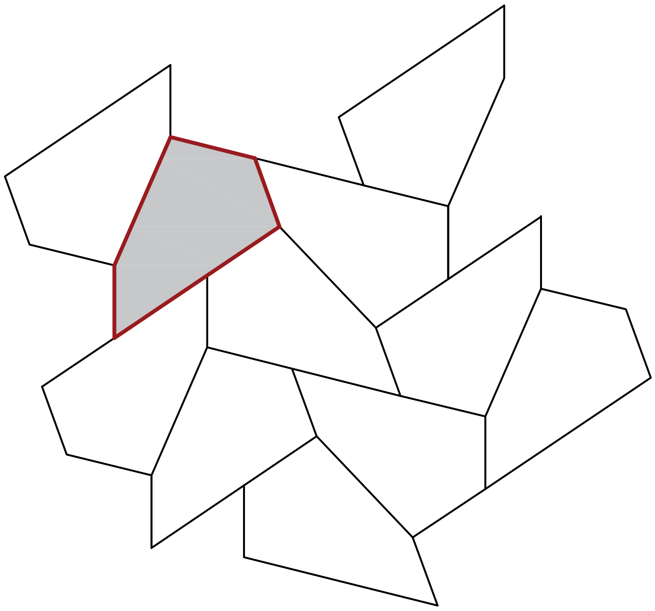
14



## Pětiúhelníkové teselace

**Vyplnění roviny pravidelným pětiúhelníkem není možné bez mezer.**





**Rovinu však lze pokrýt některými typy obecného konvexního pětiúhelníku. Dlaždice jsou buď jednoho druhu nebo dva druhy navzájem nepřímo shodné.**

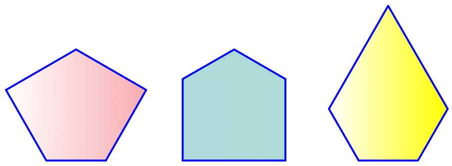
**Existuje celkem 15 typů pětiúhelníkových teselací. S některými jsme se již seznámili, vytvořili jsme je buď dělením nebo dualitou. Všechny typy pětiúhelníkového dláždění jsou popsány v samostatné kapitole.**

Dostupné z http://www.landezine.com/index.php/2013/02/funenpark-by-landlab//[cit.23.1.2018]

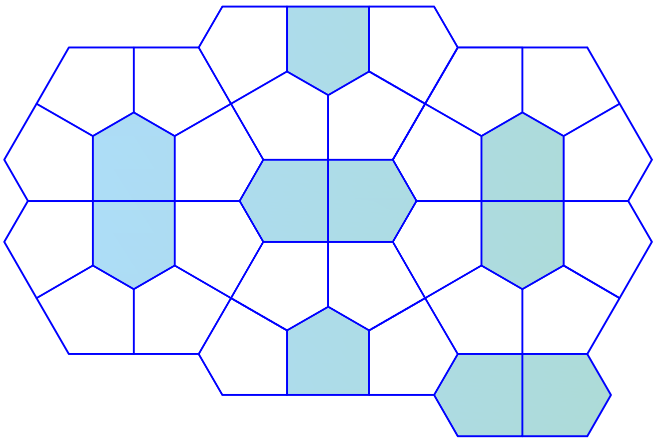
**Pětiúhelníkové teselace**

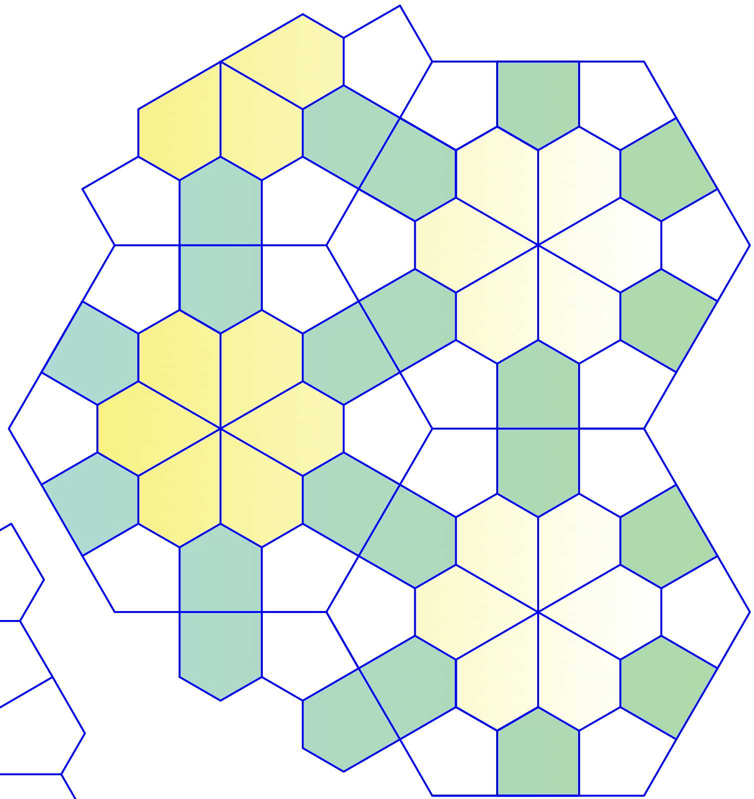
**Vedle patnácti typů teselací můžeme vytvářet i jejich kombinace. Další variace dostáváme různou barevností.**

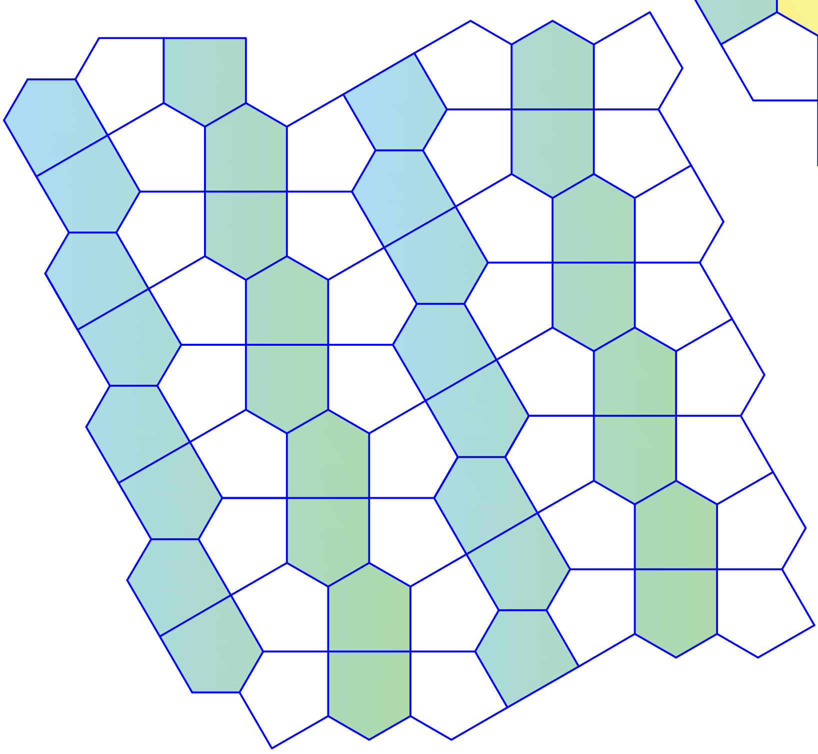
**Tyto tři konvexní pětiúhelníkové tvary jsme získali jako duální dlaždice vzorů A,B a D.**



**Pomocí nich můžeme vytvářet další pětiúhelníkové teselace s dvěma či třemi druhy dlaždic.**

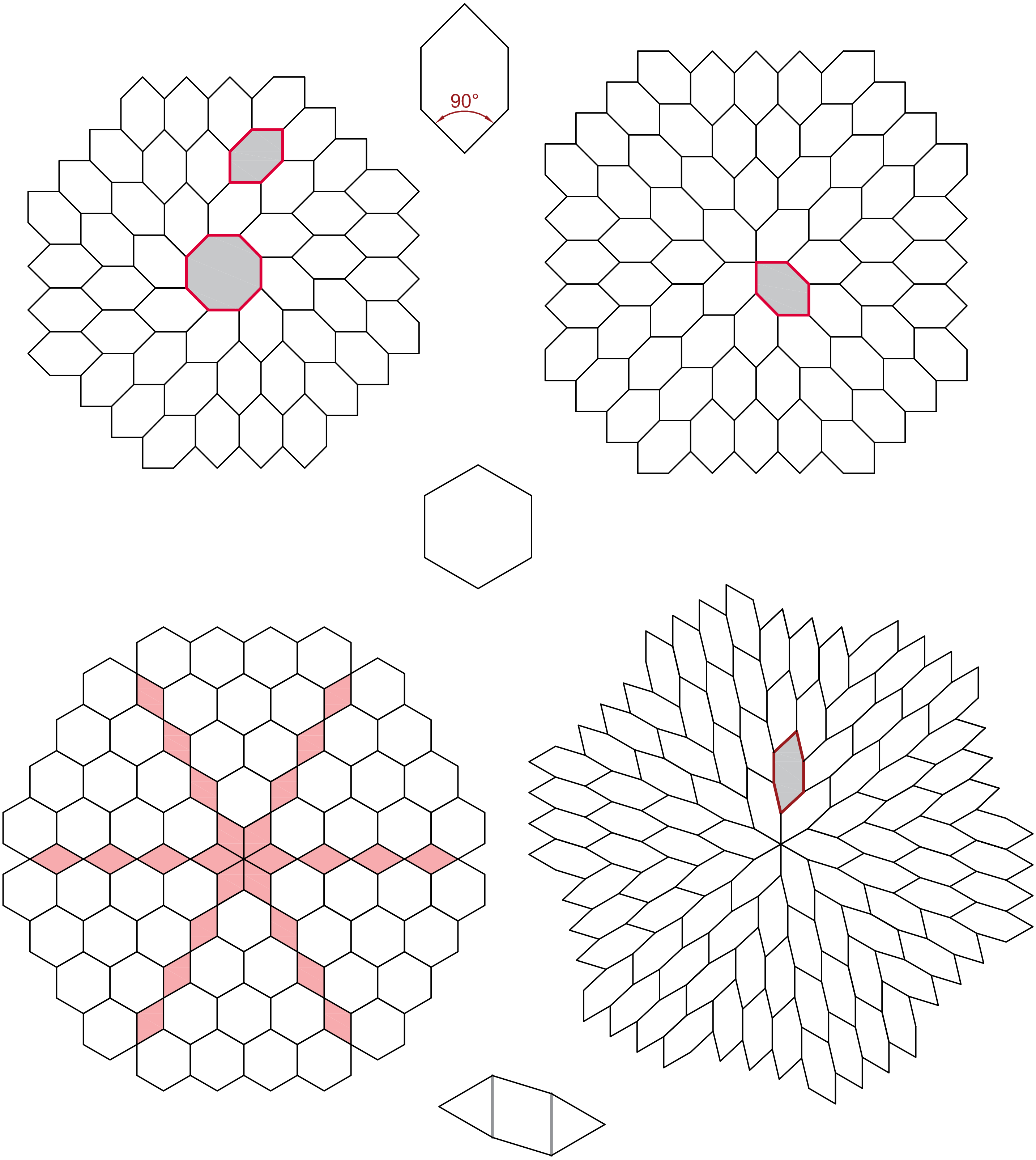






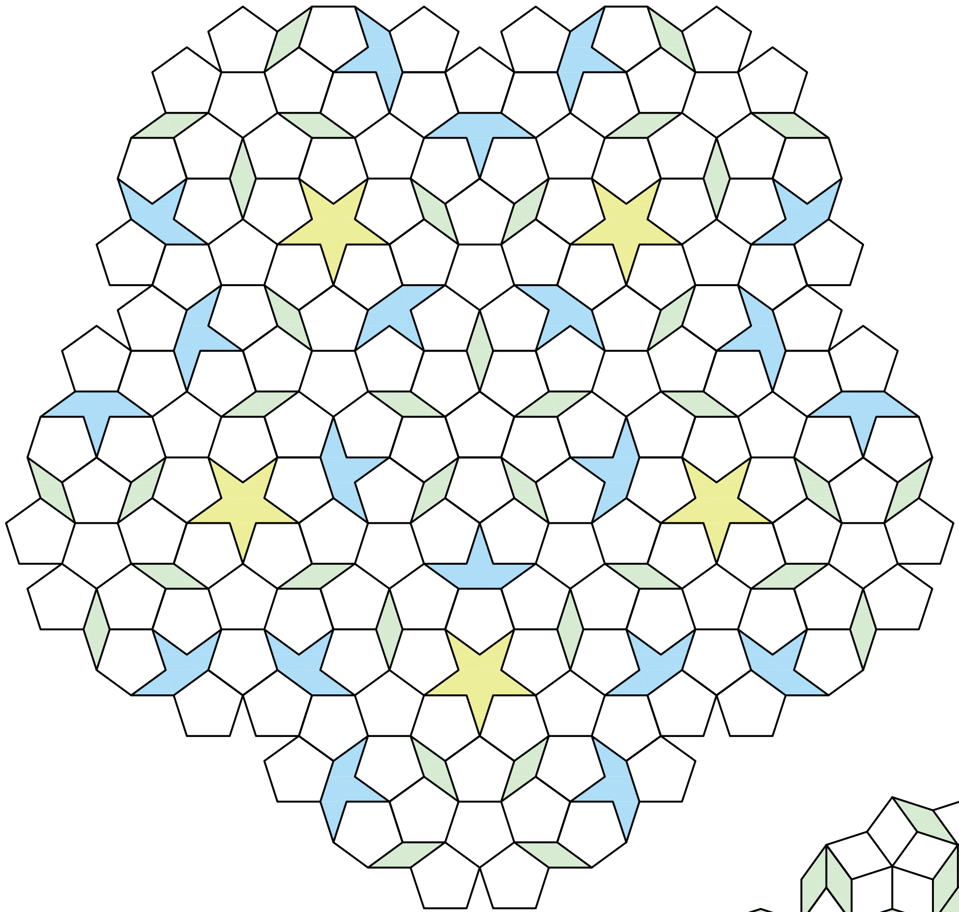
## Rozetové teselace

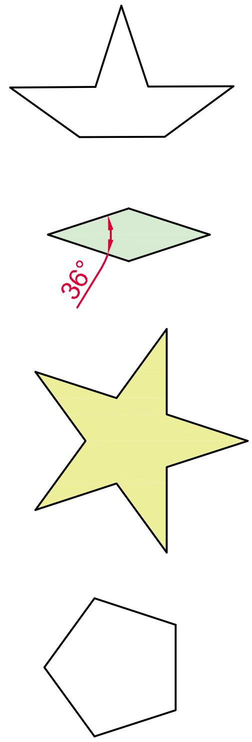
**Jedná se o aperiodické teselace, tj teselace, které nelze žádným posunutím zobrazit samy na sebe. Zde jsou příklady konvexních šestiúhelníků, kterými lze vytvořit jak aperiodické rozetové teselace, tak periodické rovinné.**

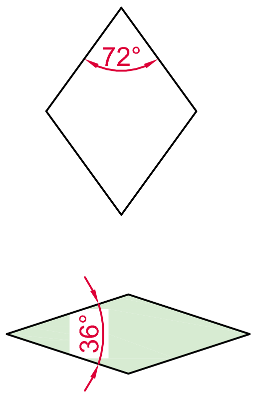


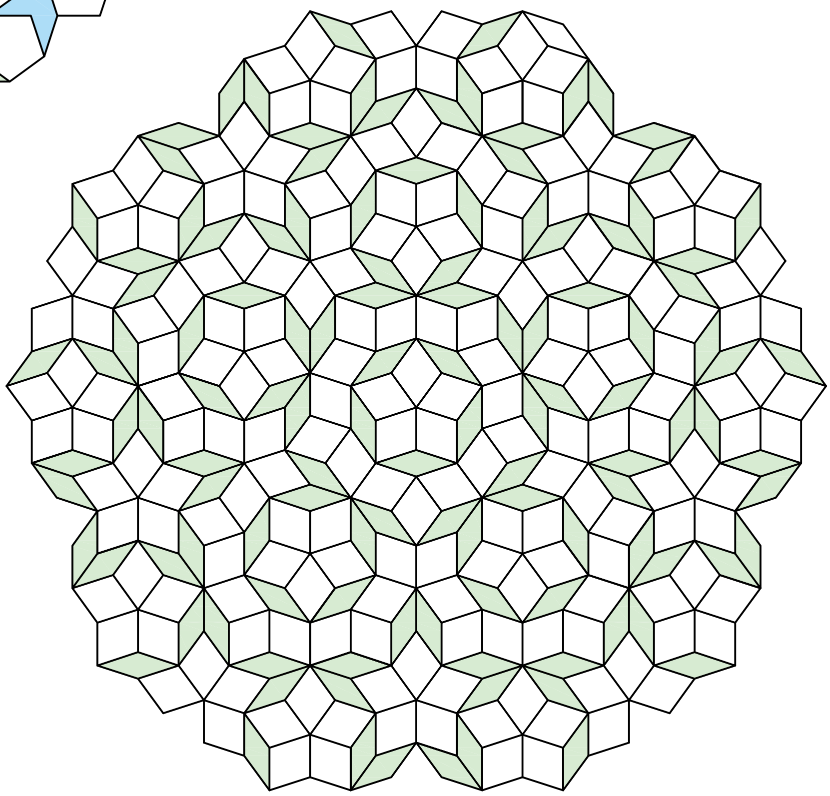
## Penroseovy teselace

**Jedná se o aperiodické teselace, jsou pojmenovány podle významného britského matematika a fyzika Rogera Penrose, který v sedmdesátých letech minulého století představil svoje tři aperiodické teselace. Dvě z nich zde vidíte, třetí je v samostatné příloze i s podrobným popisem jejího vzniku a možností využití.**



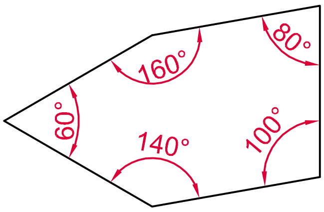


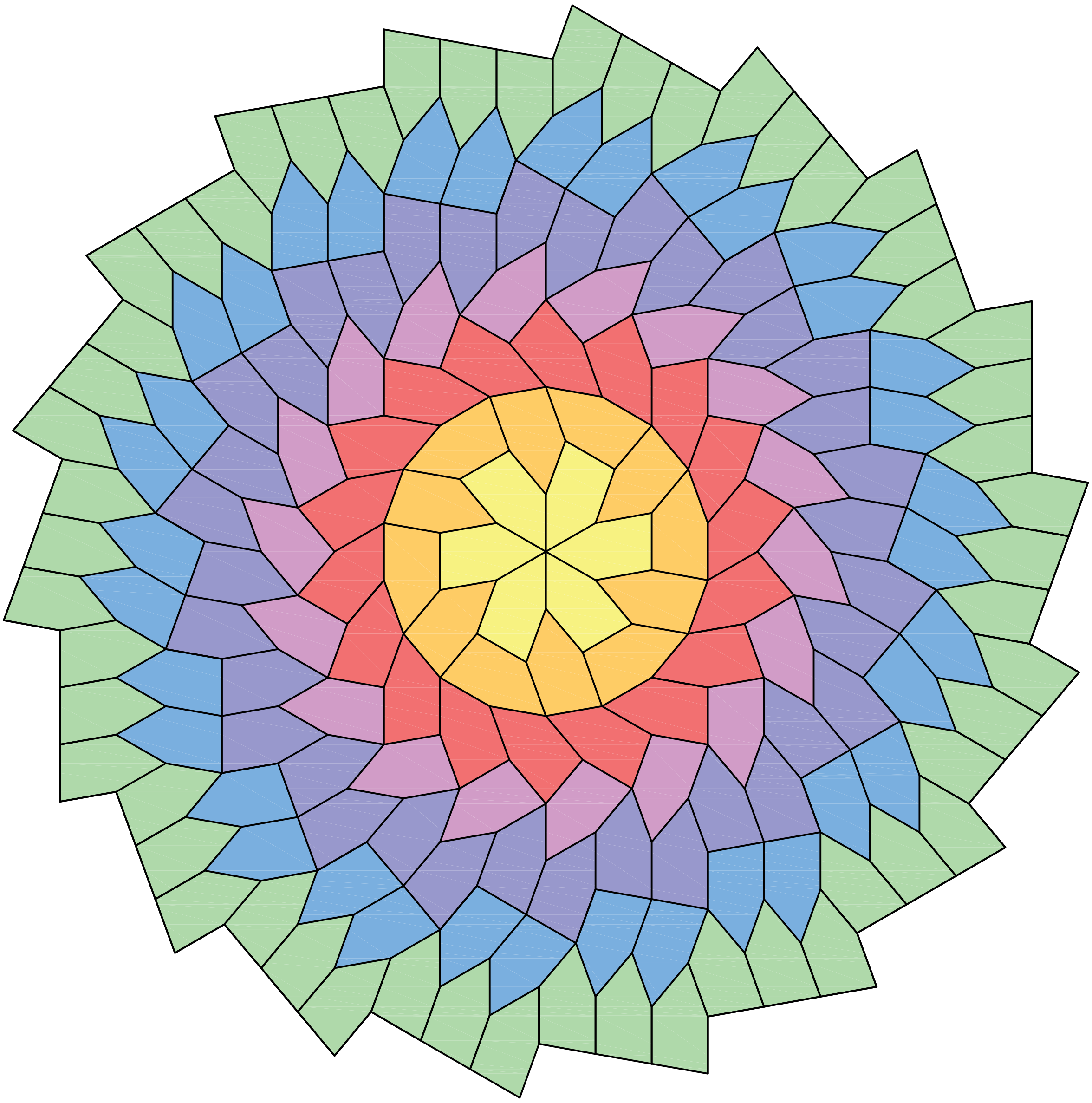



### Hirschhornova teselace

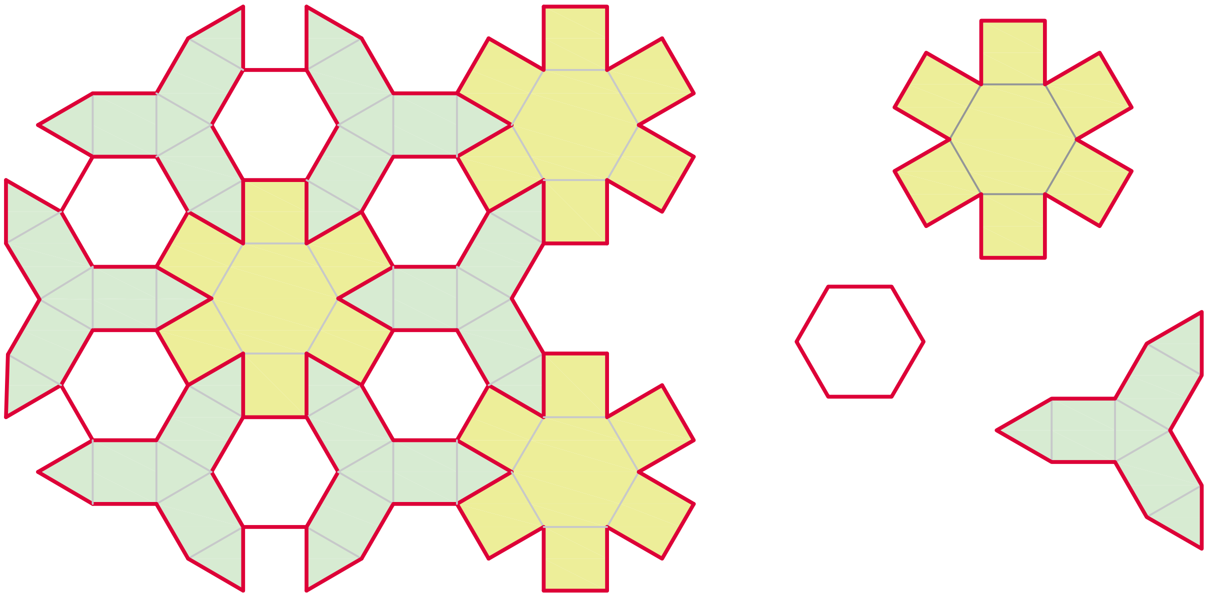
**Ve stejné době jako Penrose objevil australský profesor Michael Hirschhorn monohedrální pětiúhelníkovou aperiodickou teselaci. Konvexní pětiúhelník, který ji vytváří má pevně dané vnitřní úhly $\alpha$= 140°, $\beta$ = 60°, $\chi$ = 160°, $\delta$ = 80°, $\varepsilon$ = 100° a stejnou délku stran.**



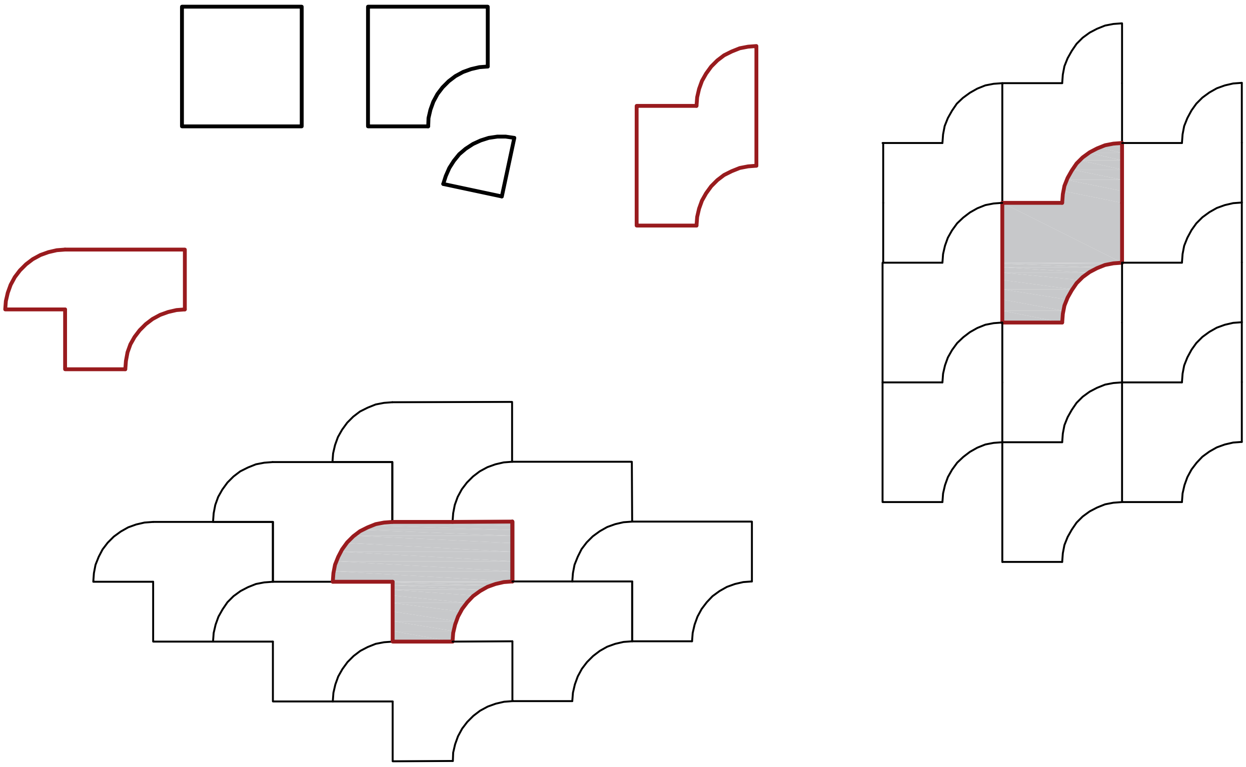



### Nekonvexní teselace

**Rovinu můžeme pokrýt i nekonvexními tvary. Jejich základem bývá nějaká již existující teselace, kterou využijeme jako základ.**
**Zde je příklad teselace, jejíž základ je polopravidelný vzor G.**

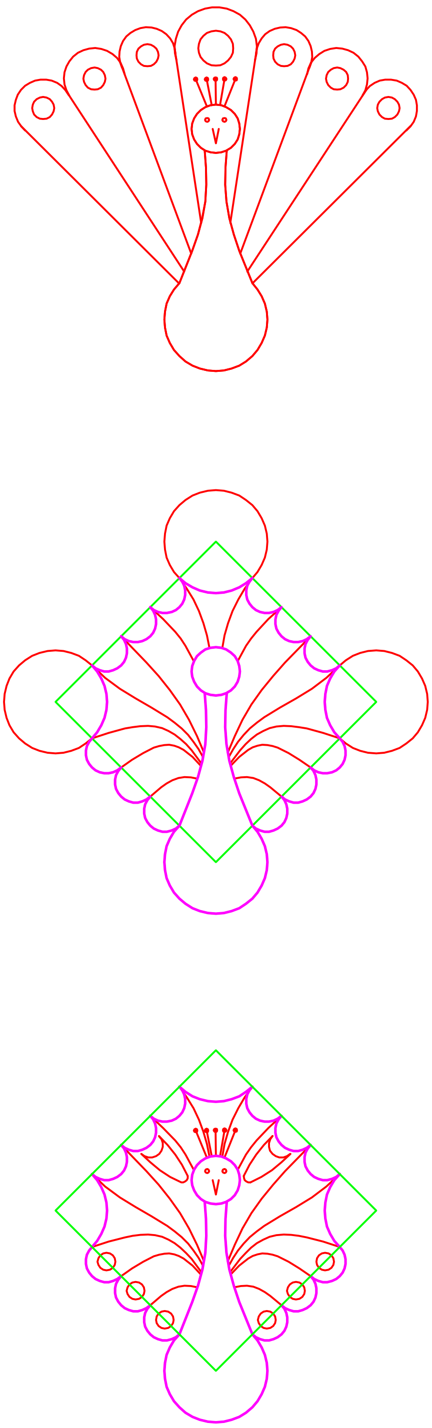


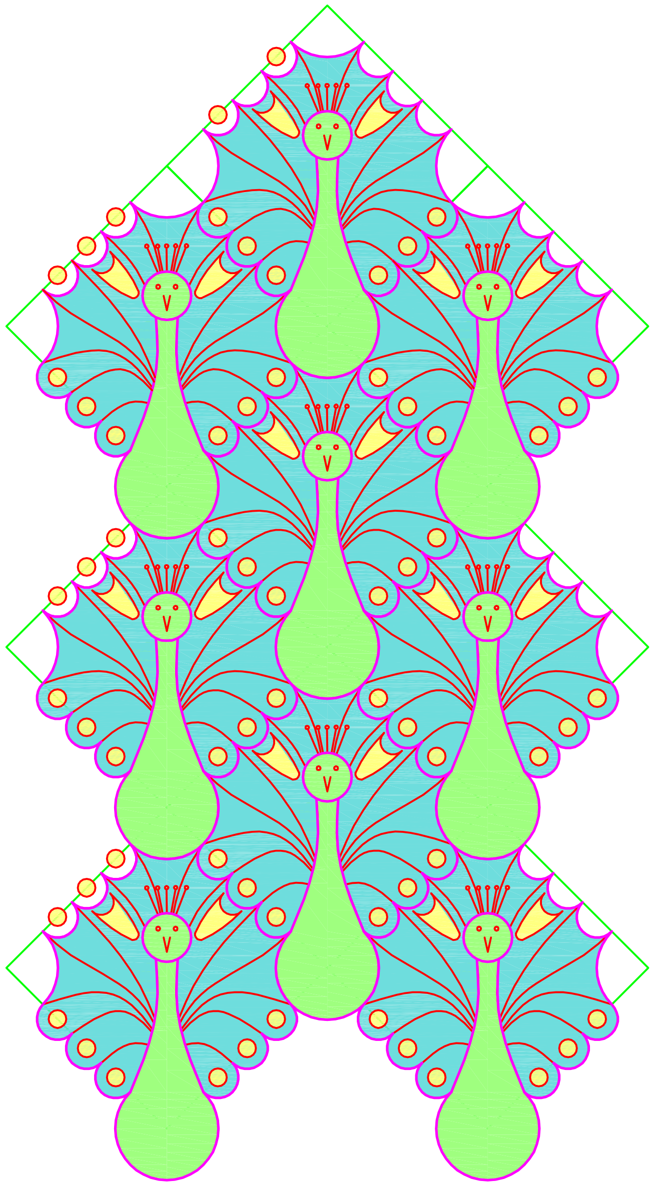
**Dalším příkladem vzniku nekonvexní teselace je odebrání části buňky a použití přímé shodnosti pro její transformaci. Tento princip nalezneme u tzv. Escherovských teselací.**



## Escherovské teselace

**Zde uvedený příklad vytvořila studentka Jana Nováková podobným principem jako tvořil svoje světoznámé teselace Maurits Cornelis Escher.**



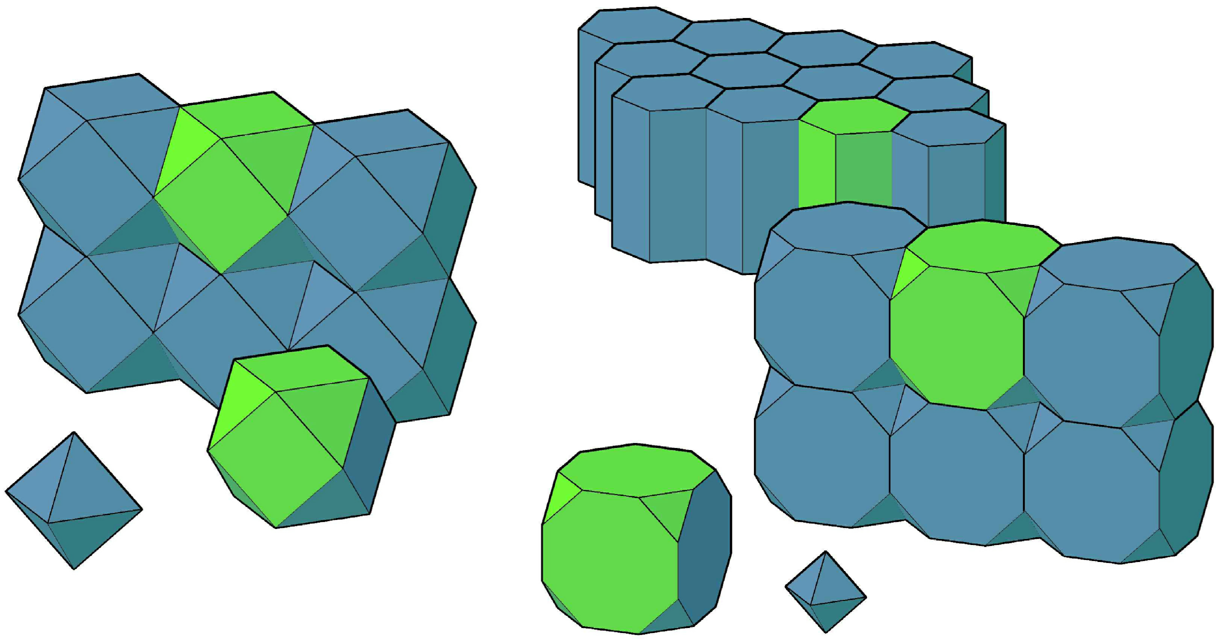


### Prostorové teselace

**Stejně jako v rovině, tak i v prostoru existuje více možností, jak vyplnit prostor stejnými tělesy bez mezer a překrývání. Tento požadavek splňují tělesa konvexní i nekonvexní, každý si dokáže představit například krychle vyplňující prostor. I v prostoru je velká variabilita řešení, můžeme použít jedno těleso nebo dvě či tři.**

**Z rovinných teselací můžeme vytvářet prostorové tím, že mnohoúhelníky vezmeme za podstavy hranolů se shodnou výškou. Na obrázku je příklad šestibokých hranolů, které tvoří prostorovou teselaci.**

**Dále je zde zobrazena prostorová teselace vytvořená z Archimedovských těles ve spojení s osmistěnem.**



**Prostorové teselace jsou zdrojem inspirace pro výtvarníky, velmi často najdete jejich aplikace v podobě origami teselací, jejichž použití je většinou spíše dekorační.**